

## 波形相关矩阵未知情况下单基地 MIMO 雷达 中一种改进 MUSIC 的 DOA 估计算法

陈 晨\* 张小飞 李建峰

(南京航空航天大学电子信息工程学院 南京 210016)

**摘 要:** 该文研究了波形相关矩阵未知情况下多输入多输出(MIMO)雷达中的角度估计问题, 提出了一种单基地 MIMO 雷达中改进多重信号分类(MUSIC)的到达角(DOA)估计算法。该算法可以在波形相关矩阵未知的情况下工作且性能优于传统的传播算子(PM)和借助旋转不变技术估计信号参数(ESPRIT)算法以及基于接收信号重构的 MUSIC 算法。该文算法可以扩展到任意阵列结构的 MIMO 雷达中进行角度估计。该文还给出了单基地 MIMO 雷达中 DOA 估计的克拉美罗界(CRB)。仿真结果验证了该算法的有效性。

**关键词:** 雷达; 波形相关矩阵; 改进 MUSIC; DOA 估计

中图分类号: TN95

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)12-2966-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.00437

## An Improved MUSIC DOA Estimation Algorithm for Monostatic MIMO Radar without Knowledge of Waveforms Correlated Matrix

Chen Chen Zhang Xiao-fei Li Jian-feng

(College of Electronic and Information Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** The issue of angle estimation in Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) radar is discussed without knowledge of waveforms correlated matrix, and an improved Multiple Signal Classification (MUSIC) algorithm is proposed for Direction Of Arrival (DOA) estimation in monostatic MIMO radar. The proposed algorithm does not require the knowledge of transmit waveforms correlated matrix, and has better angle estimation performance than the conventional Propagator Method (PM), Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques (ESPRIT) algorithm, and MUSIC based on reconstruction of output signal. And the algorithm can be used in MIMO radar with any array construction for angle estimation, and the Cramér-Rao Bound (CRB) in monostatic MIMO radar is derived. The simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed approach.

**Key words:** Radar; Waveforms correlated matrix; Improved MUSIC; DOA estimation

### 1 引言

多输入多输出(MIMO)雷达<sup>[1,2]</sup>是近年来提出的新体制雷达, 它利用多天技术进行信号的发射和接收, 在目标跟踪和检测、目标参数估计和成像等领域中, 其性能优于传统相控阵雷达。MIMO 雷达中的角度估计算法有 Capon<sup>[3,4]</sup>和多重信号分类(MUSIC)算法<sup>[5,6]</sup>, 借助旋转不变技术估计信号参数(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, ESPRIT)算法<sup>[7-9]</sup>, 传播算

子(Propagator Method, PM)方法<sup>[10,11]</sup>, 平行因子分解<sup>[12,13]</sup>以及联合对角化方法<sup>[14,15]</sup>等等。文献[3]研究了 MIMO 雷达中基于 Capon 算法的目标角度估计算法; 文献[5]提出了一种多时变(Multiple Invariance, MI)MUSIC 算法用于 MIMO 雷达中离开角(DOD)和到达角(DOA)的联合估计。文献[3]和文献[5]的算法都需要进行谱峰搜索。文献[8]利用 ESPRIT 算法实现 MIMO 雷达中 DOD 和 DOA 的联合估计, 文献[9]提出了一种可自动配对的 ESPRIT 算法, 文献[8,9]的算法需要构造信号协方差矩阵并对其进行特征值分解, 但不需要进行谱峰搜索。文献[11]提出了一种可自动配对的 PM 算法进行 MIMO 雷达中 DOD 和 DOA 的联合估计, 它不需要进行信号协方差矩阵的特征值分解, 计算复杂度低于文献[9]的算法。文献[13]提出了一种基于平行因子分解的 MIMO 雷达 DOD, DOA 及多普勒频率

2012-04-17 收到, 2012-09-13 改回

国家自然科学基金(60801052), 江苏省博士后科研资助计划项目(1201039C), 厦门大学水声通信与海洋信息技术教育部重点实验室开放课题和中央高校基本科研业务费专项资金(NZ2012010, kfjj120115, kfjj20110215)资助课题

\*通信作者: 陈晨 chen-chen\_cc@163.com

的联合估计算法; 文献[15]利用MIMO雷达形成的虚拟阵列数据来构造两个二阶统计量并对其进行联合对角化得到了目标方位角和俯仰角的闭式解。

文献[3-15]中MIMO雷达的角度估计算法都是以各发射阵元发射正交波形为前提的, 接收端已知发射信号并采用匹配滤波处理接收信号, 此时波形相关矩阵是已知的且为单位阵。当接收端仅已知发射信号的脉冲长度而波形未知时, 接收端可以产生一个与发射信号脉冲相同长度的信号脉冲与接收信号进行相关运算, 此时波形相关矩阵是未知的, 波形相关矩阵未知情况下MIMO雷达中的角度估计研究还很少, 本文主要研究波形相关矩阵未知情况下单基地MIMO雷达的多目标DOA估计算法。单基地MIMO雷达中传统的MUSIC算法需要在已知波形相关矩阵情况下才能有效工作, 本文提出了一种改进MUSIC的DOA估计算法, 该算法可以在波形相关矩阵未知的情况下工作, 并且充分利用信号子空间初始化角度搜索范围, 大大地减小了算法的复杂度。本文算法的角度估计性能优于传统的PM, ESPRIT以及R-MUSIC算法, 且可以扩展到任意阵列结构的MIMO雷达中进行角度估计。本文还给出了单基地MIMO雷达中DOA估计的克拉美罗界(Cramér-Rao Bound, CRB)。仿真结果验证了算法的有效性。

注: 文中 $(\cdot)^T, (\cdot)^H, (\cdot)^{-1}, (\cdot)^+$ 和 $(\cdot)^*$ 分别表示转置, 共轭转置, 求逆, 求伪逆和取共轭。 $\text{Re}(\cdot)$ 表示取实部,  $\text{angle}(\cdot)$ 表示取相角。 $\otimes$ 和 $\circ$ 分别表示为Kronecker积和Khatri-Rao积。 $\text{diag}(\mathbf{v})$ 表示对角元素为向量 $\mathbf{v}$ 的对角阵,  $D_n(\cdot)$ 表示取矩阵的第 $n$ 行作为对角线元素构成一个对角阵。 $E(\cdot)$ 表示取数学期望,  $\mathbf{I}_P$ 表示一个 $P \times P$ 的单位矩阵。

## 2 数据模型

假设雷达工作在窄带远场条件, 发射阵和接收阵均为等距线阵, 阵列间距均为半波长, 发射阵列阵元数和接收阵列阵元数分别为 $M$ 和 $N$ , 目标数为 $K$ 。各发射端同时发射相同载频及带宽的一组信号照射目标, 发射信号可以表示为 $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_M]^T$ , 其中 $\mathbf{s}_m = [s_m(1), s_m(2), \dots, s_m(P)]^T$ 是第 $m$ 个发射阵元的发射信号,  $P$ 为发射信号脉冲长度。目标数为 $K$ , 第 $k$ 个目标的角度参数为 $\theta_k$ , 即其DOA, 其发射和接收导向矢量分别表示为 $\mathbf{a}_t(\theta_k)$ ,  $\mathbf{a}_r(\theta_k)$ , 则到达第 $k$ 个目标处的信号为 $\mathbf{a}_t(\theta_k)^T \mathbf{S}$ , 假设第 $k$ 个目标的反射系数为 $\beta_k(t)$ , 在两个脉冲间隔之间目标的多普勒频率 $f_k$ 是不变的, 则在第 $t_l$ 个快拍时刻接收阵列接收到信号为

$$\tilde{\mathbf{Y}}(t_l) = \sum_{k=1}^K \beta_k(t_l) e^{j2\pi f_k t_l} \mathbf{a}_r(\theta_k) \mathbf{a}_t^T(\theta_k) \mathbf{S} + \tilde{\mathbf{Z}}(t_l) \quad (1)$$

其中 $\mathbf{a}_r(\theta_k) = [1, \exp(-j\pi \sin \theta_k), \dots, \exp(-j(N-1)\pi \sin \theta_k)]^T$ 为第 $k$ 个目标的接收阵列导向矢量,  $\mathbf{a}_t(\theta_k) = [1, \exp(-j\pi \sin \theta_k), \dots, \exp(-j(M-1)\pi \sin \theta_k)]^T$ 为第 $k$ 个目标的发射阵列导向矢量,  $\tilde{\mathbf{Z}}(t_l)$ 是加性高斯白噪声矩阵。在接收端进行相关运算后得到

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{Y}}(t_l) &= E[\tilde{\mathbf{X}}(t_l) \mathbf{S}^H] \\ &= E \left[ \left( \sum_{k=1}^K \beta_k(t_l) e^{j2\pi f_k t_l} \mathbf{a}_r(\theta_k) \mathbf{a}_t^T(\theta_k) \mathbf{S} + \tilde{\mathbf{Z}}(t_l) \right) \mathbf{S}^H \right] \\ &= \sum_{k=1}^K \beta_k(t_l) e^{j2\pi f_k t_l} \mathbf{a}_r(\theta_k) (\mathbf{R}_s \mathbf{a}_t(\theta_k))^T + E[\tilde{\mathbf{Z}}(t_l) \mathbf{S}^H] \\ &= \sum_{k=1}^K \beta_k(t_l) e^{j2\pi f_k t_l} \mathbf{a}_r(\theta_k) \bar{\mathbf{a}}_t(\theta_k)^T + \tilde{\mathbf{W}}(t_l) \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $\mathbf{S}' = [\mathbf{s}'_1, \mathbf{s}'_2, \dots, \mathbf{s}'_M]^T$ 是接收端生成的用于相关运算的波形信号,  $\mathbf{s}'_m = [s'_m(1), s'_m(2), \dots, s'_m(P)]^T$ 是对应的与第 $m$ 个发射阵元的发射信号进行相关的信号脉冲,  $P$ 为发射信号脉冲长度。 $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{S} \mathbf{S}^H]$ 是 $M \times M$ 的波形相关矩阵,  $\tilde{\mathbf{W}}(t_l) = E[\tilde{\mathbf{Z}}(t_l) \mathbf{S}^H]$ 是噪声矩阵。此时发射阵列导向矢量可以写为 $\bar{\mathbf{a}}_t(\theta_k) = \mathbf{R}_s \mathbf{a}_t(\theta_k)$ 。将 $\tilde{\mathbf{Y}}(t_l)$ 写成向量形式, 得到第 $t_l$ 个快拍时刻的接收信号

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t_l) &= [\mathbf{a}_r(\theta_1) \otimes \bar{\mathbf{a}}_t(\theta_1), \mathbf{a}_r(\theta_2) \otimes \bar{\mathbf{a}}_t(\theta_2), \dots, \\ &\quad \mathbf{a}_r(\theta_K) \otimes \bar{\mathbf{a}}_t(\theta_K)] \mathbf{b}(t_l) + \mathbf{n}(t_l) \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\mathbf{b}(t_l) = [e^{j2\pi f_1 t_l} \beta_1(t_l), e^{j2\pi f_2 t_l} \beta_2(t_l), \dots, e^{j2\pi f_K t_l} \beta_K(t_l)]^T$ ,  $\mathbf{n}(t_l)$ 为 $\tilde{\mathbf{W}}(t_l)$ 的向量形式, 是第 $t_l$ 快拍时刻的加性高斯噪声向量。取 $L$ 次快拍组成接收信号矩阵 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(t_1), \mathbf{x}(t_2), \dots, \mathbf{x}(t_L)]$ ,  $L$ 次快拍下的接收信号也可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= [\mathbf{A}_R \circ \bar{\mathbf{A}}_T] \mathbf{B}^T + \mathbf{N} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}_T D_1(\mathbf{A}_R) \\ \bar{\mathbf{A}}_T D_2(\mathbf{A}_R) \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{A}}_T D_N(\mathbf{A}_R) \end{bmatrix} \mathbf{B}^T + \mathbf{N} \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{B} = [\mathbf{b}(t_1), \mathbf{b}(t_2), \dots, \mathbf{b}(t_L)]^T \in \mathbf{C}^{L \times K}$ ,  $\mathbf{N} = [\mathbf{n}(t_1), \mathbf{n}(t_2), \dots, \mathbf{n}(t_L)] \in \mathbf{C}^{MN \times L}$ 为噪声矩阵,  $\bar{\mathbf{A}}_T = \mathbf{R}_s \mathbf{A}_T = \mathbf{R}_s [\mathbf{a}_t(\theta_1), \mathbf{a}_t(\theta_2), \dots, \mathbf{a}_t(\theta_K)] \in \mathbf{C}^{M \times K}$ 为MIMO雷达的发射方向矩阵,  $\mathbf{A}_R = [\mathbf{a}_r(\theta_1), \mathbf{a}_r(\theta_2), \dots, \mathbf{a}_r(\theta_K)] \in \mathbf{C}^{N \times K}$ 为接收方向矩阵。为了方便不妨设 $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_R \circ \bar{\mathbf{A}}_T]$ 为MIMO雷达的方向矩阵。此时信号的模型可以写为 $\mathbf{X} = \mathbf{A} \mathbf{B}^T + \mathbf{N}$ 。求接收信号 $\mathbf{X}$ 的协方差矩阵的估计值 $\hat{\mathbf{R}}_X = \mathbf{X} \mathbf{X}^H / L$ , 将得到的 $\hat{\mathbf{R}}_X$ 进行特征值分解, 得 $\hat{\mathbf{R}}_X = \mathbf{E} \mathbf{\Sigma} \mathbf{E}^H$ ,  $\mathbf{\Sigma}$ 为 $\hat{\mathbf{R}}_X$ 的特征值组成的对角矩阵,  $\mathbf{E}$ 为对应的特征向量矩阵, 取 $K$ 个大特征值对应的特征向量组成信号子空间 $\mathbf{E}_s$ , 其余 $MN-K$ 个小特征值对应的特征向量组成噪声子空间

$\mathbf{E}_n$ , 得到分解式为

$$\hat{\mathbf{R}}_X = \mathbf{E}_s \boldsymbol{\Sigma}_s \mathbf{E}_s^H + \mathbf{E}_n \boldsymbol{\Sigma}_n \mathbf{E}_n^H \quad (5)$$

其中  $\boldsymbol{\Sigma}_s$  是  $K$  个大特征值组成的对角矩阵,  $\boldsymbol{\Sigma}_n$  是  $MN-K$  个小特征值组成的对角矩阵。

### 3 单基地 MIMO 雷达的多目标 DOA 估计算法

#### 3.1 常规 MUSIC 算法

考虑一个包含  $M$  个发射天线和  $N$  个接收天线的单基地 MIMO 雷达系统, 1 维 MUSIC 空间谱函数<sup>[16]</sup> 可以表示为

$$P_{\text{music}}(\theta) = \frac{1}{[\mathbf{a}_r(\theta) \otimes \bar{\mathbf{a}}_t(\theta)]^H \mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H [\mathbf{a}_r(\theta) \otimes \bar{\mathbf{a}}_t(\theta)]} \quad (6)$$

常规 MUSIC 算法根据式(6)对  $\theta$  搜索, 找到  $P_{\text{music}}(\theta)$  的  $K$  个最大峰值, 得到相应的 DOA 的估计。当波形相关矩阵  $\mathbf{R}_s$  未知时, 式(6)给出的 MUSIC 算法失效。基于接收信号重构的 MUSIC 算法<sup>[16]</sup>(以下简称为 R-MUSIC 算法)可以在  $\mathbf{R}_s$  未知的情况下工作, 但牺牲了 MIMO 雷达的分集增益, 从而降低了角度估计性能。

#### 3.2 改进的 MUSIC 算法

常规 MUSIC 算法要求  $P_{\text{music}}(\theta)$  的峰值, 可以转换为下面的最优化问题:

$$\min_{\theta} [\mathbf{a}_r(\theta) \otimes \bar{\mathbf{a}}_t(\theta)]^H \mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H [\mathbf{a}_r(\theta) \otimes \bar{\mathbf{a}}_t(\theta)] \quad (7)$$

定义  $V(\theta) = [\mathbf{a}_r(\theta) \otimes \bar{\mathbf{a}}_t(\theta)]^H \mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H [\mathbf{a}_r(\theta) \otimes \bar{\mathbf{a}}_t(\theta)]$ ,  $V(\theta)$  又可以写为

$$V(\theta) = \bar{\mathbf{a}}_t(\theta)^H [\mathbf{a}_r(\theta) \otimes \mathbf{I}_M]^H \mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H [\mathbf{a}_r(\theta) \otimes \mathbf{I}_M] \bar{\mathbf{a}}_t(\theta) = \bar{\mathbf{a}}_t(\theta)^H \mathbf{Q}(\theta) \bar{\mathbf{a}}_t(\theta) \quad (8)$$

其中  $\mathbf{Q}(\theta) = [\mathbf{a}_r(\theta) \otimes \mathbf{I}_M]^H \mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H [\mathbf{a}_r(\theta) \otimes \mathbf{I}_M] \in \mathbb{C}^{M \times M}$ ,  $\bar{\mathbf{a}}_t(\theta) = \mathbf{R}_s \mathbf{a}_t(\theta) = \beta \mathbf{c}(\theta)$ ,  $\mathbf{c}(\theta)$  为将  $\bar{\mathbf{a}}_t(\theta)$  归一化后的阵列导向矢量,  $\beta$  是接收导向矢量  $\bar{\mathbf{a}}_t(\theta)$  的第 1 行的元素。  $\mathbf{e}_1 = [1, 0, \dots, 0]^T$  是一个长为  $M$ , 首项为 1, 其余元素全为 0 的向量。考虑用  $\mathbf{e}_1^H \bar{\mathbf{a}}_t(\theta) = \beta$  的约束来消除  $\bar{\mathbf{a}}_t(\theta) = \mathbf{0}_M$  的平凡解。式(14)的最优化问题可以写为

$$\min_{\theta} \bar{\mathbf{a}}_t(\theta)^H \mathbf{Q}(\theta) \bar{\mathbf{a}}_t(\theta), \quad \text{s.t. } \mathbf{e}_1^H \bar{\mathbf{a}}_t(\theta) / \beta = 1 \quad (9)$$

构造代价函数  $L(\theta) = \bar{\mathbf{a}}_t(\theta)^H \mathbf{Q}(\theta) \bar{\mathbf{a}}_t(\theta) - \lambda(\mathbf{e}_1^H \bar{\mathbf{a}}_t(\theta) / \beta - 1)$ 。利用拉格朗日数乘法求  $L(\theta)$  的极值, 令  $\frac{\partial}{\partial \bar{\mathbf{a}}_t(\theta)} L(\theta) = 2\mathbf{Q}(\theta) \bar{\mathbf{a}}_t(\theta) + \frac{\lambda}{\beta} \mathbf{e}_1 = 0$ , 得到

$$\bar{\mathbf{a}}_t(\theta) = \mu \mathbf{Q}^{-1}(\theta) \mathbf{e}_1 / \beta \quad (10)$$

由  $\mathbf{e}_1^H \bar{\mathbf{a}}_t(\theta) / \beta = 1$  得到  $\mu = \beta^2 / (\mathbf{e}_1^H \mathbf{Q}^{-1}(\theta) \mathbf{e}_1)$ , 代入式(10), 得  $\bar{\mathbf{a}}_t(\theta) = \frac{\beta^2 \mathbf{Q}^{-1}(\theta) \mathbf{e}_1}{\mathbf{e}_1^H \mathbf{Q}^{-1}(\theta) \mathbf{e}_1}$ , 将其代入式(16), 式(16)的优化问题可以写为

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \frac{|\beta|^4}{\mathbf{e}_1^H \mathbf{Q}^{-1}(\theta) \mathbf{e}_1} = \arg \max_{\theta} \frac{\mathbf{e}_1^H \mathbf{Q}^{-1}(\theta) \mathbf{e}_1}{|\beta|^4} \quad (11)$$

其中  $|\beta|$  是  $\beta$  的模, 不影响  $\frac{\mathbf{e}_1^H \mathbf{Q}^{-1}(\theta) \mathbf{e}_1}{|\beta|^4}$  的谱峰位置,

即式(11)可以简化为求下面的最优化问题

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \mathbf{e}_1^H \mathbf{Q}^{-1}(\theta) \mathbf{e}_1 \quad (12)$$

对  $\theta$  在  $-\pi/2 \sim \pi/2$  之间进行谱峰的全局搜索算法复杂度较高, 搜索的运算量很大。考虑采用类似 ESPRIT 的方法初始化搜索范围, 取信号子空间  $\mathbf{E}_s$  的 1 到  $M$  行和  $M+1$  到  $2M$  行分别构成  $\mathbf{E}_{s1}$  和  $\mathbf{E}_{s2}$ , 有下面的关系:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{s1} \\ \mathbf{E}_{s2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}_T D_1(\mathbf{A}_R) \\ \bar{\mathbf{A}}_T D_2(\mathbf{A}_R) \end{bmatrix} \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}_T \\ \bar{\mathbf{A}}_T \boldsymbol{\Phi} \end{bmatrix} \mathbf{T} \quad (13)$$

其中  $\mathbf{T}$  是一个非奇异矩阵, 由于  $\mathbf{A}_R$  的第 1 行元素全为 1,  $D_1(\mathbf{A}_R)$  为单位矩阵,

$$\boldsymbol{\Phi} = D_2(\mathbf{A}_R) = \text{diag}[\exp(-j\pi \sin \theta_1), \exp(-j\pi \sin \theta_2), \dots, \exp(-j\pi \sin \theta_K)]$$

由式(13)可得  $\mathbf{E}_{s2} = \mathbf{E}_{s1} \mathbf{T}^{-1} \boldsymbol{\Phi} \mathbf{T} = \mathbf{E}_{s1} \boldsymbol{\Psi}$ , 其中  $\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{E}_{s1}^+ \mathbf{E}_{s2} = \mathbf{T}^{-1} \boldsymbol{\Phi} \mathbf{T}$ , 即  $\boldsymbol{\Phi}$  的对角线元素是  $\boldsymbol{\Psi}$  的特征值。对  $\boldsymbol{\Psi}$  进行特征值分解, 得到  $\theta$  的粗略估计  $\hat{\theta}_k^{\text{ini}}$

$$\hat{\theta}_k^{\text{ini}} = \sin^{-1}(-\text{angle}(\hat{\gamma}_k) / \pi), \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (14)$$

其中  $\hat{\gamma}_k$  是  $\boldsymbol{\Psi}$  的第  $k$  个特征值。根据式(14)得到的 DOA 粗略估计值初始化搜索范围, 式(12)可以写为  $\hat{\theta}_k = \arg \max_{\theta \in [\hat{\theta}_k^{\text{ini}} - \Delta\theta, \hat{\theta}_k^{\text{ini}} + \Delta\theta]} \mathbf{e}_1^H \mathbf{Q}^{-1}(\theta) \mathbf{e}_1, \quad k = 1, 2, \dots, K$  (15)

根据式(15)对  $\theta$  进行局部搜索, 寻找  $\mathbf{Q}^{-1}(\theta)$  的第(1,1)个元素中最大的  $K$  个峰值, 其对应的角度参数值即目标 DOA 的估计值。

至此给出了波形相关矩阵未知情况下单基地 MIMO 雷达中改进的 MUSIC 的 DOA 估计算法, 步骤如下:

步骤 1 根据接收信号矩阵  $\mathbf{X}$  求得接收信号的协方差矩阵的估计值  $\hat{\mathbf{R}}_X$ ;

步骤 2 对接收信号协方差矩阵  $\hat{\mathbf{R}}_X$  进行特征值分解, 得到信号子空间  $\mathbf{E}_s$  和噪声子空间  $\mathbf{E}_n$  的估计;

步骤 3 根据信号子空间  $\mathbf{E}_s$  采用类似 ESPRIT 的方法得到 DOA 的粗略估计值  $\hat{\theta}_k^{\text{ini}}, \quad k = 1, 2, \dots, K$ , 初始化角度搜索范围;

步骤 4 最后根据式(15)进行局部谱峰搜索, 得到 DOA 的精确估计值。

注1: 不管波形相关矩阵  $\mathbf{R}_s$  是否存在秩亏损, MIMO 雷达的方向矩阵  $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_R \circ \bar{\mathbf{A}}_T]$  (其中  $\bar{\mathbf{A}}_T = \mathbf{R}_s \mathbf{A}_T$ ) 都是一个列满秩矩阵, 从而可以通过特征值分解或奇异值分解分离噪声子空间和信号子空间。

因此本文给出的改进的MUSIC算法的角度估计性能不受波形相关矩阵的秩的影响。

### 3.3 复杂度分析

将本文算法的复杂度与其他适用于波形相关矩阵未知情况下MIMO雷达中的角度估计算法进行比较。PM算法<sup>[10,11]</sup>的复杂度为 $O(3K^2M(N-1)+3K^3+K^2L+MNKL)$ , ESPRIT算法<sup>[7-9]</sup>的复杂度为 $O((MN)^2(MN+L)+3K^2M(N-1)+2K^3)$ , R-MUSIC算法<sup>[16]</sup>的复杂度为 $O(N^2(N+L)+n_g((N+1)(N-K)))$ , 本文提出的改进的MUSIC算法的复杂度为 $O((MN)^2(MN+L)+n_b(M^2(N+1)(MN-K)+M^2))$ 。其中 $M, N$ 分别表示发射天线数和接收天线数,  $K$ 表示目标数,  $L$ 表示快拍数,  $n_g$ 和 $n_b$ 分别表示两种MUSIC算法的搜索次数。

注2: R-MUSIC算法采用全局谱峰搜索,  $n_g$ 很大, 复杂度高; 本文提出的改进的MUSIC算法充分利用信号子空间初始化角度搜索范围, 采用局部谱峰搜索,  $n_b$ 远远小于 $n_g$ , 其复杂度远低于R-MUSIC算法。

### 3.4 CRB和改进的MUSIC算法的优点

根据文献[17], 可以推导出单基地MIMO雷达中DOA估计的CRB为

$$\text{CRB} = \frac{\sigma^2}{2L} \left\{ \text{Re} \left[ (\mathbf{D}^H \mathbf{\Pi}_A \mathbf{D}) \oplus \mathbf{P}^T \right] \right\}^{-1} \quad (16)$$

其中 $\mathbf{\Pi}_A = \mathbf{I}_{MN} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H$ ,  $\mathbf{D} = [\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_K]$ ,  $\mathbf{d}_k = \partial(\mathbf{a}_r(\theta_k) \otimes \bar{\mathbf{a}}_t(\theta_k)) / \partial \theta_k$ ,  $L$ 表示快拍数,  $\mathbf{P} = \sum_{l=1}^L \mathbf{b}(t_l) \mathbf{b}(t_l)^H / L$ ,  $\sigma^2$ 是噪声功率。

本文提出的改进的MUSIC算法有以下优点:

- (1)可用于波形相关矩阵未知情况下单基地MIMO雷达中进行DOA估计;
- (2)可以扩展到任意阵列结构的MIMO雷达中进行角度估计;
- (3)利用接收信号的信号子空间 $\mathbf{E}_s$ 对DOA进行粗略的估计来初始化角度搜索范围, 采用局部搜索的方法大大地减小了算法的复杂度。

(4)DOA估计性能优于传统的PM, ESPRIT算法以及R-MUSIC算法<sup>[16]</sup>。

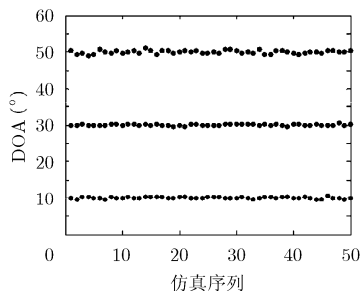


图1 本文算法在信噪比为0 dB时的角度估计结果( $M=6, N=6, K=3, L=100$ )

## 4 仿真结果

**仿真1** 图1和图2显示了本文提出的改进的MUSIC算法在信噪比(Signal Noise Ratio, SNR)为0 dB和15 dB时的仿真结果, 其中接收端采用一个与发射信号脉冲长度相同的正弦波形信号与接收信号进行相关运算, 目标位置分别为 $10^\circ, 30^\circ$ 和 $50^\circ$ ,  $M=6, N=6, K=3, L=100$ 。可以看出该算法可以有效地估计出单基地MIMO雷达中目标的DOA, 且在低信噪比下仍然能够有效工作。

在下面仿真中, 采用1000次蒙特卡洛仿真, 定义均方根误差(Root-Mean Square Error, RMSE)

$$\text{RMSE} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{1000} \sum_{n=1}^{1000} (\hat{\theta}_{k,n} - \theta_k)^2} \quad (17)$$

来评价角度估计性能。式中 $\theta_k$ 表示目标DOA的实际值,  $\hat{\theta}_{k,n}$ 表示第 $n$ 次蒙特卡罗仿真中目标DOA的估计值。仿真中接收端均采用一个与发射信号脉冲长度相同的正弦波形信号与接收信号进行相关运算, 仿真2-仿真4中假设空间有3个远场目标, 位置分别为 $10^\circ, 30^\circ$ 和 $50^\circ$ 。

**仿真2** 图3显示的是本文提出的改进的MUSIC算法与传统的PM算法, ESPRIT算法和基于接收信号重构的MUSIC算法<sup>[16]</sup>(R-MUSIC)以及CRB的比较。仿真中 $M=6, N=6, K=3, L=100$ , 可以看出, 本文提出的改进的MUSIC算法在性能上优于PM算法, ESPRIT算法和R-MUSIC算法。

**仿真3** 图4显示了本文提出的改进的MUSIC算法在不同快拍数 $L$ 情况下的角度估计性能, 其中 $M=6, N=6, K=3$ 。可以看出随着快拍数 $L$ 的增加, DOA估计性能变好。

**仿真4** 图5, 图6显示了本文提出的改进的MUSIC算法在不同数目发射天线 $M$ 和接收天线 $N$ 情况下对目标角度估计的性能, 其中 $K=3, L=100$ 。可以看出, 随着天线数的增加, MIMO雷达的分集增益增强, 目标角度估计性能变优。

**仿真5** 图7显示了本文提出的改进的MUSIC算法在不同目标数 $K$ 情况下的角度估计性能, 其中 $M=6, N=6, L=100$ , 目标数 $K=2$ 时目标的位置分

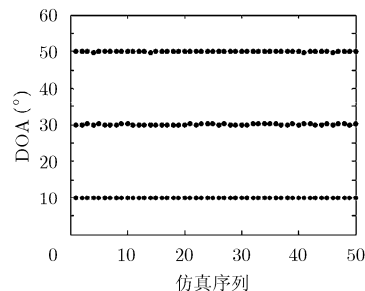


图2 本文算法在信噪比为15 dB时的角度估计结果( $M=6, N=6, K=3, L=100$ )

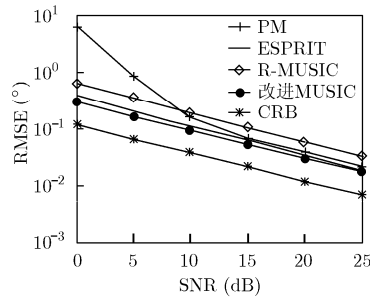


图3 算法的角度估计性能比较  
( $M=6, N=6, K=3, L=100$ )

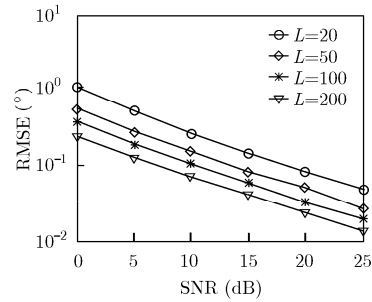


图4 不同快拍数L下本文算法的角度估计性能比较( $M=6, N=6, K=3$ )

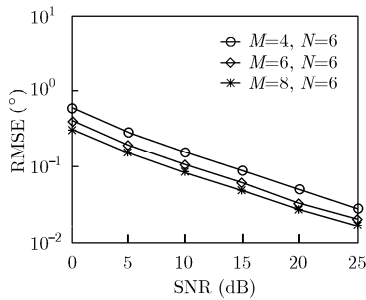


图5 不同发射天线数M下本文算法的角度估计性能( $N=6, K=3, L=100$ )

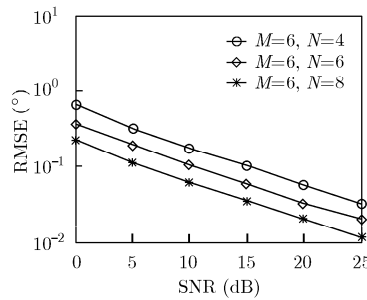


图6 不同接收天线数N下本文算法的角度估计性能( $M=6, K=3, L=100$ )

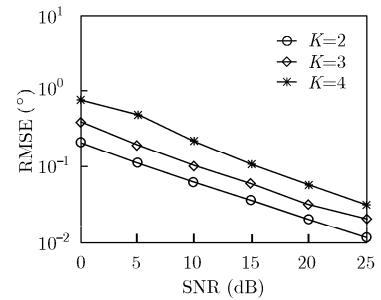


图7 不同目标数K下本文算法的角度估计性能( $M=6, N=6, L=100$ )

别为  $10^\circ$  和  $20^\circ$ ,  $K=3$  时目标的位置分别为  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  和  $30^\circ$ ,  $K=4$  时目标的位置分别为  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$  和  $40^\circ$ 。由图可见在一定数目的发射天线和接收天线以及相同的快拍数情况下,随着目标数的增加,目标间的相互干扰增强,目标角度估计性能会变差。

## 5 结束语

本文提出了一种单基地MIMO雷达中改进MUSIC的DOA估计算法,该算法可以在波形相关矩阵未知的情况下工作,并且充分利用信号子空间初始化角度搜索范围,大大地减小了算法的复杂度。本文算法的角度估计性能优于传统的PM, ESPRIT以及R-MUSIC算法,且可以扩展到任意阵列结构的MIMO雷达中进行角度估计。文中还给出了单基地MIMO雷达中DOA估计的CRB。

## 参考文献

- [1] Li Jian and Stoica P. MIMO radar—diversity means superiority[C]. Proceedings of the 14th Annual Adaptive Sensor Array Processing. Workshop (ASAP '06), Lincoln Lab, Mass, USA, Dec. 2006: 2-6.
- [2] Haimovich A M, Blum R S, and Cimini L J. MIMO radar with widely separated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(1): 116-129.
- [3] Wei Xia and He Zi-shu. Multiple-target localization and estimation of MIMO radars using gapon and APES techniques[C]. IEEE Radar Conference, Rome, 2008: 1-6.
- [4] 谢荣, 刘峥, 刘韵佛. 基于L型阵列MIMO雷达的多目标分辨和定位[J]. *系统工程与电子技术*, 2010, 32(1): 49-52.  
Xie Rong, Liu Zheng, and Liu Yun-fo. Multi-target identification and localization in MIMO radar with L-shape arrays[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, 32(1): 49-52.
- [5] Gao Xin, Zhang Xiao-fei, Feng Gao-peng, et al. On the MUSIC-derived approaches of angle estimation for bistatic MIMO radar[C]. 2009 International Conference on Wireless Networks and Information Systems, Shanghai, 2009: 343-346.
- [6] 刘晓莉, 廖桂生. 基于MUSIC和ESPRIT的双基地MIMO雷达角度估计算法[J]. *电子与信息学报*, 2010, 32(9): 2179-2183.  
Liu Xiao-li and Liao Gui-sheng. Combined MUSIC with ESPRIT algorithm for angle estimation in bistatic MIMO radar system[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(9): 2179-2183.
- [7] Jin Ming, Liao Gui-sheng, and Li Jun. Joint DOD and DOA estimation for bistatic MIMO radar[J]. *Signal Processing*, 2009, 89(2): 244-251.
- [8] Duofang C, Baixiao C, and Guodong Q. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(12): 770-771.
- [9] Chen Jin-li, Gu Hong, and Su Wei-min. A new method for joint DOD and DOA estimation in bistatic MIMO radar[J].

- Signal Processing*, 2010, 90(2): 714-718.
- [10] Zheng Z D and Zhang J Y. Fast method for multi-target localization in bistatic MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2011, 47(2): 138-139.
- [11] 陈金立, 顾红, 苏卫民. 一种双基地 MIMO 雷达快速多目标定位方法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(7): 1664-1668.  
Chen Jin-li, Gu Hong, and Su Wei-min. A method for fast multi-target localization in bistatic MIMO radar system[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(7): 1664-1668.
- [12] Zhang X F, Xu Z R, Xu L Y, *et al.* Trilinear decomposition-based transmit angle and receive angle estimation for MIMO radar[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2011, 5(6): 626-631.
- [13] 张剑云, 郑志东, 李小波. 双基地 MIMO 雷达收发角及多普勒频率的联合估计算法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(8): 1843-1848.  
Zhang Jian-yun, Zheng Zhi-dong, and Li Xiao-bo. An algorithm for DOD-DOA and doppler frequency jointly estimating of bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(8): 1843-1848.
- [14] 聂卫科, 冯大政, 刘建强. 二维波达方向估计的非酉联合对角化方法[J]. 西安交通大学学报, 2008, 42(6): 747-750.  
Nie Wei-ke, Feng Da-zheng, and Liu Jian-qiang. Non-unitary joint diagonalization method for estimating two-dimension direction of arrival[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2008, 42(6): 747-750.
- [15] 郭艺夺, 张永顺, 童宁宁, 等. 一种 MIMO 雷达二维 DOA 估计新方法[J]. 电波科学学报, 2010, 25(4): 668-673.  
Guo Yi-duo, Zhang Yong-shun, Tong Ning-ning, *et al.* A novel method of 2-D DOA estimation for MIMO radar[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2010, 25(4): 668-673.
- [16] 张小飞, 汪飞, 等. 阵列信号处理的理论与应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2010: 194-197.  
Zhang Xiao-fei, Wang Fei, *et al.* The theory and application of array signal processing[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2010: 194-197.
- [17] Stoica P and Nehorai A. Performance study of conditional and unconditional direction-of-arrival estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1990, 38(10): 1783-1795.
- 陈晨: 男, 1989年生, 硕士, 研究方向为阵列信号处理.  
张小飞: 男, 1977年生, 教授, 研究方向为通信信号处理、阵列信号处理.  
李建峰: 男, 1988年生, 博士, 研究方向为阵列信号处理.