

基于对偶分解的OFDMA系统资源分配算法

左勇* 刘学勇 刘海洋 陈杰
(中国科学院微电子研究所 北京 100029)

摘要: 该文针对多业务 OFDMA 系统资源分配问题,建立了考虑业务服务质量、数据到达、系统约束的最优化问题。分析了不同业务的速率约束、延时约束和队列长度之间的关系,并利用对偶分解方法将原问题分解为若干独立子问题,分别得到了最优资源块与最优功率分配规则,进而提出了基于对偶分解的最优资源分配算法。仿真结果表明,该算法在业务违反概率较低、公平性较好、算法复杂度略有上升的情况下,可以实现非实时业务吞吐量最大化。

关键词: 正交频分多址接入(OFDMA); 资源分配; 最优化; 对偶分解

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)12-2843-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.00326

A Dual-decomposition-based Resource Allocation Algorithm for OFDMA Systems

Zuo Yong Liu Xue-yong Liu Hai-yang Chen Jie

(Institute of Microelectronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China)

Abstract: The resource allocation issue in multi-services OFDMA systems is formulated by taking Quality of Service (QoS) requirement, data arrival process, system constraints into account. The relations among the traffic rate constraint, latency constraint and the queue length are analyzed. The original issue is decomposed into some independent sub-problems by dual decomposition scheme. The optimal resource blocks allocation scheme and optimal power allocation scheme can be obtained and a Dual Decomposition Based (DDB) optimization resource allocation algorithm is proposed. Simulation results show that total throughput maximum for non-real-time services is achieved by employing DDB algorithm with low service violation probability, nice fairness and slightly increased algorithm complexity.

Key words: OFDMA; Resource allocation; Optimization; Dual decomposition

1 引言

正交频分多址接入(Orthogonal Frequency Division Multiple Access, OFDMA)技术因具有抗多径,提高频率分集增益,有效利用多用户分集等众多优点而被多种移动通信标准(如 IEEE 802.16m^[1])所采纳。在OFDMA系统中,可以利用有效的资源分配算法在满足业务服务质量(Quality of Service, QoS)要求的前提下优化整个系统的性能^[2]。

文献[3]首次提出了用凸优化的思路来研究OFDMA系统的裕量自适应资源分配问题,而Jang等人^[4]研究了速率自适应问题。这些研究只针对单业务类型,文献[5]针对包含延时约束和非延时约束两类业务的OFDMA系统提出了最优资源分配策略,文献[6]在中继OFDMA系统中进一步研究了此类问

题,文献[7]将文献[6]的工作扩展到了多小区场景下。以上研究以子载波为分配单位,但在实际通信系统中考虑信令负载和相邻子载波衰落的相关性,资源分配算法可以用子载波组成的子信道为分配单元^[8]。

针对现有算法对实际通信系统业务QoS要求考虑不全面、未考虑用户数据到达过程等不足,本文提出了综合考虑各种因素的基于对偶分解的最优资源分配算法,该算法以子信道和数据帧为单位进行资源分配并考虑了不同业务的速率约束、延时约束和队列长度之间的关系,并将原问题分解为若干独立的子问题,得到了最优资源块分配规则与最优功率分配规则。仿真分析结果表明,本文所提出的算法在业务违反概率较低、公平性较好、算法复杂度略有上升的情况下,可以实现非实时业务吞吐量最大化。

2 系统模型与优化问题

OFDMA系统业务类型分为4类:主动授权服务

2012-03-26 收到, 2012-09-27 改回

国家 973 计划项目(2009CB320304)资助课题

*通信作者: 左勇 zuoyong@ime.ac.cn

(Unsolicited Grant Service, UGS), 实时轮询服务 (real-time Polling Service, rtPS), 非实时轮询服务 (non-real-time Polling Service, nrtPS) 和尽力而为服务 (Best Effort, BE)^[1]。由于UGS业务每帧传输的数据量固定, 本文忽略UGS业务, 只考虑其余3类业务的调度与资源分配问题^[9], 此3类业务分别称为第 j 类业务 ($j=1,2,3$), 其优先级依次减小。业务QoS参数主要包括: 最小保留业务速率 (Minimum Reserved Traffic Rate, MRTR), 最大维持业务速率 (Maximum Sustained Traffic Rate, MSTR), 最大延时 (Maximum Latency, ML) 和误包率 (Packet Error Rate, PER)。为防止某种业务过多的占用资源, 故而规定了MSTR参数。业务类型, QoS参数种类和实际应用的对照关系如表1所示^[1]。

表1 业务类型, QoS参数和实际应用的对照关系表

业务类型	QoS参数种类	实际应用举例
UGS	MRTR(MSTR), ML, PER	VoIP
rtPS	MRTR, MSTR, ML, PER	MPEG video
nrtPS	MRTR, MSTR, PER	FTP
BE	MSTR, PER	E-mail

系统总带宽为 B Hz, 分为 N 个子信道, 每一个子信道由相邻 N_c 个正交子载波组成, M 个连续的OFDM符号组成一个下行帧, 系统总传输功率为 P_T 。系统最小分配单位为1个子信道与1个符号组成的方形2维时频资源块。用户总数为 K , 每个用户有 rtPS, nrtPS 和 BE 业务各1个。资源分配算法决定每个资源块应当分配给哪个用户的何种业务, 并决定传输功率和传输数据量大小。资源分配算法将数据分配到时频资源块上, 并通过专用广播信道将分配信息告知子站。子站将信道状态信息通过专用的无线反馈信道, 无延时的反馈回基站端^[3-7]。

信道为频率选择性瑞利衰落^[5-8]。 $r_{k,j}^{(n,m)}$ 为用户 k 的第 j 种业务在资源块 (n,m) 上的传输速率, 它与其上的功率 $P_{k,j}^{(n,m)}$ 和用户 k 在子信道 n 的信道增益 $h_{k,n}$ 有关, 具体关系^[5]为

$$r_{k,j}^{(n,m)} = \log_2 \left[1 + \frac{P_{k,j}^{(n,m)} |h_{k,n}|^2}{\Gamma_{k,j} N_0 B / N} \right] \quad (1)$$

式中 N_0 为加性高斯白噪声功率谱密度, $\Gamma_{k,j} = -\ln(5 \cdot \text{BER}_{k,j}) / 1.5$, $\text{BER}_{k,j}$ 为用户 k 的第 j 种业务的目标误码率。本文中 OFDMA 系统的最优化问题为: 在各种业务的 QoS 要求、功率要求、子信道独

占要求、数据到达要求等约束条件下, 最大化非实时业务 (nrtPS 业务和 BE 业务) 的总吞吐量^[5], 此优化问题可以表示为

$$\begin{aligned} & \max_{\{\rho_{k,j}^{(n,m)}, P_{k,j}^{(n,m)}\}} \sum_{k=1}^K \sum_{j=2}^3 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho_{k,j}^{(n,m)} r_{k,j}^{(n,m)} \\ & \text{s.t. (C1)} \quad V_{k,j}^{\text{MRTR}} \leq \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho_{k,j}^{(n,m)} r_{k,j}^{(n,m)}, \\ & \quad \quad \quad k = 1, \dots, K, \quad j = 1, 2 \\ & \text{(C2)} \quad \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho_{k,j}^{(n,m)} r_{k,j}^{(n,m)} \leq \min(V_{k,j}^{\text{MSTR}}, Q_{k,j}), \\ & \quad \quad \quad k = 1, \dots, K, \quad j = 1, 2, 3 \\ & \text{(C3)} \quad f(T_{k,j}^{\text{ML}}) \leq \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho_{k,j}^{(n,m)} r_{k,j}^{(n,m)}, \\ & \quad \quad \quad k = 1, \dots, K, \quad j = 1 \\ & \text{(C4)} \quad \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^3 \sum_{n=1}^N P_{k,j}^{(n,m)} \leq P_T, \quad \forall m \\ & \text{(C5)} \quad P_{k,j}^{(n,m)} \geq 0, \quad \forall k, j, n, m \\ & \text{(C6)} \quad \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^3 \rho_{k,j}^{(n,m)} \leq 1, \quad \forall n, m \\ & \text{(C7)} \quad \rho_{k,j}^{(n,m)} \in \{0, 1\}, \quad \forall k, j, n, m \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $V_{k,j}^{\text{MRTR}}$, $V_{k,j}^{\text{MSTR}}$, $T_{k,j}^{\text{ML}}$ 和 $Q_{k,j}$ 表示用户 k 的第 j 种业务的 MRTR 要求, MSTR 要求, ML 要求和实际数据量; $\rho_{k,j}^{(n,m)}$ 为 1 表示资源块 (n,m) 分配给用户 k 的第 j 种业务。约束条件 (C1) 表示业务的 MRTR 速率要求; 条件 (C2) 表示业务的 MSTR 速率和队列长度要求; 条件 (C3) 表示 rtPS 业务的延时要求, 函数 $R=f(T)$ 表示业务传输速率达到 R 时就能满足业务延时小于等于 T 。条件 (C4) 和条件 (C5) 表示传输功率约束条件, 条件 (C4) 表示每个符号内分配的总功率都不应超过总传输功率 P_T 。条件 (C6) 和条件 (C7) 表示子信道不能被多业务所共享的特性。

3 基于对偶分解的资源分配算法

3 种业务 QoS 要求各不相同, 根据用户队列中数据量大小, 业务 MRTR 要求和 MSTR 要求 3 者之间的关系, 可以将式 (2) 中的优化问题进行转换。

3.1 优化问题的转换

3.1.1 rtPS 业务速率约束, 延时约束和队列长度之间的关系 rtPS 业务的系统参数包括: MRTR, MSTR, ML 和队列长度。式 (2) 中的约束条件 (C1)~(C7) 都适用于 rtPS 业务。rtPS 业务约束条件有如下的关系:

(1) 当 $Q_{k,1} < \max(V_{k,1}^{\text{MRTR}}, f(T_{k,1}^{\text{ML}}))$ 时, 表明 rtPS 业务队列中的数据总量小于业务的最低传输速率要

求, 此时约束(C1), (C2)和(C3)转换成单独的约束条件:

$$(a1) \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho_{k,1}^{(n,m)} r_{k,1}^{(n,m)} = Q_{k,1}$$

(2)当 $\max(V_{k,1}^{\text{MRTR}}, f(T_{k,1}^{\text{ML}})) \leq Q_{k,1}$ 时, 表明 rtPS 业务队列中的数据总量大于业务的最低传输速率要求, 此时约束(C1), (C2)和(C3)转换为如下约束条件:

$$(a1) \max(V_{k,1}^{\text{MRTR}}, f(T_{k,1}^{\text{ML}})) \leq \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho_{k,1}^{(n,m)} r_{k,1}^{(n,m)}$$

$$(a2) \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho_{k,1}^{(n,m)} r_{k,1}^{(n,m)} \leq \min(V_{k,1}^{\text{MSTR}}, Q_{k,1})$$

如何将 rtPS 业务的最大延时要求转化为速率要求(即实现式(2)中的函数 $R=f(T)$)是富有挑战性的课题。本文利用文献[10]的结论, 最大延时与传输速率 R 关系如下:

$$E[R] \geq \frac{(2\lambda T_{k,1}^{\text{ML}} + 2) + \sqrt{(2\lambda T_{k,1}^{\text{ML}} + 2)^2 - 8T_{k,1}^{\text{ML}}}}{4T_{k,1}^{\text{ML}}} F \quad (3)$$

式中 λ 为数据包平均到达率; F 为数据包长大小; $E[R]$ 为传输速率 R 的数学期望。

3.1.2 nrtPS 业务速率约束和队列长度之间的关系

nrtPS 业务参数包括: MRTR, MSTR 和队列长度。nrtPS 业务约束条件有如下的关系:

(1)当 $Q_{k,2} < V_{k,2}^{\text{MRTR}}$ 时, 表明 nrtPS 业务队列中的数据总量小于业务的最低传输速率要求, 此时约束(C1)和(C2)转换成单独的约束条件:

$$(b1) \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho_{k,2}^{(n,m)} r_{k,2}^{(n,m)} = Q_{k,2}$$

(2)当 $V_{k,2}^{\text{MRTR}} \leq Q_{k,2}$ 时, 表明 nrtPS 业务队列中的数据总量大于业务的最低传输速率要求, 此时约束(C1)和(C2)依然不变, 为

$$(b1) V_{k,2}^{\text{MRTR}} \leq \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho_{k,2}^{(n,m)} r_{k,2}^{(n,m)}$$

$$(b2) \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho_{k,2}^{(n,m)} r_{k,2}^{(n,m)} \leq \min(V_{k,2}^{\text{MSTR}}, Q_{k,2})$$

3.1.3 BE 业务速率约束和队列长度之间的关系

BE 业务的系统参数包括: MSTR 和队列长度。式(2)中的约束条件(C1)和(C3)不再适用于 BE 业务。约束条件(C2)不变。

3.2 对偶问题表示

在这一节中, 式(2)的最优化问题将通过拉格朗日对偶分解方法求解。首先, 可以得到原问题的拉格朗日函数如下:

$$\begin{aligned} L(\{\rho_{k,j}^{(n,m)}\}, \{P_{k,j}^{(n,m)}\}, \lambda, \mu, \beta, \eta) &= \sum_{k=1}^K \sum_{j=2}^3 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho_{k,j}^{(n,m)} r_{k,j}^{(n,m)} \\ &+ \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \lambda_{n,m} \left(1 - \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^3 \rho_{k,j}^{(n,m)} \right) \\ &+ \sum_{m=1}^M \mu_m \left(P_T - \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^3 \sum_{n=1}^N P_{k,j}^{(n,m)} \right) \\ &+ \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^2 \beta_{k,j} \left(\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho_{k,j}^{(n,m)} r_{k,j}^{(n,m)} - \phi_{k,j} \right) \\ &+ \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^3 \eta_{k,j} \left(\varphi_{k,j} - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho_{k,j}^{(n,m)} r_{k,j}^{(n,m)} \right) \quad (4) \end{aligned}$$

式中 λ 是约束条件(C6)子信道不能被多业务所共享约束条件对应的拉格朗日乘子矩阵, 其由 $\lambda_{n,m}$ 构成; μ 是约束条件(C4)最大功率约束条件对应的拉格朗日乘子向量, 其由 μ_m 构成; β 是 rtPS 业务(包含约束条件(C1)和约束条件(C3))和 nrtPS 业务(包含约束条件(C1))最小速率约束条件对应的拉格朗日乘子矩阵, 其由 $\beta_{k,j}$ 构成; η 是约束条件(C2)业务最大速率约束条件对应的拉格朗日乘子矩阵, 其由 $\eta_{k,j}$ 构成。约束条件(C5)和约束条件(C7)为边界约束条件, 它们在对偶目标函数式(12)中体现。根据上节分析, 式(4)中的 $\phi_{k,j}$ 和 $\varphi_{k,j}$ 具体取值规则如下:

(1)对于 rtPS 业务, 其与 MRTR, MSTR, ML 和队列长度有关:

$$(a) \text{当 } Q_{k,1} < \max(V_{k,1}^{\text{MRTR}}, f(T_{k,1}^{\text{ML}})) \text{ 时} \\ \phi_{k,1} = \varphi_{k,1} = Q_{k,1}, \quad \forall k \quad (5)$$

$$(b) \text{当 } \max(V_{k,1}^{\text{MRTR}}, f(T_{k,1}^{\text{ML}})) \leq Q_{k,1} \text{ 时} \\ \phi_{k,1} = \max(V_{k,1}^{\text{MRTR}}, f(T_{k,1}^{\text{ML}})), \quad \forall k \quad (6)$$

$$\varphi_{k,1} = \min(V_{k,1}^{\text{MSTR}}, Q_{k,1}), \quad \forall k \quad (7)$$

(2)对于 nrtPS 业务, 其与 MRTR, MSTR 和队列长度有关:

$$(a) \text{当 } Q_{k,2} < V_{k,2}^{\text{MRTR}} \text{ 时} \\ \phi_{k,2} = \varphi_{k,2} = Q_{k,2}, \quad \forall k \quad (8)$$

$$(b) \text{当 } V_{k,2}^{\text{MRTR}} \leq Q_{k,2} \text{ 时} \\ \phi_{k,2} = V_{k,2}^{\text{MRTR}}, \quad \forall k \quad (9)$$

$$\varphi_{k,2} = \min(V_{k,2}^{\text{MSTR}}, Q_{k,2}), \quad \forall k \quad (10)$$

(3)对于 BE 业务

$$\varphi_{k,3} = \min(V_{k,3}^{\text{MSTR}}, Q_{k,3}), \quad \forall k \quad (11)$$

由此, 可以得到原问题的对偶目标函数为

$$\begin{aligned}
g(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\eta}) = & \max_{\{\rho_{k,j}^{(n,m)}, P_{k,j}^{(n,m)}\}} L(\{\rho_{k,j}^{(n,m)}\}, \{P_{k,j}^{(n,m)}\}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\eta}) \\
\text{s.t.} & \\
& P_{k,j}^{(n,m)} \geq 0, \quad \forall k, j, n, m \\
& \rho_{k,j}^{(n,m)} \in \{0, 1\}, \quad \forall k, j, n, m
\end{aligned} \quad (12)$$

进一步可以得到式(2)中原问题的对偶问题为

$$\begin{aligned}
\min_{\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\eta}} & g(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\eta}) \\
\text{s.t.} & \boldsymbol{\lambda} \geq 0, \boldsymbol{\mu} \geq 0, \boldsymbol{\beta} \geq 0, \boldsymbol{\eta} \geq 0
\end{aligned} \quad (13)$$

其中 $\mathbf{X} \geq 0$ 表示矩阵 \mathbf{X} 中的每一个元素都大于或等于 0。

3.3 子问题的求解

通过对偶分将原问题分为 1 个主问题和 $N \times M$ 个独立的子问题。将式(4)代入式(12)有

$$\begin{aligned}
g(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\eta}) = & \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M g_{n,m}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\eta}) + \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \lambda_{n,m} \\
& + \sum_{m=1}^M \mu_m P_T - \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^2 \beta_{k,j} \phi_{k,j} \\
& + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^3 \eta_{k,j} \varphi_{k,j}
\end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned}
g_{n,m}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\eta}) = & \max_{\{\rho_{k,j}^{(n,m)}, P_{k,j}^{(n,m)}\}} \left[\sum_{k=1}^K \sum_{j=2}^3 \rho_{k,j}^{(n,m)} r_{k,j}^{(n,m)} - \lambda_{n,m} \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^3 \rho_{k,j}^{(n,m)} \right. \\
& - \sum_{m=1}^M \mu_m \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^3 P_{k,j}^{(n,m)} + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^2 \beta_{k,j} \rho_{k,j}^{(n,m)} r_{k,j}^{(n,m)} \\
& \left. - \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^3 \eta_{k,j} \rho_{k,j}^{(n,m)} r_{k,j}^{(n,m)} \right]
\end{aligned} \quad (15)$$

依据 Karush-Kuhn-Tucker(KKT)条件^[1], 可以得到

$$\begin{aligned}
\frac{\partial g_{n,m}(\dots)}{\partial P_{k,j}^{(n,m)}} = & \begin{cases} \frac{(\beta_{k,j} - \eta_{k,j}) \gamma_{k,n} \rho_{k,j}^{(n,m)}}{\ln(2)(\Gamma_{k,j} + P_{k,j}^{(n,m)}) \gamma_{k,n}} - \mu_m, & j = 1 \\ \frac{(1 + \beta_{k,j} - \eta_{k,j}) \gamma_{k,n} \rho_{k,j}^{(n,m)}}{\ln(2)(\Gamma_{k,j} + P_{k,j}^{(n,m)}) \gamma_{k,n}} - \mu_m, & j = 2, \forall k, n, m \\ \frac{(1 - \eta_{k,j}) \gamma_{k,n} \rho_{k,j}^{(n,m)}}{\ln(2)(\Gamma_{k,j} + P_{k,j}^{(n,m)}) \gamma_{k,n}} - \mu_m, & j = 3 \end{cases}
\end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial g_{n,m}(\dots)}{\partial \rho_{k,j}^{(n,m)}} = & \begin{cases} r_{k,j}^{(n,m)} (\beta_{k,j} - \eta_{k,j}) - \lambda_{n,m}, & j = 1 \\ r_{k,j}^{(n,m)} (1 + \beta_{k,j} - \eta_{k,j}) - \lambda_{n,m}, & j = 2, \forall k, n, m \\ r_{k,j}^{(n,m)} (1 - \eta_{k,j}) - \lambda_{n,m}, & j = 3 \end{cases}
\end{aligned} \quad (17)$$

在给定资源块分配的条件下, 利用 KKT 条件, 由式(16)可以得到最优的功率分配结果:

$$P_{k,j}^{(n,m)} = \begin{cases} \left[\frac{(\beta_{k,j} - \eta_{k,j})}{\mu_m \ln(2)} - \frac{\Gamma_{k,j}}{\gamma_{k,n}} \right]^+, & j = 1 \\ \left[\frac{(1 + \beta_{k,j} - \eta_{k,j})}{\mu_m \ln(2)} - \frac{\Gamma_{k,j}}{\gamma_{k,n}} \right]^+, & j = 2, \forall k, n, m \\ \left[\frac{(1 - \eta_{k,j})}{\mu_m \ln(2)} - \frac{\Gamma_{k,j}}{\gamma_{k,n}} \right]^+, & j = 3 \end{cases} \quad (18)$$

式中 $[x]^+$ 表示 $\max(0, x)$ 。之后将式(18)代入式(15)中, 整理得到

$$\begin{aligned}
g_{n,m}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\eta}) = & \max_{\substack{1 \leq k \leq K \\ 1 \leq j \leq 3}} \left\{ \bar{\zeta}_{k,j} \left[\log_2 \left(\frac{\bar{\zeta}_{k,j} \gamma_{k,n}}{\mu_m \ln(2) \Gamma_{k,j}} \right) \right]^+ \right. \\
& \left. - \mu_m \left[\frac{\bar{\zeta}_{k,j}}{\mu_m \ln(2)} - \frac{\Gamma_{k,j}}{\gamma_{k,n}} \right]^+ - \lambda_{n,m} \right\}
\end{aligned} \quad (19)$$

$$\bar{\zeta}_{k,j} = \begin{cases} (\beta_{k,j} - \eta_{k,j}), & j = 1 \\ (1 + \beta_{k,j} - \eta_{k,j}), & j = 2, \forall k \\ (1 - \eta_{k,j}), & j = 3 \end{cases} \quad (20)$$

由以上的分析可以得到最优资源块和最优功率分配规则如下:

分配规则 1 (最优资源块分配规则) 资源块 (n, m) 按照如下规则来分配:

$$\begin{aligned}
(k^*, j^*) = & \arg \max_{k,j} \left\{ \bar{\zeta}_{k,j} \left[\log_2 \left(\frac{\bar{\zeta}_{k,j} \gamma_{k,n}}{\mu_m \ln(2) \Gamma_{k,j}} \right) \right]^+ \right. \\
& \left. - \mu_m \left[\frac{\bar{\zeta}_{k,j}}{\mu_m \ln(2)} - \frac{\Gamma_{k,j}}{\gamma_{k,n}} \right]^+ - \lambda_{n,m} \right\} \\
\rho_{k^*, j^*}^{(n,m)} = & 1 \\
\rho_{k,j}^{(n,m)} = & 0, \quad \forall k \neq k^*, j \neq j^*
\end{aligned} \quad (21)$$

分配规则 2 (最优功率分配规则) 确定了分配给资源块 (n, m) 的用户和业务之后, 其上的最优功率 $P_{k^*, j^*}^{(n,m)}$ 按照式(18)进行分配。

3.4 主问题的求解

在给定拉格朗日乘子的条件下，由上节分析可得子问题的最优解(即分配规则 1 和分配规则 2)，进而可求解主问题。因为主问题只与拉格朗日乘子有关，所以此问题为凸优化问题^[11]。根据文献[12]中的次梯度的定义，式(15)中的次梯度分别为

$$\begin{aligned} \Delta\mu_m &= P_T - \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^3 \sum_{n=1}^N P_{k,j}^{(n,m)} \\ \Delta\beta_{k,j} &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho_{k,j}^{(n,m)} r_{k,j}^{(n,m)} - \phi_{k,j} \\ \Delta\eta_{k,j} &= \varphi_{k,j} - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho_{k,j}^{(n,m)} r_{k,j}^{(n,m)} \end{aligned}$$

式中 $P_{k,j}^{(n,m)}$ 和 $\rho_{k,j}^{(n,m)}$ 是资源块 (n,m) 上的最优功率分配规则和最优化资源块分配规则， $r_{k,j}^{(n,m)}$ 按照式(1)计算。由此，拉格朗日乘子按照如下公式进行更新：

$$\mu_m(t+1) = \left[\mu_m(t) - \alpha_1(t) \left(P_T - \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^3 \sum_{n=1}^N P_{k,j}^{(n,m)} \right) \right]^+ \quad (22)$$

$$\beta_{k,j}(t+1) = \left[\beta_{k,j}(t) - \alpha_2(t) \left(\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho_{k,j}^{(n,m)} r_{k,j}^{(n,m)} - \phi_{k,j} \right) \right]^+ \quad (23)$$

$$\eta_{k,j}(t+1) = \left[\eta_{k,j}(t) - \alpha_3(t) \left(\varphi_{k,j} - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho_{k,j}^{(n,m)} r_{k,j}^{(n,m)} \right) \right]^+ \quad (24)$$

式中 t 为迭代次数。虽然拉格朗日乘子 $\lambda_{n,m}$ 由式(2)中的约束条件(C6)引起，但资源块的分配已由最优资源块分配规则确定，与 $\lambda_{n,m}$ 乘子无关，所以不需要通过次梯度算法更新 $\lambda_{n,m}$ 乘子。 $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ 和 $\alpha_3(t)$ 为乘子的迭代步长，满足式(25)^[12]：

$$\alpha_i(t) \rightarrow 0, \quad \sum_{t=1}^{\infty} \alpha_i(t) = \infty, \quad i = 1, 2, 3 \quad (25)$$

只要满足以上步长选择条件，次梯度更新算法一定能够收敛到最优的对偶解^[12]。

综上所述，主问题通过式(22)~式(24)不断调整拉格朗日乘子，在子问题中变化的拉格朗日乘子通过式(18)调整功率注水的水线，主问题和子问题不断迭代，直到每个 OFDM 符号分配的总功率满足约束条件为止。

3.5 DDB 算法

以上两节对式(2)中的优化问题进行了求解，得到了最优的资源块，功率分配规则，以及拉格朗日乘子更新规则，以下是完整的资源分配算法过程。

基于对偶分解(Dual Decomposition Based, DDB)的资源分配算法：具体流程如下：

(1) 初始化。初始化 $t=0$, $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$, $\alpha_3(t)$,

$\mu_m(0)$, $\beta_{k,j}(0)$, $\eta_{k,j}(0)$, $\forall k, j, m$ 为任意的非负数。

(2) For 符号数 $m=1:M$

For 子信道数 $n=1:N$

利用当前的拉格朗日乘子，根据式(21)求得在资源块 (n,m) 上的最优用户业务分配 $\rho_{k,j}^{(n,m)}$ ，再利用式(18)得到最优功率分配 $P_{k,j}^{(n,m)}$ 。

End

End

(3) 利用式(22)~式(24)更新拉格朗日乘子，按式(25)更新步长，并更新 $t=t+1$ 。

(4) 返回步骤(2)，直到问题收敛。

4 算法分析

4.1 对偶差额分析

下面分析对偶分解得到的最优解和原问题式(2)的最优解之间的对偶差额的关系。

命题 1 问题式(2)和它的对偶问题式(13)的对偶差额为零，并且式(2)最优解对应的资源块分配策略和功率分配策略可以分别通过分配规则 1 和分配规则 2 得到。

命题的证明采用类似文献[8]的证明方法，由于篇幅所限，这里不再赘述。

虽然 DDB 算法是针对问题式(2)的对偶问题式(13)提出的，但由命题 1 可知，问题式(2)和它的对偶问题式(13)的对偶差额为零，所以 DDB 算法也是求解问题式(2)的有效算法。

4.2 算法复杂度分析

DDB 算法中，当迭代步数 $t \rightarrow \infty$ 时，对偶函数 $g(\lambda, \mu, \beta, \eta)$ 的值趋近于最优值 $g^*(\lambda^*, \mu^*, \beta^*, \eta^*)$ ，最优值达到 $g - g^* < \delta$ 时，需要迭代的次数为 $O(1/\delta^2)$ ，并且迭代次数不依赖于问题中变量和约束条件个数^[11]。DDB 算法每次迭代需要求解 NM 个独立的子问题，其中资源块分配规则由式(21)确定，其复杂度为 $O(3K)$ ；当资源块分配结束后，进行最优功率分配，其复杂度为 $O(1)$ ，故每次迭代运算复杂度为 $O(3KNM)$ ，迭代次数为 $O(1/\delta^2)$ ，所以算法总复杂度为 $O(3KNM/\delta^2)$ 。

5 仿真分析结果

仿真中，总带宽为 5 MHz，子信道数为 32，每个子信道包含 8 个子载波，加性高斯白噪声功率谱密度为 -80 dBW/Hz，用户数为 7，帧长为 5 ms，每帧包含 4 个符号，信道采用 6 径频率选择性瑞利衰落信道模型。定义系统总传输信噪比为 $P_T/(BN_0)$ ^[5]。3 种业务数据包到达服从泊松分布，到达率都为 1000 个/s。rtPS 业务包长服从截短指数分布，最大值为 60 bit，最小值为 20 bit，均值为 35 bit；

nrtPS 业务和 BE 业务包长服从均匀分布, 包长分别为 110 bit 和 70 bit。对比算法为: 考虑因素并不全面的最优算法(Tao 算法^[5]); 首先进行子载波分配再进行补偿的两段式次优算法(MCPF 算法^[13])。各种业务的 QoS 要求见表 2。

表 2 各业务的 QoS 需求表

	rtPS 业务	nrtPS 业务	BE 业务
ML(ms)	60	-	-
MRTR(bit/帧)	45	140	-
MSTR(bit/帧)	140	280	280
PER	10^{-2}	10^{-4}	10^{-4}

图 1 为各算法下业务的平均违反概率示意图。总传输信噪比较小时, 总功率较低, 此时系统不能满足各业务的 QoS 要求, 3 种算法业务违反概率较高。随着总传输信噪比的增大, DDB 算法考虑因素较为全面, 所以业务违反概率最低。

用户公平性是衡量资源分配算法优劣的重要指标。公平指数(Fairness Index, FI)为

$$FI = \frac{\left[\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^3 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho_{k,j}^{(n,m)} r_{k,j}^{(n,m)} \right]^2}{K \sum_{k=1}^K \left(\sum_{j=1}^3 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \rho_{k,j}^{(n,m)} r_{k,j}^{(n,m)} \right)^2} \quad (26)$$

图 2 为不同总传输信噪比下的各算法公平性指数示意图。公平指数越接近于 1, 算法公平性越好。3 种算法考虑的用户 QoS 需求不随总传输信噪比变化而变化, 所以在不同总传输信噪比下, 3 种算法的公平性基本稳定。DDB 考虑因素全面, 公平性最好。MCPF 会将分配给空队列用户的资源进行调整, 所以它的公平性次之, 而 Tao 算法最差。

图 3 为总传输信噪比为 16 dB 时, 各用户 rtPS 业务平均传输速率图。rtPS 业务 MRTR 要求为 45 bit/帧(如最下面虚线所示), MSTR 要求为 140 bit/帧(如最上面虚线所示)。根据式(4)可得: 满足 rtPS

业务 60 ms 的延时约束最小传输速率为 100.3941 bit/帧(如中间虚线所示)。DDB 算法下的各个用户 rtPS 业务传输速率在 100 bit/帧左右, 说明该算法在满足 rtPS 业务最基本约束条件下, 将资源留给非实时业务, 从而实现非实时业务吞吐量最大化。Tao 算法没有考虑用户的 MSTR 约束, 出现第 2 个和第 5 个用户速率超过 MSTR 约束的情况。

图 4 为各算法的非实时业务总传输速率示意图。总传输信噪比增加, 总功率增加, 3 种算法下的非实时业务吞吐量增加。总功率较低时系统不能满足各业务的 QoS 要求, 3 种算法非实时业务吞吐量相差不大。但随着总传输信噪比的越大, DDB 算法的优势越明显。在总传输信噪比为 20 dB 时, DDB 算法比 Tao 算法和 MCPF 算法的吞吐量分别增加 15.7%和 7.6%。

算法复杂度方面, Tao 算法并没有考虑业务速率约束, 延时约束和队列长度之间关系, 因而不需要动态更新 $\phi_{k,j}$ 和 $\varphi_{k,j}$ 参数, 故 Tao 算法比 DDB 算法少 $O(3K)$ 次加法。此外 Tao 算法没有考虑业务的最大速率 MSTR 约束, 在计算式(21)的 $\bar{\zeta}_{k,j}$ 时并不考虑拉格朗日乘子 $\eta_{k,j}$, 所以比 DDB 算法大约又少 $O(3K)$ 次减法, 故 Tao 算法的复杂度为 $O(3KNM/\delta^2 - 6K)$ 。而 MCPF 算法是在 Tao 算法的基础上调整分配给空队列的资源, 最糟糕情况下 MCPF 算法需要轮询检查每个资源块是否满足不给空队列用户分配资源的约束条件, 所以 MCPF 算法复杂度是 $O(3KNM/\delta^2 - 6K + NM)$ 。3 种算法复杂度由低到高依次为 Tao 算法, MCPF 算法和 DDB 算法。虽然 DDB 算法复杂度最高, 但是与前两种算法依然在同一数量级上, 算法复杂度略有上升, 而 DDB 算法其它性能明显优于前两种算法。

6 结论

本文研究了多业务 OFDMA 系统资源分配问题, 提出了基于对偶分解(DDB)的最优资源分配算法。该算法以多子信道多符号数据帧为分配间隔, 综合考虑用户业务 QoS 要求、队列情况、总功率和

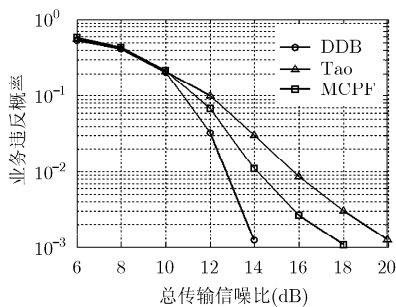


图 1 业务平均违反概率

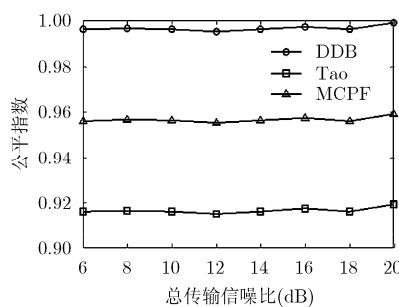


图 2 用户之间公平指数

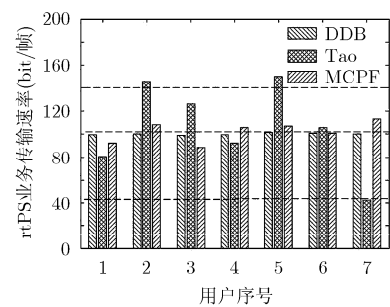


图 3 各用户 rtPS 业务平均传输速率

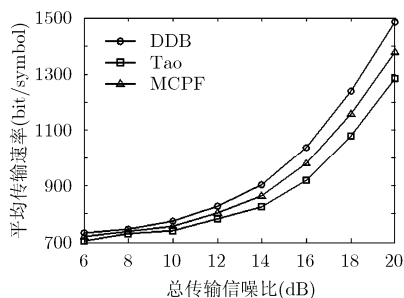


图 4 非实时业务总吞吐量

子载波独占等约束条件。与现有的最优 OFDMA 资源算法^[2-10]相比, DDB 算法考虑因素最为全面, 具有较强的实用价值。仿真结果表明, DDB 算法在业务违反概率较低、公平性较好、算法复杂度略有上升的情况下, 可以实现非实时业务吞吐量最大化。

参 考 文 献

- [1] IEEE Computer Society and the IEEE Microwave Theory and Techniques Society. IEEE std 802.16m, standard for local and metropolitan area networks — part 16: air interface for broadband wireless access systems[S]. IEEE, 2011.
- [2] Wang X and Giannakis G B. Resource allocation for wireless multiuser OFDM networks[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, 57(7): 4359-4372.
- [3] Wong C Y, Cheng R S, Letaief K B, et al. Multiuser OFDM with adaptive subcarrier, bit, and power allocation[J]. *IEEE Journal on Selected Areas Communications*, 1999, 17(10): 1747-1758.
- [4] Jang J and Lee K B. Transmit power adaptation for multiuser OFDM systems[J]. *IEEE Journal on Selected Areas Communications*, 2003, 21(2): 171-178.
- [5] Tao M X, Liang Y C, and Zhang F. Resource allocation for delay differentiated traffic in multiuser OFDM systems[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2008, 7(6): 2190-2201.
- [6] Zhang D H, Wang Y Z, and Lu J H. QoS aware relay selection and subcarrier allocation in cooperative OFDMA systems[J]. *IEEE Communications Letters*, 2010, 14(4): 294-296.
- [7] Ng D W K and Schober R. Resource allocation and scheduling in multi-cell OFDMA systems with decode-and-forward relaying[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2011, 10(7): 2246-2258.
- [8] Gao N and Wang X. Optimal subcarrier-chunk scheduling for wireless OFDMA systems[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2011, 10(7): 2116-2123.
- [9] Poggioni M, Rugini L, and Banelli P. QoS analysis of a scheduling policy for heterogeneous users employing AMC jointly with ARQ[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2010, 58(9): 2639-2652.
- [10] Hui D S W, Lau V K N, and Lam W H. Cross-layer design for OFDMA wireless systems with heterogeneous delay requirements[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2007, 6(8): 2872-2880.
- [11] Boyd S and Vandenberghe L. *Convex Optimization*[M]. Cambridge: UK, Cambridge University Press, 2004: 215-247.
- [12] Boyd S, Xiao L, and Mutapcic A. Subgradient methods[EB/OL]. <http://www.stanford.edu/class/ee392o>, 2003.
- [13] Huang J R and Niu Z S. A cross-layer proportional fair scheduling algorithm with packet length constraint in multiuser OFDM networks[C]. *IEEE Global Telecommunications Conference*, Washington, USA, Nov. 26-30, 2007: 2489-2493.

左 勇： 男，1983 年生，博士生，研究方向为无线通信、无线资源管理。

刘学勇： 男，1977 年生，副研究员，研究方向为无线通信、数字信号处理。

刘海洋： 男，1980 年生，助理研究员，研究方向为无线通信、数字信号处理。

陈 杰： 男，1963 年生，研究员，博士生导师，研究方向为无线通信、数字信号处理。