

## 基于高阶时域有限差分法与改进节点分析 法混合求解复杂传输线网络瞬态响应

王为\* 覃宇建 刘培国 周东明  
(国防科技大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

**摘要:** 该文提出一种用于求解复杂传输线网络瞬态响应的新型混合算法。通过构建混合单端口网络模型将传输线分布参数系统与集总电路分开,分别采用高阶 FDTD(2,4)与改进节点电压分析法(MNA)分析传输线与端口电路瞬态响应。与以往暂态分析方法相比,高阶 FDTD(2,4)的低数值色散特性,使得求解传输线时可采用粗网格离散,能方便处理电长度较长的传输线。同时直接采用电路分析方法求解端口电路,能够获取电路中各节点的电压电流波过程。通过几组数值实例验证了该方法的有效性及其准确性。

**关键词:** 传输线网络;非线性电路;瞬态响应;高阶 FDTD(2,4);改进节点分析

中图分类号: TN811

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)12-2999-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.00160

## The Solution of Transient Response for Complex Transmission Line Network by Hybrid Higher Order Finite Difference Time Domain-modified Nodal Analysis Method

Wang Wei Qin Yu-jian Liu Pei-guo Zhou Dong-ming

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** A novel hybrid higher order Finite Difference Time Domain (FDTD) (2,4) and Modified Nodal Analysis (MNA) method for transient response of transmission line network is proposed. By constructing a hybrid single-port network model, the distributed parameter systems are separated from lumped circuits, so the higher-order FDTD (2,4) and MNA can be used to analysis of transmission line and port circuit transient response respectively. Different from former methods, the higher-order FDTD (2,4) can utilize coarser cell sizes for calculation of electrically long transmission lines because of the lower numerical dispersion errors. At the same time, direct using of circuit analysis method to solve the port circuits, the voltage and current wave processes of each node in the circuit can be obtained. Several sets of numerical examples validate the proposed method has higher accuracy and efficiency.

**Key words:** Transmission line network; Nonlinear circuit; Transient response; Higher order Finit Difference Time Domain (FDTD) (2,4); Modified Nodal Analysis (MNA)

### 1 引言

在高速互联系统中,传输线常用作信号连接线,并在大规模高速集成电路中构成复杂的多导体传输网络。而随着微电子集成工艺技术的提高和高速电子器件的发展,终端电路非常复杂,采用电报方程结合端口戴维宁等效电路求解<sup>[1]</sup>,会随着电路的复杂度提升而变得效率低下。目前解决该问题的主要办法有:(1)根据SPICE子电路模型<sup>[2,3]</sup>,建立传输线的 $\pi$ 型或T型等效电路,利用软件对整个传输网络进行分析,但是随着网络规模增大分析效率会急剧下

降;(2)采用频域方法<sup>[4]</sup>,通过构建传输网络的总散射参数矩阵,进而求得网络响应,但难以求解端口电路含非线性元件的网络问题;(3)将改进节点分析法(Modified Nodal Analysis, MNA)与传输线方程相结合<sup>[5]</sup>,传输线等效成电路中的一部分,完成整个传输网络瞬态分析。最近,文献[6]在研究色散线问题中,将传输线等效为一个二端口网络并与电路相连,文献[7]也在此基础上,将其推广到多导体色散线,有效地解决了线-路端口连接问题。

本文在文献[6,7]基础上,提出了一种新的混合单端口网络模型,利用置换定理将线与路通过受控源的形式连接起来,更好地实现了电路与传输线的有效搭接,并由此发展了高阶时域有限差分法

2012-02-22 收到, 2012-09-13 改回

湖南省研究生创新基金(CX2010B015)资助课题

\*通信作者: 王为 wangwei19841126@yahoo.com.cn

(FDTD(2,4))(时间具有二阶精度,空间具有四阶精度)与MNA法的混合算法。研究表明,该方法的最大优势:(1)对传输线,由于高阶算法的低数值色散性,采用较少的离散点就能获得满意的数值精度,提高了计算效率;(2)对端口电路,直接的电路分析方便求解任意大规模集成电路,并能得到电路中各节点的电压响应。论文第2,3节分别介绍应用高阶FDTD(2,4)求解传输线方程的方法和MNA求解电路响应的方法;第4节阐述单端口网络模型及混合算法的基本理论;第5节给出数值仿真结果;最后对全文进行总结。

## 2 基于高阶FDTD(2,4)的多导体传输线算法

考虑 $(N+1)$ 根导体耦合传输线系统,均匀与非均匀线都满足如下时域电报方程:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} + \mathbf{L}(x) \frac{\partial \mathbf{I}}{\partial t} = -\mathbf{R}(x) \mathbf{I} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{I}}{\partial x} + \mathbf{C}(x) \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -\mathbf{G}(x) \mathbf{V} \quad (2)$$

其中 $\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{I}$ 分别为传输线不同位置不同时刻的电压、电流矢量; $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{G}$ 分别对应线上单位长电感、电容、电阻、电导矩阵,在均匀线的情况下,上述矩阵对应于 $N$ 阶常数矩阵。

为了求解式(1),式(2),通常采用二阶的FDTD(2,2)方法<sup>[1]</sup>,将电压电流分别在空间与时间上以 $\Delta x/2$ 和 $\Delta t/2$ 为间隔交替离散取点,按中心差分公式将式(1)和式(2)离散并整理,得到如下迭代方程:

$$\mathbf{U}_n^m = \left( \frac{\Delta x}{\Delta t} \mathbf{C} + \frac{\Delta x}{2} \mathbf{G} \right)^{-1} \cdot \left[ \left( \frac{\Delta x}{\Delta t} \mathbf{C} - \frac{\Delta x}{2} \mathbf{G} \right) \mathbf{U}_n^{m-1} + \mathbf{I}_{n-1}^{m-1} - \mathbf{I}_n^{m-1} \right] \quad (3)$$

$$\mathbf{I}_n^m = \left( \frac{\Delta x}{\Delta t} \mathbf{L} + \frac{\Delta x}{2} \mathbf{R} \right)^{-1} \cdot \left[ \left( \frac{\Delta x}{\Delta t} \mathbf{L} - \frac{\Delta x}{2} \mathbf{R} \right) \mathbf{I}_n^{m-1} + \mathbf{U}_n^m - \mathbf{U}_{n+1}^m \right] \quad (4)$$

式中 $\mathbf{U}_n^{m-1}$ 表示在 $(m-1)\Delta t$ 时间点和 $n\Delta x$ 空间点处的电压向量; $\mathbf{I}_n^{m-1}$ 表示在 $(m-1/2)\Delta t$ 时间点和 $(n+1/2)\Delta x$ 空间点处的电流向量。同时为了保证算法稳定,须满足 $\Delta t \leq \Delta x/v$ ,其中 $v$ 为电磁波在多导体传输线中传输的最大模式速度。

但是这种低阶FDTD方法在求解过程中需要采用精细网格离散才能获得较好的数值精度,这对于电长度较长的传输线则无疑降低了计算效率。因此本文引入了高阶FDTD(2,4)算法,由于它在空间离散过程中具有四阶精度,能够有效降低数值色散误

差<sup>[8]</sup>,因而在离散过程中可以采取较大的空间步以获得基于传统低阶FDTD算法在精细网格离散下的同等求解精度。

采用空间四阶中心差分公式<sup>[8]</sup>离散传输线方程式(1)和方程式(2),得到

$$\mathbf{U}_n^m = \frac{24 \cdot \Delta x \left( \frac{\mathbf{C}(x)}{\Delta t} - \frac{\mathbf{G}(x)}{2} \right) \mathbf{U}_n^{m-1}}{24 \cdot \Delta x \left( \frac{\mathbf{C}(x)}{\Delta t} + \frac{\mathbf{G}(x)}{2} \right)} - \frac{(\mathbf{I}_{n-2}^m - 27 \cdot \mathbf{I}_{n-1}^m + 27 \cdot \mathbf{I}_n^m - \mathbf{I}_{n+1}^m)}{24 \cdot \Delta x \left( \frac{\mathbf{C}(x)}{\Delta t} + \frac{\mathbf{G}(x)}{2} \right)} \quad (5)$$

其中 $n = 3, 4, \dots, \text{NDX} - 1$ ,  $\text{NDX}$ 为传输线总的分段数。

$$\mathbf{I}_n^m = \frac{24 \cdot \Delta x \left( \frac{\mathbf{L}(x)}{\Delta t} - \frac{\mathbf{R}(x)}{2} \right) \mathbf{I}_n^{m-1}}{24 \cdot \Delta x \left( \frac{\mathbf{L}(x)}{\Delta t} + \frac{\mathbf{R}(x)}{2} \right)} - \frac{(\mathbf{U}_{n-1}^m - 27 \cdot \mathbf{U}_n^m + 27 \cdot \mathbf{U}_{n+1}^m - \mathbf{U}_{n+2}^m)}{24 \cdot \Delta x \left( \frac{\mathbf{L}(x)}{\Delta t} + \frac{\mathbf{R}(x)}{2} \right)} \quad (6)$$

其中 $n = 2, 3, \dots, \text{NDX} - 1$ 。

与FDTD(2,2)相比,FDTD(2,4)具有更加严格的稳定性条件<sup>[8]</sup>:

$$\Delta t \leq \frac{6 \Delta x}{7 v} \quad (7)$$

基于文献[8],这种算法的数值色散关系可以写为

$$\frac{1}{144} \frac{[27 \sin(1/2k\Delta x) - \sin(3/2k\Delta x)]^2}{(\Delta x/2)^2} = \frac{\omega^2}{c^2} \quad (8)$$

根据式(8),对于一个入射波长为 $\lambda$ 的电磁波,空间离散间隔 $\Delta x$ 与色散误差满足如下不等式:

$$\Delta x \leq \frac{\lambda}{12\pi} [27 \sin(\pi/\lambda\Delta x) - \sin(3\pi/\lambda\Delta x)] \quad (9)$$

从式(9)可以看出,当 $\Delta x = \lambda/2$ 时,仍然不会造成因为离散而带来的数值色散。与传统FDTD方法相比( $\Delta x \leq \lambda/12$ ),FDTD(2,4)放宽了空间离散间隔所带来的限制,因而对传输线进行粗网格取点能够有效保证数值精度。此外,由于FDTD(2,4)不能获取传输线端点附近的电压电流,为保证线上电压电流连续性<sup>[7]</sup>,计算 $\mathbf{I}_1^{m+1/2}$ ,  $\mathbf{I}_{\text{NDX}}^{m+1/2}$ ,  $\mathbf{U}_2^{m+1}$ ,  $\mathbf{U}_{\text{NDX}}^{m+1}$ 时,采用式(3)和式(4)求解。具体的电压电流迭代关系如图1所示。

## 3 改进节点分析法(MNA)

当传输网络终端接复杂电路时,往往需要建立等效电路模型,然后采用MNA法进行求解。MNA

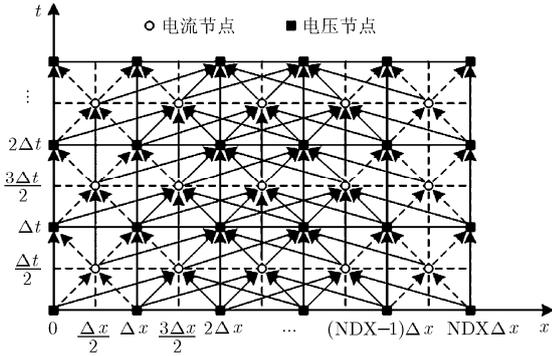


图 1 高阶 FDTD(2,4) 电流电压迭代关系图

法的基本思想是在节点电压法基础之上发展起来的，其中的电路变量不仅包括原来的节点电压还包含电感支路电流和独立电压源电流<sup>[9]</sup>。对一个由线性电阻以及独立电压源、电流源组成的电路，MNA 法可以表示成：

$$\mathbf{A}\mathbf{X}_j = \mathbf{Z}_j \quad (10)$$

其中  $j \doteq j\Delta t$  时刻， $\mathbf{A}$  表示由线性电阻组成的系数矩阵， $\mathbf{X}$  为节点电压、电压源电流组成的未知矢量矩阵， $\mathbf{Z}$  表示由独立电压源电压、独立电流源电流构成的常数矩阵。矩阵维数等于非参考节点与电压源数之和。如果电路中存在非线性元件，则式(10)变为如下形式：

$$\mathbf{A}[\mathbf{X}_j + \mathbf{F}(\mathbf{X}_j^m)] = \mathbf{Z}_j + \mathbf{Z}_j(\mathbf{X}_j^m) \quad (11)$$

式中左边引入了由非线性元件构成的非线性函数矩阵  $\mathbf{F}$ ，其中矩阵元素由非线性关系  $f_i$  (非线性器件决定) 以及 0 元素 (用于填充矩阵) 组成，方程右边引入了它对线性系统常数矩阵的贡献； $\mathbf{X}_j^m$  表示与非线性器件相关的节点电压矩阵。

对于线性系统，方程式(10)左边系数矩阵通常为对称稀疏矩阵，可采用高斯-约旦法求解，而对于非线性系统，则需要采用牛顿-拉夫逊或拟牛顿法进行迭代求解。

## 4 高阶 FDTD(2,4) 与 MNA 混合计算方法

### 4.1 双导体传输线网络混合单端口等效模型

采用迭代方程(5)和方程(6)来求解传输线问题时，需要考虑终端电路的影响。由于 FDTD 离散过程中端点电压电流以  $\Delta x/2$  和  $\Delta t/2$  为间隔交替分布，因而需要在传输线两端各添加长度为  $\Delta x/2$  的线单元，以保证边界点电压电流同步<sup>[6]</sup>。这样在电路系统中添加了一项等效电导  $G_{eq}$  为

$$G_{eq} = \frac{\Delta x}{2\Delta t} C(x) + \frac{\Delta x}{2} G(x) \quad (12)$$

其中  $C, G$  分别为传输线单位长电容、电导。为了将 FDTD 与 MNA 结合，将传输线与电路分成两个

单端口网络，根据置换定理将电路子系统用受控电压源置换与传输线子系统相连；同时，将传输线子系统用受控电流源置换与电路系统相连，完成端口网络拆分，构成传输线网络混合单端口模型，如图 2 所示，其中 CKT 表示电路系统，TL 表示传输线系统。

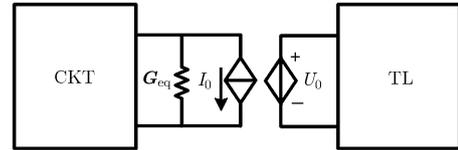


图 2 线、路混合单端口网络模型

图 2 为传输线源端口的混合模型，在线终端，模型实质也是相同的。只是对应的受控电流源电流方向为相反方向，这也是为了保持电路对称性。

**4.1.1 电路子系统求解** 对于线性电阻以及电压源组成的集总电路，与传输线系统相连，利用上述方法将端口网络拆分如图 3 所示。

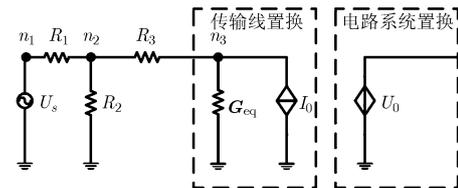


图 3 线、路单端口网络拆分模型示例

可以引入包含 3 个节点电位和 1 个电压源电流共计 4 个变量。根据 MNA 法分别构建系数矩阵  $\mathbf{A}$ ，未知向量  $\mathbf{X}$  以及常数矩阵  $\mathbf{Z}$ 。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1/R_1 & -1/R_1 & 0 & 1 \\ -1/R_1 & 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 & -1/R_3 & 0 \\ 0 & -1/R_3 & 1/R_3 + G_{eq} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X} = [U_1 \quad U_2 \quad U_3 \quad I_s]^T$$

$$\mathbf{Z} = [0 \quad 0 \quad -I_0 \quad U_s]^T$$

由上述矩阵可知，传输线系统置换的受控电流源  $I_0$  以及等效电导  $G_{eq}$  当成电路中的一部分参与电路矩阵运算，通过式(10)计算得到各个节点电压值。对于包含非线性器件的电路同样可以通过式(11)求解。

**4.1.2 传输线子系统求解** 根据混合模型，采用 MNA 法求出电路中各个节点电压后，将电路系统通

过置换定理以受控电压源替代, 该电压源值为与受控电流源相连的节点电压, 然后参与传输线子系统利用 FDTD(2,4)求解。在图 3 所示电路中, 受控源  $U_0$  等于节点  $n_3$  电压  $U_3$ 。

需要注意的是, 利用 FDTD(2,4)求解电报方程时, 每一时间步都会更新受控电流源, 这样电路求解也需要同步更新计算得到受控电压源, 从而实现整个网络系统的递进求解。

#### 4.2 耦合多导体传输线网络混合单端口等效模型

对于耦合互联线网络, 需要对上述混合单端口模型进行扩展, 如图 4 所示。

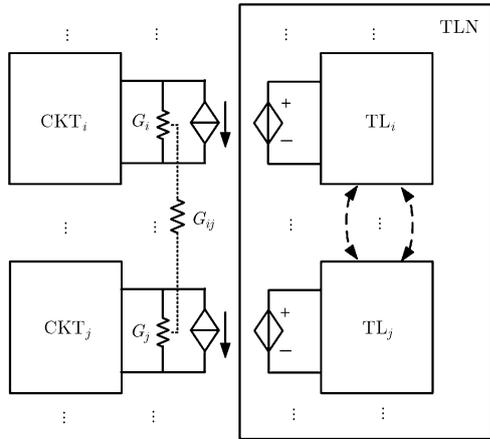


图 4 耦合多导体线、路混合单端口网络扩展模型

与图 2 所示的模型相比, 接口处的等效电导需要考虑线缆间的互耦合效应。此时子电路与传输线之间的等效电导  $G_{eq}$  写成如下矩阵形式:

$$\mathbf{G}_{eq} = \begin{bmatrix} G_i & G_{ij} \\ G_{ij} & G_j \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中  $G_{ij}$  由互耦合参数(电容、漏电导)构成, 采用式(12)进行求解。

同理, 由传输线子系统置换成的受控电压源向量  $\mathbf{U}$  以及由电路子系统置换成的受控电流源向量  $\mathbf{I}$  分别写为

$$\mathbf{U} = [U_0, U_1, \dots, U_i, \dots, U_j, \dots]^T \quad (14)$$

$$\mathbf{I} = [I_0, I_1, \dots, I_i, \dots, I_j, \dots]^T \quad (15)$$

式中  $i, j$  分别表示第  $i, j$  个电路(传输线)子系统, 如图 4。完成耦合传输网络拆分之后, 针对电路子系统采用式(10)和式(11)求解, 传输线子系统采用式(5)和式(6)求解, 保证电路受控电流源  $\mathbf{I}$  与传输线受控电压源  $\mathbf{U}$  每一时步同步更新, 从而获得整个网络的瞬态响应。

## 5 数值算例

为了验证上述模型的正确性以及高阶 FDTD(2,

4)算法的计算效率与求解精度, 我们将在下面进行 3 个实例的数值仿真。

**实例 1** 如图 5(a)所示的均匀耦合多导体传输线网络, 其分布参数矩阵同文献[10], 线长 0.1 m, 激励信号为一单位脉冲, 上升及下降沿均为 0.4 ns, 持续时间 5.8 ns。图 5(b)给出了混合单端口网络等效模型。

采用本文方法对整个传输网络系统进行瞬态分析, 得到终端电路输出端口  $V_{out}$  电压响应如图 5(c)所示。结果与文献[10]TDIE 求解的结果吻合非常好, 说明了本文提出的模型及混合方法对均匀耦合多导体传输网络分析的有效性和准确性。

**实例 2** 考虑由双导体组成的传输网络系统, 终端电路接有非线性负载, 相关电路结构及参数设置如图 6(a)。传输线左端采用 1 V 梯形脉冲源激励, 对应的上升、下降沿为 1.5 ns, 持续时间为 7.5 ns, 终端电路非线性元件满足伏安关系:  $I_1 = 0.001V_1^3$ ,  $I_2 = V_2^3/500 + V_2/750$ ,  $I_3 = 0.001V_3^3$ 。

利用混合单端口网络模型, 实现整个传输网络的线-路拆分。仿真中, 取  $\Delta x = 0.05$  m,  $\Delta t = 30$  ps, 与 HSPICE(时间步为 6 ps)仿真结果进行对比, 图 6(b)给出了终端电路  $S_1$  处的电压瞬态响应。图中分别考虑了理想导体与有耗导体的情形, 其中有耗导体对应分布电阻及电导参数为  $R = 2.6 \Omega/m$ ,  $G = 5.3$  mS/m。由图 6(b)可以看出, 有耗导体线与理想传输线相比, 端口电压响应明显偏小, 这与实际是一致的; 另一方面, 本文方法与 HSPICE 计算结果虽几近重合, 仍存在细微差异, 这是因为 Hspice 软件分析传输线是完全基于电路方法, 而本文则是基于数值离散, 由这种离散带来的数值误差是不可避免的。但是其数值结果仍然保持了一个合理的精度, 能够有效评估电路结构的电特性。

**实例 3** 为了验证本文方法可以用于非均匀传输线网络瞬态分析, 同时对于大空间步长选取具有更好的数值稳定性。图 7(a)给出了一个包含非线性负载, 线长为 0.1 m 的耦合多导体非均匀传输线网络, 图中传输线 T1 和 T4 分布参数为<sup>[11]</sup>

$$\mathbf{L}(x) = \begin{bmatrix} L(x) & L_m(x) \\ L_m(x) & L(x) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}(x) = \begin{bmatrix} C(x) & C_m(x) \\ C_m(x) & C(x) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}(x) = \begin{bmatrix} R(x) & R_m(x) \\ R_m(x) & R(x) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}(x) = \begin{bmatrix} G(x) & G_m(x) \\ G_m(x) & G(x) \end{bmatrix}$$

传输线 T2, T3 分布参数为  $L(x), C(x), R(x)$  和  $G(x)$ , 其中

$$L(x) = \frac{387.0}{1.0 + 0.1[1.0 + 0.6 \sin(\pi x + \pi/4)]} \quad (\text{nH/m})$$

$$L_m(x) = 0.1[1.0 + 0.6 \sin(\pi x + \pi/4)]L(x) \text{ (nH/m)}$$

$$C(x) = \frac{104.13}{1.0 - 0.15[1.0 + 0.6 \sin(\pi x + \pi/4)]} \text{ (pF/m)}$$

$$C_m(x) = -0.15[1.0 + 0.6 \sin(\pi x + \pi/4)]C(x) \text{ (pF/m)}$$

$$R(x) = 100 \Omega/\text{m}, R_m(x) = 0, G(x) = 0, G_m(x) = 0$$

终端电路中二极管的伏安特性为： $I = 10^{-8}(e^{40V} - 1)$ 。

仿真中将传输线等分为 10 段，取时间步长为

16.7ps，分别采用高阶 FDTD(2,4)、低阶 FDTD(2,2) 结合 MNA 法求解传输线 T1 端口  $S_1, S_2$  以及传输线 T4 端口  $L_1, L_2$  电压响应，结果如图 7(b)和图 7(c) 所示。从图中可以看到，受到终端电路非线性元件的影响，算例中各点达到稳定状态所需时间较长，并且出现尖峰状电压响应。而局部放大图中采用低阶 FDTD(2,2)计算出来的结果与本文方法相比出现明显的数值振荡。验证了本文高阶算法具有高数值稳定性及高精度。

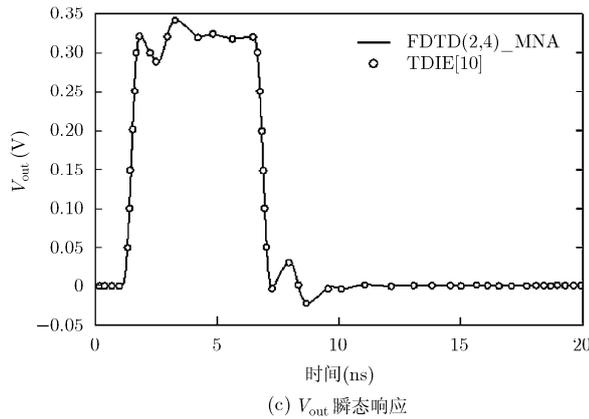
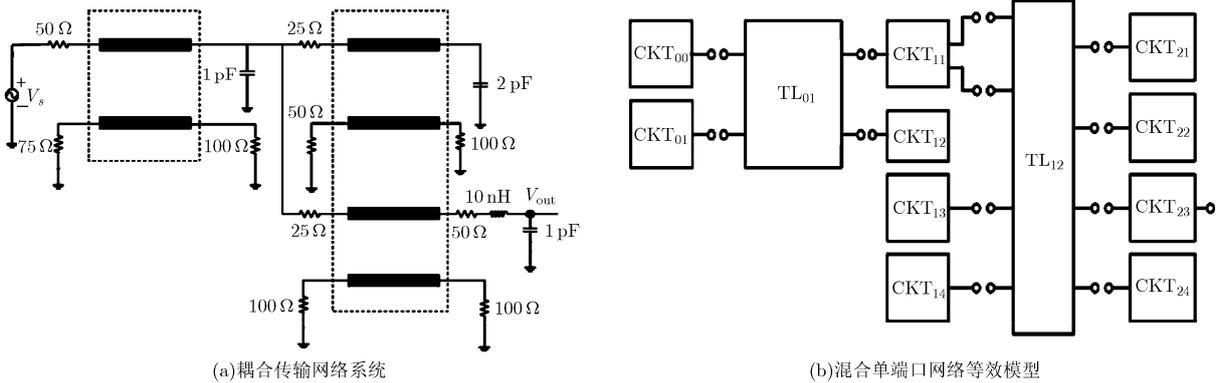
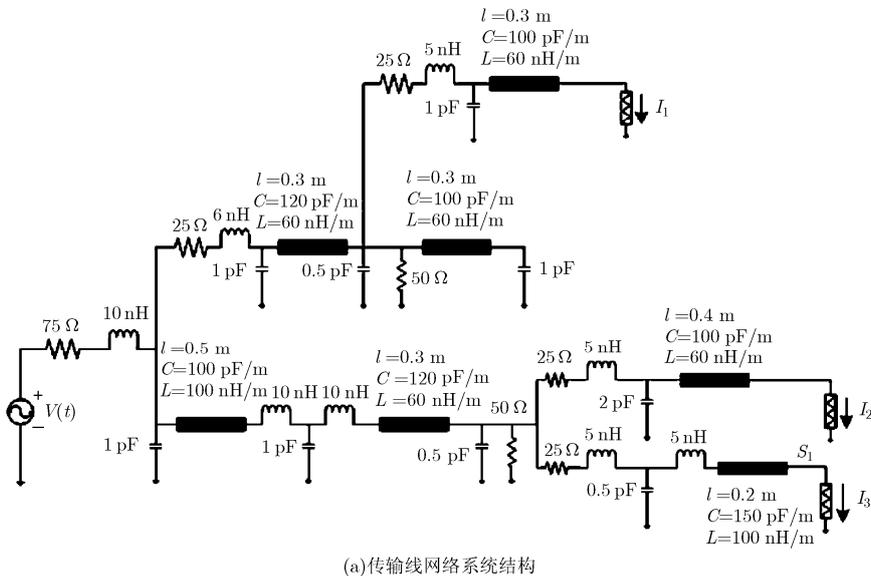
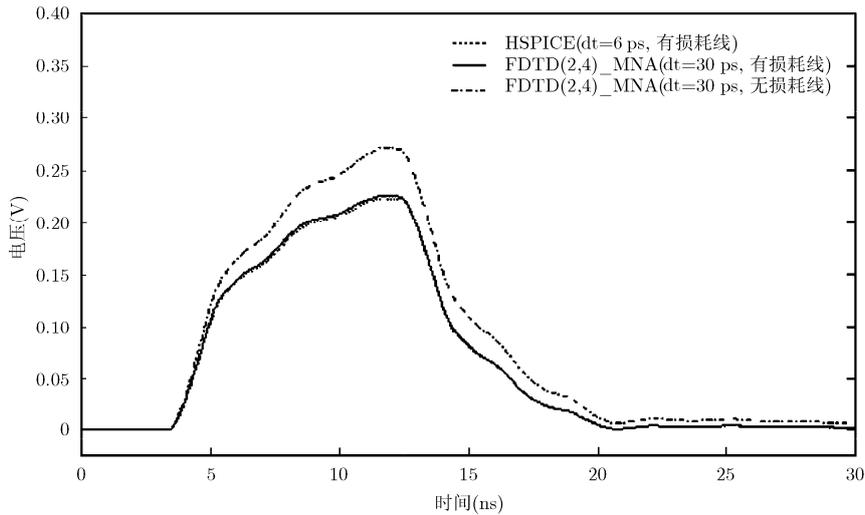


图 5 均匀耦合多导体传输线网络

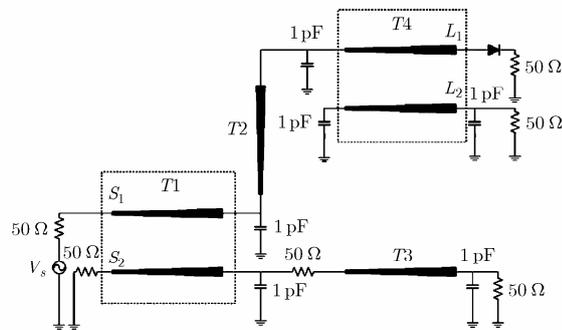


(a) 传输线网络系统结构

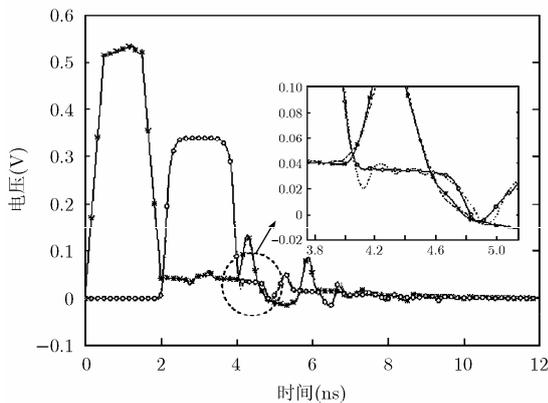


(b)终端电路 $S_1$ 瞬态响应

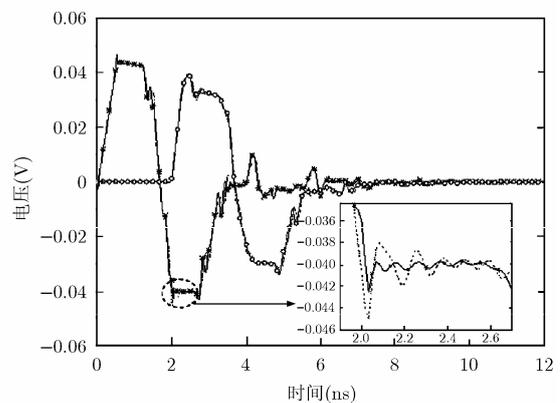
图 6 端接非线性负载的双导体传输线网络



(a)非均匀传输线网络系统结构



(b)端口 $S_1$ 与 $L_1$ 电压瞬态响应



(c)端口 $S_2$ 与 $L_2$ 电压瞬态响应

图 7 端接非线性负载的耦合非均匀传输线网络

## 6 结束语

针对端接复杂电路的传输线网络瞬态响应分析困难的问题,根据电路置换定理,本文提出了一种利用受控源连接的线路混合单端口网络模型。为了提高数值精度及求解效率,发展了基于传输线仿真

的高阶 FDTD(2,4)与基于电路求解的 MNA 混合算法。数值算例结果表明该算法解决这一问题是有行之有效的。

## 参考文献

[1] 齐磊, 卢铁兵, 崔翔. 端接非线性负载的非均匀传输线瞬态分

- 析[J]. 电波科学学报, 2003, 18(2): 153-156.
- Qi Lei, Lu Tie-bing, and Cui Xiang. Transient analysis for nonuniform transmission lines with nonlinear loads[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2003, 18(2): 153-156.
- [2] Xie H Y, Wang J G, and Fan R Y. A hybrid FDTD-SPICE method for transmission lines excited by a nonuniform incident wave[J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2009, 51(3): 811-817.
- [3] Xie H Y, Wang J G, Fan R Y, *et al.* SPICE models for prediction of disturbances induced by nonuniform fields on shielded cables[J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2011, 53(1): 185-192.
- [4] Tesche F M and Butler C M. On the addition of EM field propagation and coupling effects in the BLT equation[R]. Interaction Notes, Note 588, 2004.
- [5] Dou Lei and Wang Zhi-quan. An analysis method for high-speed circuit systems[J]. *Journal of Electronics (China)*, 2006, 23(3): 467-470.
- [6] Kordi B and LoVetri J. Finite-difference analysis of dispersive transmission lines within a circuit simulator[J]. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2006, 21(1): 234-243.
- [7] Tang Min and Mao Jun-fa. Finite-difference analysis of interconnects with frequency-dependent parameters based on equivalent circuit models[J]. *IEEE Transactions on Advanced Packaging*, 2010, 33(2): 457-468.
- [8] Lan Kang, Liu Yao-wu, and Lin Wei-gan. A higher order (2,4) scheme for reducing dispersion in FDTD algorithm[J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 1999, 41(2): 160-166.
- [9] Reis T. Circuit synthesis of passive descriptor systems-a modified nodal approach[J]. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 2010, 38(1): 44-68.
- [10] Bagei H, Yilmaz A E, and Michielssen E. An FFT-accelerated time domain multiconductor transmission line simulator[J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2010, 52(1): 199-215.
- [11] Dou Lei and Dou Jiao. Sensitivity analysis of lossy nonuniform multiconductor transmission lines with nonlinear terminations[J]. *IEEE Transactions on Advanced Packaging*, 2010, 33(2): 492-498.
- 王 为: 男, 1984 年生, 博士生, 研究方向为计算电磁学及电磁兼容等.
- 覃宇建: 男, 1981 年生, 讲师, 博士, 从事电磁兼容及电磁拓扑理论等研究.
- 刘培国: 男, 1969 年生, 教授, 博士生导师, 从事电磁兼容、电磁防护、生物电磁、目标与环境特性等研究.
- 周东明: 男, 1976 年生, 副教授, 博士, 从事计算电磁学及电磁兼容等研究.