

一种分解迭代二阶锥规划鲁棒自适应波束形成算法

金伟^{*①} 贾维敏^① 姚敏立^① 邹翔^②

^①(第二炮兵工程大学 西安 710025)

^②(电子工程学院 合肥 230037)

摘要: 为有效克服导向矢量大失配误差对自适应波束形成器的影响, 该文提出了一种最差性能最优的分解迭代鲁棒自适应波束形成算法。该算法对非凸的幅度响应约束问题进行分解处理, 将问题转化为迭代的二阶锥规划问题, 从而可对鲁棒响应区的波束宽度和纹波水平进行自由控制, 并可得到较高的输出信干噪比。此外, 与现有大部分该类鲁棒波束形成方法相比, 提出的算法直接对权矢量进行优化, 无需使用谱分解算法, 避免了阵列结构的限制, 可适用于任意阵形。仿真结果验证了算法的正确性和有效性。

关键词: 自适应波束形成; 导向矢量; 权矢量; 二阶锥规划

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)09-2051-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.00146

A Robust Adaptive Beamforming Algorithm Using Decomposition and Iterative Second-order Cone Programming

Jin Wei^① Jia Wei-min^① Yao Min-li^① Zou Xiang^②

^①(The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

^②(Electronic Engineering Institute, Hefei 230037, China)

Abstract: To overcome effectively the influence of large steering vector mismatch on the performance of adaptive beamformer, a Robust Adaptive Beamformer using Decomposition and Iterative Second-Order Cone Programming via Worst-Case performance optimization (RAB-DISOCP-WC) is proposed in this paper. Due to the decomposition and iterative method for the non-convex magnitude response constraints, the problem can be optimally solved using iterative Second-Order Cone Programming (SOCP), then the beamwidth and ripple of the robust response region can be flexibly controlled by the proposed method, and the output Signal-to-Interference-and-Noise Ratio (SINR) can be obviously improved. Moreover, in contrast to most of this class of robust beamformers, the proposed approach can get the optimal weight vector directly, and it does not need any spectral factorization. Thus, the proposed approach does not have any array geometry constraint, and it is applicable to arbitrary array geometries. Simulation results verify the correctness and validity of the proposed approach.

Key words: Adaptive beamforming; Steering vector; Weight vector; Second-order cone

1 引言

波束形成广泛应用于雷达、声纳、射电天文、地震学、通信和医疗成像等领域^[1]。与不依赖于接收数据的波束形成相比, 自适应波束形成可以更加有效地抑制空间干扰和噪声、增强期望信号^[2,3]。然而, 当期望信号的导向矢量或阵列接收数据协方差矩阵与真实值存在失配误差时, 传统自适应波束形成器性能将会急剧恶化。因此, 如何增强自适应波束形成器的鲁棒性成为阵列传感器应用系统一个重要的

研究课题。

Capon 波束形成器是自适应波束形成器的典型代表^[4], 目前关于自适应波束形成器的鲁棒性的研究主要都是基于这一问题模型进行的^[5-9]。文献[7]的最差性能法(Worst-Case, WC)和文献[8]的鲁棒 Capon 波束法(Robust Capon Beamformer, RCB)是基于不确定集理论发展起来的, 它们是鲁棒波束形成方法的典型代表, 为鲁棒波束形成器的研究提供了一个新的思路。该类方法通过对导向矢量的失配误差进行建模, 将其限定在球体或椭球体内, 从而将问题转化为凸优化问题或对最优加载量的数值求解问题。文献[8]还证明了这两种算法都可归为对角加载算法的范畴^[6]。

2012-02-20 收到, 2012-06-25 改回

国家自然科学基金(61179004, 61179005)资助课题

*通信作者: 金伟 jinweimail@126.com

当导向矢量失配误差较大时,基于不确定集的鲁棒波束形成器需要构造较大的不确定集,这在一定程度上使得波束形成器对干扰信号的抑制能力下降,从而导致鲁棒波束形成器性能下降^[10,11],因此如何提高波束形成器在导向矢量大失配误差下的鲁棒性成为一个重要研究方向。近些年,学者们陆续提出了一系列克服导向矢量大失配误差影响的鲁棒波束形成器^[10-17]。关于此类问题较具代表性的方法为文献[12,13]提出的主瓣幅度约束方法,它们借用FIR滤波器的幅度约束和谱分解思想^[18],提出了可以自由控制鲁棒响应区的波束宽度和纹波水平的算法,但是这些算法只适用于均匀线阵和间距为最小间距整数倍的线阵。文献[14]对之进行了转化和迭代处理,使之可以适用于任意阵形。文献[15,16]虽然可以在一定程度上克服较大的导向矢量失配误差,但它们只对方向失配误差有效。

针对导向矢量失配误差较大的情况,本文提出了一种最差性能最优的分解迭代方法,将文献[12,13]的非凸幅度约束问题转化成迭代的二阶锥规划问题。提出的波束形成器可以自由控制鲁棒响应区波束宽度和纹波水平,能够有效克服较大的导向矢量失配误差。而且,与文献[12,13]相比,该方法不需要谱分解,可以适用于任意结构的阵列。

2 问题描述

自适应波束形成器的输出通常可表示为

$$y(k) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(k) \quad (1)$$

式中 $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_M]^T$ 为自适应阵列加权矢量, M 为阵元个数, $\mathbf{x}(k)$ 为 $M \times 1$ 维阵列接收数据矢量, $y(k)$ 为阵列输出, k 为采样时刻, $(\cdot)^T$ 表示转置, $(\cdot)^H$ 表示共轭转置。

波束形成器的接收数据矢量 $\mathbf{x}(k)$ 可表示为

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{s}(k) + \mathbf{i}(k) + \mathbf{n}(k) = s(k)\mathbf{a}(\theta_0) + \mathbf{i}(k) + \mathbf{n}(k) \quad (2)$$

其中 $\mathbf{s}(k)$, $\mathbf{i}(k)$, $\mathbf{n}(k)$ 分别为统计独立的期望信号、干扰信号和噪声分量, $s(k)$ 为期望信号波形, $\mathbf{a}(\theta_0)$ 为期望信号对应的导向矢量, θ_0 为期望信号的来波方向。

2.1 Capon 波束形成器

经典的 Capon 波束形成器可表示为

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w}, \quad \text{s.t. } \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0) = 1 \quad (3)$$

其中 \mathbf{R}_{i+n} 表示干扰加噪声协方差矩阵。在实际应用中, \mathbf{R}_{i+n} 难以得到,因此一般都用阵列输出的采样协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$ 代替,假设快拍数为 N , 则

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^H(k) \quad (4)$$

此时的 Capon 波束形成算法称为采样矩阵求逆

算法(Sample Matrix Inversion, SMI)^[1], 其最优权矢量为

$$\mathbf{w}_0 = \frac{\hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)}{\mathbf{a}^H(\theta_0) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)} \quad (5)$$

2.2 鲁棒响应区幅度约束

在实际情况下,难以得到精确的期望信号方向 θ_0 , 假定的期望信号方向 $\bar{\theta}_0$ 与真实值 θ_0 之间存在一定的失配误差。当失配误差较大时,优秀的不确定集类鲁棒波束形成算法性能会有所下降^[10,11]。为有效克服大的导向矢量方向失配误差,文献[12,13]借用FIR滤波器的幅度约束和谱分解思想^[18],对鲁棒响应区进行了幅度约束,即

$$L \leq |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta)| \leq U, \quad \theta \in [\theta_L, \theta_U] \quad (6)$$

其中 $|\cdot|$ 为求绝对值运算(在这里也表示对复数进行求模运算), θ 为要进行幅度约束的信号方向, U , L 分别为幅度约束的上下限, θ_U , θ_L 分别为鲁棒响应区 $[\theta_L, \theta_U]$ 的上下限,并且将 $\theta_U - \theta_L$ 称为鲁棒响应区的波束宽度,期望信号的真实方向 θ_0 和假设方向 $\bar{\theta}_0$ 均包含在 $[\theta_L, \theta_U]$ 内。对 \mathbf{w} 而言, $L \leq |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta)|$ 是非凸的^[12]。因此,具有式(6)约束的优化问题难以直接通过现有的凸优化方法来求解。文献[12,13]将优化问题进行转化,先求出一个关于 \mathbf{w} 的自相关序列,然后再通过谱分解的方法对权矢量进行求解。由于谱分解理论对解唯一性的限制,该算法只能适用于特定结构的阵列,其中算法[12]只适用于均匀线阵,算法[13]有所扩展,但也只适用于间距为最小间距整数倍的线阵。

3 最差性能最优的分解迭代二阶锥规划鲁棒自适应波束形成(RAB-DISOCP-WC)

基于式(6)的幅度响应约束,文献[19,20]从方向图综合的角度讨论了期望主瓣幅度响应波束设计,但并未考虑干扰抑制问题。为有效克服较大导向矢量偏差,本文在考虑式(6)的幅度响应约束基础上,提出了最差性能最优的分解迭代二阶锥规划鲁棒自适应波束形成器 RAB-DISOCP-WC。

3.1 分解迭代二阶锥规划鲁棒自适应波束形成(RAB-DISOCP)

结合式(6)的幅度响应约束,并令目标函数为阵列输出功率最小化,则鲁棒波束形成问题可描述为

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}, \quad \text{s.t. } L \leq |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta)| \leq U, \quad \theta \in [\theta_L, \theta_U] \quad (7)$$

其中 \mathbf{R} 表示真实的协方差矩阵,式(7)的约束可以写为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{w} &\leq U^2, \quad \theta \in [\theta_L, \theta_U] \\ \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{w} &\geq L^2, \quad \theta \in [\theta_L, \theta_U] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

为求解问题(7), 采用文献[19]中的引理 3.1, 并将该引理重述如下:

引理 1 对任意给定的 $\mathbf{a}(\theta) \in \mathbf{C}^M$ 和 L, U , 必然存在 $\mathbf{w} \in \mathbf{C}^M$ 满足式(8), 当且仅当, 存在 $\mathbf{w}_1 \in \mathbf{C}^M$ 和 $\mathbf{w}_2 \in \mathbf{C}^M$, 满足式(9)

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2)^H \mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta) (\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2) &\leq U^2, \quad \theta \in [\theta_L, \theta_U] \\ 4 \operatorname{Re}\{\mathbf{w}_1^H \mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{w}_2\} &\geq L^2, \quad \theta \in [\theta_L, \theta_U] \end{aligned} \right\} (9)$$

而且, 如果式(9)有可行解 \mathbf{w}_1 和 \mathbf{w}_2 , 则 $\mathbf{w} = \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2$ 为式(8)的可行解。

证明过程见文献[19]。

根据上述引理, 式(7)的优化问题可转化为

$$\left. \begin{aligned} \min_{\mathbf{w}_2} (\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2)^H \mathbf{R} (\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2) \\ \text{s.t. } (\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2)^H \mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta) (\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2) &\leq U^2, \quad \theta \in [\theta_L, \theta_U] \\ 4 \operatorname{Re}\{\mathbf{w}_1^H \mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{w}_2\} &\geq L^2, \quad \theta \in [\theta_L, \theta_U] \end{aligned} \right\} (10)$$

观察式(10)可以发现, 将 \mathbf{w}_1 固定, 则相对 \mathbf{w}_2 来说, 该优化问题是一个二阶锥规划问题, 可以应用凸优化工具箱对问题进行求解。而且, 如果 \mathbf{w}_2 固定, 也可以类似得到以 \mathbf{w}_1 为变量的二阶锥规划问题。结合引理 1, 可以发现, 在 \mathbf{w}_1 固定的情况下, 只要通过式(10)求解出 \mathbf{w}_2 , 就可以对应得到式(7)对应的鲁棒波束形成器最优解 $\mathbf{w} = \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2$ 。然而, 由于初始值 \mathbf{w}_1 的设定并不一定理想, 此时得到的 $\mathbf{w} = \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2$ 可能并非最优值。因此, 可以对 \mathbf{w}_1 进行修正后, 再对式(10)进行迭代运算, 从而得到更为准确的波束形成器权矢量。本文正是通过将最初优化问题式(7)中的优化变量 \mathbf{w} 分解为 $\mathbf{w} = \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2$, 进而迭代求解式(10)的二阶锥规划问题, 得到最优的权矢量, 具体算法流程将在下文进行详细描述。

3.2 最差性能最优的 RAB-DISOCP(RAB-DISOCP-WC)

在实际应用中, 由于采样快拍数量的限制等原因, 估计的协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$ 与真实值 \mathbf{R} 之间往往有一定的失配误差。该失配模型可描述为^[21]

$$\mathbf{R} = \hat{\mathbf{R}} + \mathbf{\Delta} \quad (11)$$

其中 $\mathbf{\Delta}$ 为一未知的共轭对称误差矩阵, 其 Frobenius 范数有一定的上界 $\|\mathbf{\Delta}\| \leq \gamma$ ($\gamma > 0$ 为一固定常数)。

类似于文献[14,21], 我们可以得到最差性能最优的 RAB-DISOCP 优化问题 (RAB-DISOCP-WC), 即

$$\left. \begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \max_{\|\mathbf{\Delta}\| \leq \gamma} \mathbf{w}^H (\hat{\mathbf{R}} + \mathbf{\Delta}) \mathbf{w} &= \min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H (\hat{\mathbf{R}} + \gamma \mathbf{I}) \mathbf{w}, \\ \text{s.t. } L &\leq \left| \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) \right| \leq U, \quad \theta \in [\theta_L, \theta_U] \end{aligned} \right\} (12)$$

为描述方便, 式(12)暂时还未对 \mathbf{w} 进行分解处理。

在实际中, 为使 γ 随输入信噪比(Signal to Noise Ratio, SNR)变化而变化, 令 $\gamma = \gamma_r \hat{\mathbf{R}}(1,1)$ (γ_r 为一相对正则化因子, $\hat{\mathbf{R}}(1,1)$ 指 $\hat{\mathbf{R}}$ 的第 1 行第 1 列元素)。

3.3 RAB-DISOCP-WC 算法流程

综上所述, RAB-DISOCP-WC 算法流程总结如下:

步骤 1 初始化 $\mathbf{w} \in \mathbf{C}^N$, \mathbf{w} 的初始值可以通过求解式(13)获得

$$\left. \begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H (\hat{\mathbf{R}} + \gamma \mathbf{I}) \mathbf{w}, \\ \text{s.t. } \left| \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) - \frac{U+L}{2} \right| &\leq \frac{U-L}{2}, \quad \theta \in [\theta_L, \theta_U] \end{aligned} \right\} (13)$$

令 $\mathbf{w}_1 = \mathbf{w}_2 = \mathbf{w}/2$ 。

步骤 2 固定 \mathbf{w}_1 , 通过求解下式得到最优的 \mathbf{w}_2

$$\left. \begin{aligned} \min_{\mathbf{w}_2} (\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2)^H (\hat{\mathbf{R}} + \gamma \mathbf{I}) (\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2) \\ \text{s.t. } (\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2)^H \mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta) (\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2) &\leq U^2, \\ \theta &\in [\theta_L, \theta_U] \\ 4 \operatorname{Re}\{\mathbf{w}_1^H \mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{w}_2\} &\geq L^2, \quad \theta \in [\theta_L, \theta_U] \end{aligned} \right\} (14)$$

步骤 3 当 $\|\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2\| \leq \delta$ (δ 为一常数)或者迭代次数达到设定值时, 程序中止, 得到权矢量 $\mathbf{w} = \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2$ 。否则, 更新 $\mathbf{w} = \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2$, 并令 $\mathbf{w}_1 = \mathbf{w}/2$, 重复步骤 2。

4 实验仿真及结果分析

在实验中, 将分别检验本文提出的 RAB-DISOCP-WC 算法在均匀线阵 (Uniform Linear Array, ULA), 阵元间距为最小间距整数倍的非均匀线阵 (Non-Uniform Linear Array, NULA1), 任意阵元间距的线阵 (NULA2), 均匀圆阵 (Uniform Circular Array, UCA), 均匀面阵 (Uniform Planar Array, UPA) 下的性能, 并与采样矩阵求逆算法 (Sample Matrix Inverse, SMI)^[1], 对角加载算法 (Loaded Sample Matrix Inverse, LSMI)^[6], 最差性能最优算法 (WC)^[7], 文献[12]的 RAB-CMR-WC 算法, 文献[13]的 RAB-SDP-WC 算法, 文献[14]的 RB-DISOCP-WC 算法进行比较。在实验中, 对给定的纹波 r_{dB} (以 dB 为单位), L 和 U 分别取为 $L = 10^{-r_{\text{dB}}/20}$ 和 $U = 10^{r_{\text{dB}}/20}$ 。

本文实验部分首先介绍了用于仿真的各种阵列结构及仿真条件, 然后从 3 个方面进行仿真比较:

(1) 给出本文 RAB-DISOCP-WC 算法的波束图和输出 SINR 随迭代次数变化的情况, 考察本文迭代方法的有效性; (2) 给出本文算法在不同阵列结构条件下的仿真波束图, 检验本文方法对不同阵列结构的适应性, 以及对鲁棒响应区波束宽度和纹波的控制水平; (3) 展示本文方法在不同阵列结构条件下的输出 SINR, 并与现有方法进行比较, 进一步检验本文

方法的性能；(4)将本文方法与文献[14]的 RB-ISOCP-WC 算法进行比较，从而进一步展现本文方法的优点。

在实验中，阵元均为全向阵元，期望信号功率为 0 dB，两个干扰信号功率均为 20 dB。加载的噪声为零均值、单位方差的空间高斯白噪声。取 $\gamma_r = 0.1$ ， $r_{dB} = 0.3$ dB。

本文采用的阵元结构及其对应的仿真条件如下：

线阵：阵元数为 10。期望信号真实方向为 6° ，假设方向为 0° 。两个干扰信号分别从 20° 和 30° 入射。WC 的不确定集参数取文献[7]推荐的 $\varepsilon = 0.3M$ (M 为阵元数)，LSMI 的对角加载因子取为 $\lambda = 10\sigma_n^2$ [6]。鲁棒响应区采样步距为 0.5° 。

(1)均匀线阵(U LA)：阵列为间隔半波长 ($d = \lambda/2$) 的均匀线阵。

(2)非均匀线阵 1(NULA1)：间距为最小间距整数倍的非均匀线阵。本文讨论的是最后两个阵元间距分别为 $2d$ 和 $3d$ (其它阵元间距仍为 $d = \lambda/2$) 两种情况。

(3)非均匀线阵 2(NULA2)：阵元间距为任意值。本文将阵元位置设置为 $[0, 0.5, 0.95, 1.5, 2.05, 2.5, 2.9, 3.6, 4.02, 4.5] \cdot \lambda$ 。

圆阵：

(4)均匀圆阵(UCA)：阵元数为 10，在水平面上呈均匀圆形排列，圆阵半径为 $5\lambda/2\pi$ 。两个干扰的入射方向分别为 $(\phi_1, \theta_1) = (50^\circ, 82^\circ)$ ， $(\phi_2, \theta_2) = (-50^\circ, 78^\circ)$ ，(其中 ϕ_i 为方位角， θ_i 为俯仰角)。期望信号的入射方向为 $(\phi_0, \theta_0) = (6^\circ, 80^\circ)$ ，假定入射方向为 $(\phi_0, \theta_0) = (0^\circ, 80^\circ)$ 。鲁棒响应区为 $[\phi_L, \phi_U] \times [\theta_L, \theta_U] = [-15^\circ, 15^\circ] \times [75^\circ, 85^\circ]$ ，在方位和俯仰上的采样步距均为 0.5° 。

面阵：

(5)均匀面阵(UPA)：阵元数为 100，在水平面上呈 10×10 正方形均匀排列，阵元间距为 $d = \lambda/2$ 。其它仿真条件与 UCA 仿真条件相同。

实验 1 RAB-DISOCP-WC 在不同迭代次数下的方向图和输出 SINR 首先考虑 RAB-DISOCP-WC 算法与迭代次数的关系，以 ULA 为例。图 1 给出了 RAB-DISOCP-WC 算法在不同迭代次数下的方向图，图 2 给出了 RAB-DISOCP-WC 算法迭代 10 次后与 RAB-CMR-WC 的方向图比较结果，图 3 给出了 RAB-DISOCP-WC 算法的输出 SINR 与迭代次数的关系。仿真中鲁棒响应区波束宽度取为 16° ，快拍数为 100。图中虚竖线表示假设的期望信号方向，实竖线表示真实信号方向。实验结果来

自 100 次独立的蒙特卡罗实验。

从图 1 可以看出，第 4 次迭代和第 10 次迭代后的方向图基本一致。这说明随着迭代次数的增加，RAB-DISOCP-WC 算法在迭代 4 次左右基本收敛。从图 2 可以看出，收敛的 RAB-DISOCP-WC 算法方向图在主瓣鲁棒响应区与 RAB-CMR-WC 算法一致，但是其副瓣比 RAB-CMR-WC 算法要低。从图 3 可以看出，随着迭代次数的增加，RAB-DISOCP-WC 的输出 SINR 不断增加，大致在迭代 4 次左右就基本收敛。图 1-图 3 说明本文 RAB-DISOCP-WC 迭代算法可有效收敛。

实验 2 RAB-DISOCP-WC 对波束宽度和纹波的控制能力 考察 RAB-DISOCP-WC 算法对不同阵形的波束宽度和纹波控制能力。为简单起见，实验中采用的是理想的接收数据协方差矩阵 R 。图 4，图 5 分别给出了 RAB-DISOCP-WC 算法在 ULA 和 NULA2 两种阵形下对不同鲁棒响应区约束宽度下的方向图，图 6，图 7 分别给出了 RAB-DISOCP-WC 算法在 UCA 和 UPA 两种阵形下的方向图(这两幅图均由鲁棒响应区的不同俯仰角对应的切面图叠加而成，俯仰角 $75^\circ \leq \theta \leq 85^\circ$)。图中虚竖线表示假设的期望信号方向，实竖线表示真实信号方向。该 4 幅图均给出了鲁棒响应区对应的局部放大图。

从图 4-图 7 可以看出，在不同阵形下，RAB-DISOCP-WC 算法都可以对鲁棒响应区的波束宽度和纹波水平进行精确控制，同时对干扰进行有效抑制。图 4，图 5 还表明，该算法对不同的波束宽度都能进行有效控制，纹波也都能精确控制在设定区间 $[-0.3$ dB, 0.3 dB] 内。

实验 3 不同 SNR 下的输出 SINR 比较 在快拍数为 200，鲁棒响应区波束宽度取为 16° 的情况下，考察几种算法在不同阵形下的输出 SINR 与输入 SNR 的关系(仅以线阵为例)。图 8-图 11 分别给出了 ULA, NULA1(最后两阵元间距为 $2d$)，NULA1(最后两阵元间距为 $3d$)，NULA2 对应的仿真结果。实验结果来自 100 次独立的蒙特卡罗实验。

从图 8-图 11 可以看出，SMI 算法性能最差，对导向矢量失配误差基本不具备鲁棒性。在低 SNR 情况下，LSMI 算法具有一定的鲁棒性，但是，随着 SNR 的增加，LSMI 性能急剧下降，这是因为在高 SNR 情况下，LSMI 算法提供的加载因子基本不起作用。WC 算法和基于幅度响应约束的 RAB-CMR-WC, RAB-SDP-WC, RAB-DISOCP-WC 算法性能较好，在整个 SNR 区间都表现出了较好的鲁棒性。然而，RAB-CMR-WC 算法仅适于图 8 对应的均匀线阵，对其它阵列结构不适用；

RAB-SDP-WC 也仅适用于阵间距为最小间距整数倍的线阵,而且从图9和图10可以看出,当阵元间距超过最小间距2倍时,RAB-SDP-WC算法在低SNR情况下的性能大大下降;从图8-图11可以看出,当SNR与干噪比(Interference to Noise Ratio, INR)相当时,基于不确定集的WC算法性能会有所下降,而且,当阵元间距为任意间距(图11)时,WC

算法在低 SNR 情况下性能也有所下降,甚至低于LSMI算法。本文提出的RAB-DISOCP-WC算法在不同阵形,不同SNR情况下都能够得到较高的输出SINR,其性能要优于文中所比较的算法。

实验4 RAB-DISOCP-WC 算法与 RB-ISOCP-WC 算法的性能比较

文献[14]提出了一种RB-ISOCP-WC算法,这

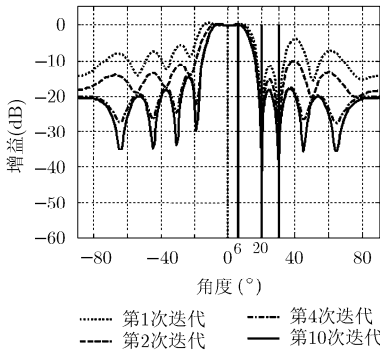


图1 不同迭代次数下的方向图(ULA)

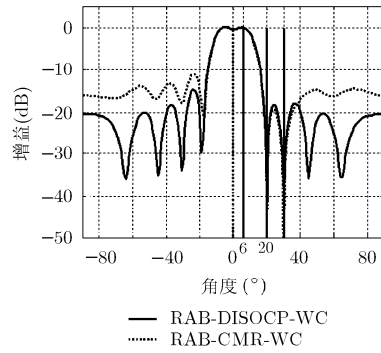


图2 方向图比较(ULA)

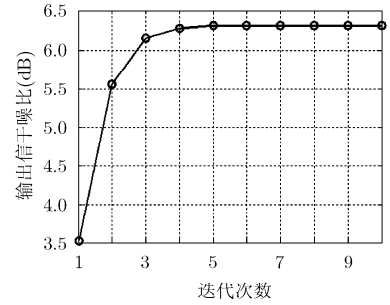


图3 不同迭代次数下的 SINR(ULA)

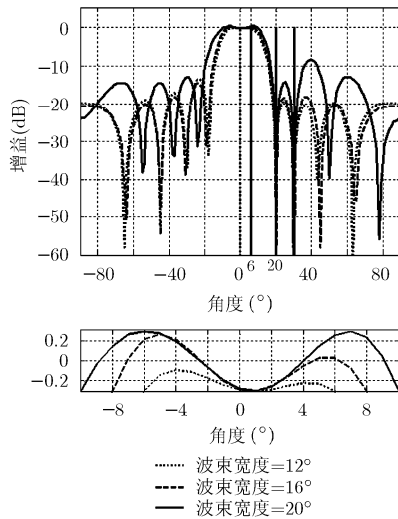


图4 不同约束宽度下的方向图(ULA)

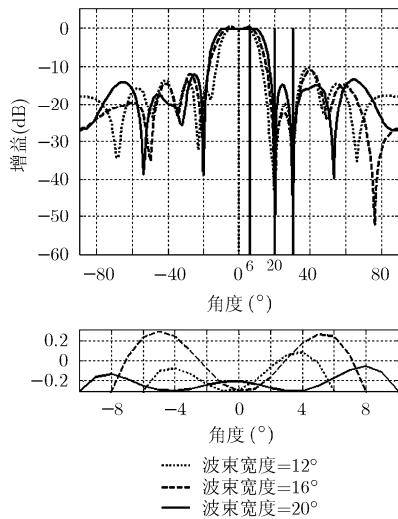


图5 不同约束宽度下的方向图(NULA2)

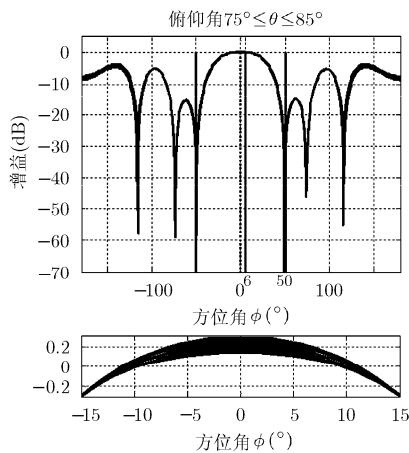


图6 方向图(UCA)

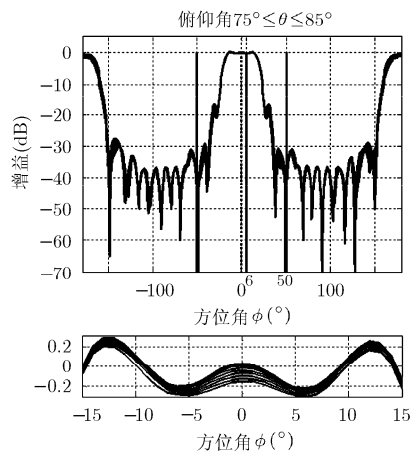


图7 方向图(UCA)

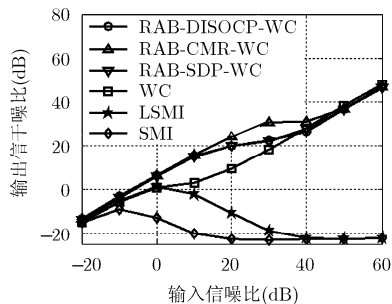


图8 SINR与SNR关系(ULA)

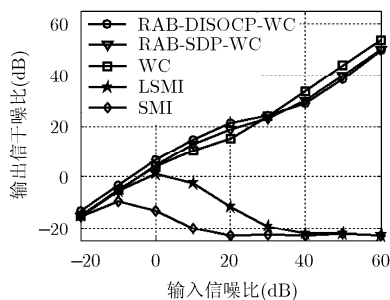


图9 SINR与SNR关系(NULA1, 2d)

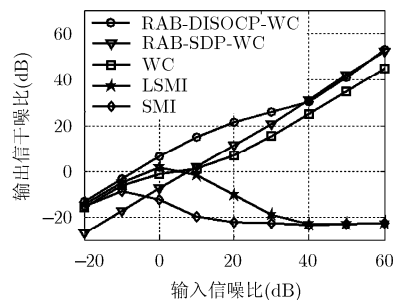


图10 SINR与SNR关系(NULA1, 3d)

是一较新的研究成果,也是一种最差性能最优的基于主瓣幅度响应约束的鲁棒波束形成算法,相对文献[12,13]来说,它不受阵形限制,是一种优秀的鲁棒波束形成算法。本文的 RAB-DISOCP-WC 算法采用了与文献[14]不同的解决思路,前面实验验证了本文的 RAB-DISOCP-WC 算法也不受阵形限制,两者的这一优点是一致的。然而,相对于 RB-ISOCP-WC 算法来说,本文方法仍然有如下优势:(1)由于要用到线性近似,文献[14]的算法将权矢量拆分为实部和虚部两部分,构成新的优化变量,这使得优化变量的维数翻倍,本文算法则不需要。以 10 阵元为例,文献[14]的优化变量维数为 20,而本文的 RAB-DISOCP-WC 算法可直接对权矢量进行优化,优化变量维数仍然为 10。因此,本文算法在每次迭代计算时的计算量要小于文献[14]。(2)本文算法的收敛速度要优于文献[14]。这一点将通过下面的实验进行验证。

实验以均匀线阵为例(仿真条件见上文描述),采用理想协方差矩阵 \mathbf{R} 。图 12,图 13 分别给出了本文方法、文献[14]方法在不同迭代次数下的方向图和输出 SINR。

从图 12 可以看出,在迭代 1 次后,本文方法得到的方向图比文献[14]要好,迭代 10 次后,两者趋于一致。从图 13 可以更加清晰地看出,本文方法的

收敛速度要比文献[14]快。而且,值得注意的是,迭代一定次数后,两种方法的结果趋于一致。事实上,经过仿真发现,保持仿真条件不变,仅改变输入 SNR,两种算法均迭代 10 次的情况下,其输出 SINR 完全一致。该实验说明本文算法相对于文献[14]来说有一定的优势,在迭代次数较少时这种优势较为明显,在迭代一定的次数后其效果与文献[14]方法趋于一致。

此外,如同 RAB-CMR-WC^[12],RAB-SDP-WC 算法^[13],RB-ISOCP-WC 算法^[14]一样,RAB-DISOCP-WC 算法对阵列幅相误差、阵元位置误差等失配误差也具有较好的鲁棒性(限于本文篇幅,不再详细讨论)。

5 结论

当导向矢量失配误差较大时,不确定集类鲁棒波束形成方法性能下降。为有效克服这一问题,本文提出了一种最差性能最优的分解迭代鲁棒自适应波束形成算法。该算法对非凸的幅度响应约束问题进行分解迭代处理,将优化问题转化为一系列二阶锥规划问题,从而可以对鲁棒响应区的波束宽度和纹波水平进行自由控制,并可明显提高输出 SINR。该算法直接对权矢量进行优化,无需使用谱分解算法,避免了 RAB-CMR-WC 和 RAB-SDP-WC 算法

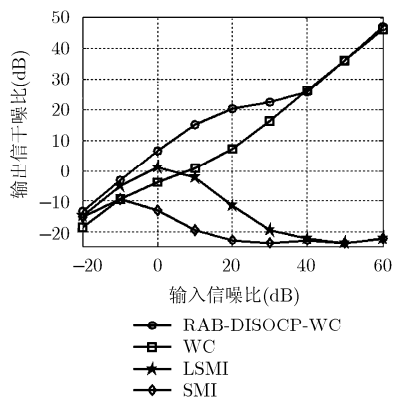


图11 SINR与SNR关系(NULA2)

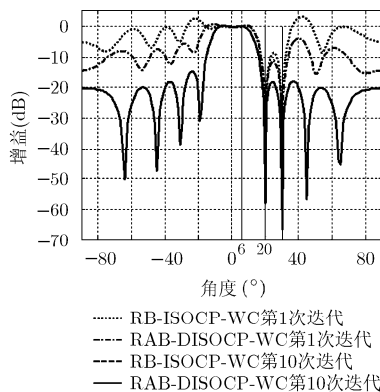


图12 两种算法不同迭代次数下的方向图

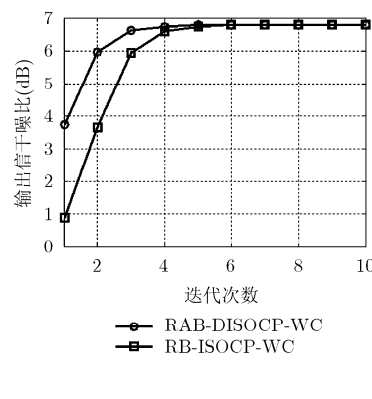


图13 两种算法不同迭代次数下的SINR

对阵列结构的限制，因此可以适用于任意阵形的阵列系统。理论分析和仿真结果均证明了算法的正确性和有效性。

参考文献

- [1] Van Trees H L. Optimum Array Processing[M]. New York: USA, Wiley Press, 2002: 1-12.
- [2] Van Veen B D and Buckley K M. Beamforming: a versatile approach to spatial filtering[J]. *IEEE ASSP Magazine*, 1988, 5(2): 4-24.
- [3] Hudson J E. Adaptive Array Principles[M]. Stevenage, UK, Peregrinus, 1991: 82.
- [4] Capon J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1969, 57(8): 1408-1418.
- [5] Li Jian and Stoica P. Robust Adaptive Beamforming[M]. New Jersey: USA, Wiley, 2005: 49-60.
- [6] Carlson B D. Covariance matrix estimation errors and diagonal loading in adaptive arrays[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1988, 24(4): 397-401.
- [7] Vorobyov S A, Gershman A B, and Luo Zhi-quan. Robust adaptive beamforming using worst-case performance optimization: a solution to the signal mismatch problem[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(2): 313-324.
- [8] Li Jian, Stoica P, and Wang Zhi-song. On robust Capon beamforming and diagonal loading[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(7): 1702-1715.
- [9] 邹翔, 钟子发, 张旻. 超高斯加载的稳健自适应波束形成及性能分析[J]. *电子与信息学报*, 2011, 33(12): 2888-2893.
Zou Xiang, Zhong Zi-fa, and Zhang Min. Robust adaptive beamforming based on super-Gaussian loading and its performance analysis[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(12): 2888-2893.
- [10] Nai S E, Ser W, Yu Zhu-liang, *et al.* Iterative robust minimum variance beamforming[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(4): 1601-1611.
- [11] Lie J P, Ser W, and See C M S. Adaptive uncertainty based iterative robust Capon beamformer using steering vector mismatch estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(9): 4483-4488.
- [12] Yu Z L, Ser W, Er M H, *et al.* Robust adaptive beamformers based on worst-case optimization and constraints on magnitude response[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(7): 2615-2628.
- [13] Yu Z L, Gu Z H, Zhou J J, *et al.* A robust adaptive beamformer based on worst-case semi-definite programming [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(11): 5914-5919.
- [14] Liao B, Tsui K M, and Chan S C. Robust beamforming with magnitude response constraints using iterative second-order cone programming[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2011, 59(9): 3477-3482.
- [15] Choi Y H. Robust adaptive array using Taylor series expansion[J]. *Electronics Letters*, 2011, 47(15): 840-841.
- [16] Jin Wei, Jia Wei-min, Yao Min-li, *et al.* Iterative doubly constrained robust Capon beamformer[J]. *Electronics Letters*, 2011, 47(25): 1372-1373.
- [17] 金伟, 贾维敏, 姚敏立. 迭代对角加载采样矩阵求逆鲁棒自适应波束形成[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(5): 1120-1125.
Jin Wei, Jia Wei-min, and Yao Min-li. Iterative diagonally loaded sample matrix inverse robust adaptive beamforming [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(5): 1120-1125.
- [18] Wu S P, Boyd S, and Vandenberghe L. FIR filter design via spectral factorization and convex optimization, in *Applied Computational Control, Signal and Communications*[M]. Cambridge: MA, Birkhäuser, 1998: 1-33.
- [19] Wang F, Balakrishnan V, Zhou P Y, *et al.* Optimal array pattern synthesis using semidefinite programming[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(5): 1172-1183.
- [20] 鄢社锋, 马远良. 传感器阵列波束优化设计及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 154-161.
- [21] Shahbazpanahi S, Gershman A B, Luo Z Q, *et al.* Robust adaptive beamforming for general-rank signal models[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(9): 2257-2269.

金伟：男，1984年生，博士生，研究方向为鲁棒自适应波束形成。

贾维敏：女，1971年生，副教授，硕士生导师，研究方向为阵列信号处理、宽带移动卫星通信等。

姚敏立：男，1966年生，教授，博士生导师，研究方向为阵列信号处理、智能天线、宽带移动卫星通信等。

邹翔：男，1979年生，博士后，研究方向为自适应波束形成和智能计算。