

基于稀疏最小二乘支持向量回归的非线性自适应波束形成

王录涛* 金钢 徐红兵 王文平
(电子科技大学自动化工程学院 成都 611731)

摘要: 该文基于最小二乘支持向量回归(LS-SVR)模型提出一种非线性自适应波束形成算法,以提高模型失配、小样本数、复杂多干扰等情况下的自适应波束形成器的鲁棒性。推导了高维矩阵逆矩阵求解的递推快速算法,实现了回归参数的实时求解。采用奇异性准则实时寻找输入样本集的具有较小信息冗余度的子集,并在该子集上完成波束形成计算,使得 LS-SVR 波束形成的求解得以稀疏化,提高了学习效率,降低了计算复杂度与系统存储空间需求。对比仿真结果验证了所提算法的正确性和有效性。

关键词: 信号处理; 鲁棒自适应波束形成; 最小二乘回归; 支持向量机; 稀疏化

中图分类号: TN911.7; R445

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)09-2045-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.00118

Non-linear Adaptive Beamforming Method Using Sparse Least Squares Support Vector Regression

Wang Lu-tao Jin Gang Xu Hong-bing Wang Wen-ping

(School of Automation Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

Abstract: A nonlinear adaptive beamforming approach based on Least-Square Support Vector Regression (LS-SVR) is proposed to enhance the beamformer's robustness against array model mismatch, constrained samples numerous interferences, etc. The approach has two highlights, one is a recursive regression procedure to compute the regression parameters on real-time, the other is a sparse mode based on novelty criterion, which can significantly reduce the size of the input samples. Applying the sparse model to LS-SVR beamforming leads to reduced computation complexity and better generalization capacity. The theory analysis and experimental results show that the proposed beamforming approach could improve array performance significantly over several classical linear beamforming methods.

Key words: Signal processing; Robust adaptive beamforming; Least squares regression; Support Vector Machine (SVM); Sparsification

1 引言

波束形成技术在雷达信号处理、移动通信、声呐、医学成像等领域得到了广泛的应用。标准波束形成算法对阵列指向误差、阵列扰动、样本快拍数有限等非理想因素非常敏感^[1],增强模型失配等非理想情况下的波束形成算法的鲁棒性已成为自适应阵列信号处理研究的热点问题之一。

传统的鲁棒波束形成算法,如对角加载算法^[2],可有效提高阵列导向失配与样本数受限时波束形成器的鲁棒性,但是在高输入信噪比(SNR)时性能改善有限。近年来,基于椭圆凸集理论与最差性能最优的波束形成算法^[3]以及基于导向矢量失配校正的鲁棒波束形成算法^[4,5]的提出有效解决了最优加载量

求解问题,但对于相干干扰、较差的阵列校正与信号波前失真等情况下的性能改善则非常有限。此外,针对波束指向施加约束可提高算法的鲁棒性^[6],但在阵列规模有限条件下,约束条件的增加降低了复杂环境下的干扰抑制能力。

非线性波束形成算法针对上述问题提供了有效解决途径。文献[7]将神经网络技术应用到波束形成算法中,有效提高了非平稳环境下的波束形成算法的鲁棒性,但同时该方法也存在局部最优解、过拟合等问题。文献[8,9]将支持向量机(SVM)应用到自适应波束形成中,引入不等式约束旁瓣功率与允许期望信号导向矢量存在特定偏差,有效提高了多干扰环境下波束形成器的鲁棒性,同时增强了噪声与干扰的抑制能力,但 SVM 是一种批处理模式,计算复杂难以实现权矢量的实时更新。文献[10]提出了最小二乘支持向量机(LS-SVM)算法,将 SVM 求解

从二次规划问题转化为解线性方程组,使得算法求解复杂度大大降低。

为解决复杂应用场景下的波束形成器的鲁棒性问题,本文基于最小二乘支持向量回归模型(LS-SVR)提出一种非线性鲁棒波束形成算法。为实现波束形成的高效求解,推导了回归参量的高效迭代计算方法,并基于奇异性准则解决 LS-SVR 求解的稀疏化问题,增强算法的泛化能力与学习效率。

2 信号模型与线性最优波束形成

考虑 M 个阵元间距为 d 的均匀线阵,设空间远场 D 个窄带非相关平稳信号从方向 $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D)$ 入射到阵列,在采样时刻 t , M 维阵列输出数据快拍矢量 $\mathbf{x}(t)$ 为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

其中 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_D)]$ 为输入信号导向矢量矩阵, $\mathbf{s}(t) = [s_1(k), s_2(k), \dots, s_D(k)]^T$ 为输入信号矢量, $\mathbf{n}(t)$ 为零均值、复高斯噪声矢量, $\mathbf{a}(\theta_i) = [1, e^{-j2\pi \sin(\theta_i)d/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi \sin(\theta_i)d(M-1)/\lambda}]^T$ 为入射方向为 θ_i 的导向矢量, λ 为载频波长。

波束形成器输出为阵列输出快拍矢量的线性组合:

$$y(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t) \quad (2)$$

其中 $\mathbf{w} = [w_1, \dots, w_M]^T \in C^{M \times 1}$ 为阵列权矢量。

约束期望信号入射方向的阵列增益为单位增益,同时使得阵列输出功率最小化,则最小方差无失真波束形成算法(MVDR)可表述为

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}, \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_1) = 1 \quad (3)$$

采用 Lagrange 乘数法求解式(3),得 MVDR 算法的最优解为

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_1)}{\mathbf{a}(\theta_1)^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_1)} \quad (4)$$

为获得最优权值,干扰加噪声协方差矩阵必须精确已知。在实际应用中, \mathbf{R} 由采样自相关矩阵估计 $\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^H(k)$ 代替,其中 K 为样本快拍数。

由式(4)可知, MVDR 的解取决于阵列导向矢量与采样自相关矩阵。而在实际场景中,导向矢量失配、波前失真、多干扰以及有限样本数等非理想因素均可影响采样自相关矩阵的估计精度。

3 LS-SVR 波束形成

针对独立同分布的输入空间训练样本 $\{(\mathbf{x}_i, y_i) \mid \mathbf{x}_i \in R^N, y_i \in R, i = 1, \dots, l\}$, 非线性支持向量回归利

用非线性映射 $\phi(\bullet)$, 把 \mathbf{x} 映射到某一特征空间 \mathcal{H} 中, 在这个特征空间中进行线性回归分析:

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^H \phi(\mathbf{x}) + b \quad (5)$$

其中 $b \in R$ 表示阈值, $\mathbf{x} \in R^N, \mathbf{w} \in \mathcal{H}, \phi: R^N \rightarrow \mathcal{H}$ 。

LS-SVR 将标准支持向量回归中的不等式约束改为等式约束,并利用经验风险的偏差的二次方取代标准支持向量回归中的一次方关系,可表示为下述等式约束优化问题^[1]:

$$\left. \begin{aligned} \min J(\mathbf{w}, e) &= \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^l e_i^2 \\ \text{s.t.} \quad e_i &= y_i - \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_i) - b_i, \quad i = 1, 2, \dots, l \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

对于阵列波束形成,最小化阵列权矢量 \mathbf{w} 的范数并使波束形成估计输出误差的二次方最小,可使波束形成问题与 LS-SVR 问题相等价。但是波束形成器的输入样本、需求解的阵列权矢量与阵列输出均为复矢量或复数,而支持向量回归中目标函数的变量均为实变量,为了应用所提出的算法,需首先将 t 时刻的样本快拍集 $\mathbf{x}_{i,t}, i = 1, \dots, N$, 期望波束形成器输出 $y_{i,t}, i = 1, \dots, N$ 及权矢量 \mathbf{w}_t 改写为实矢量的形式:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}_{i,t} &= \begin{cases} \left[\text{Re}(\mathbf{x}_{i,t}^T) \quad \text{Im}(\mathbf{x}_{i,t}^T) \right]^T \in R^{2M}, \\ i = 1, \dots, N \\ \left[\text{Im}(\mathbf{x}_{i-t,t}^T) \quad -\text{Re}(\mathbf{x}_{i-t,t}^T) \right]^T \in R^{2M}, \\ i = t+1, \dots, 2N \end{cases} \\ \bar{\mathbf{w}}_t &= \left[\text{Re}(\mathbf{w}_t^T) \quad \text{Im}(\mathbf{w}_t^T) \right]^T \in R^{2M} \\ \bar{y}_{i,t} &= \bar{\mathbf{w}}_t^H \bar{\mathbf{x}}_{i,t} \\ &= \begin{cases} \text{Re}(\mathbf{w}_t^T) \cdot \text{Re}(\mathbf{x}_{i,t}^T) + \text{Im}(\mathbf{w}_t^T) \cdot \text{Im}(\mathbf{x}_{i,t}^T), \\ i = 1, \dots, N \\ \text{Re}(\mathbf{w}_t^T) \cdot \text{Im}(\mathbf{x}_{i-t,t}^T) + \text{Im}(\mathbf{w}_t^T) \cdot \text{Re}(\mathbf{x}_{i-t,t}^T), \\ i = t+1, \dots, 2N \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

将式(7)的代入式(6),则 LS-SVR 波束形成问题的目标函数可重写为

$$\left. \begin{aligned} \min J(\bar{\mathbf{w}}_t, \bar{e}_t) &= \frac{1}{2} \|\bar{\mathbf{w}}_t\|^2 + C \sum_{i=1}^{2N} e_{i,t}^2 \\ \text{s.t.} \quad e_{i,t} &= \bar{y}_{i,t} - \bar{\mathbf{w}}_t^T \phi(\bar{\mathbf{x}}_{i,t}) - b_t, \quad i = 1, 2, \dots, 2N \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其解为下述 Lagrange 函数的鞍点:

$$\begin{aligned} L(\bar{\mathbf{x}}_{i,t}, b_t, \bar{e}_t, \boldsymbol{\alpha}_t) \\ = J(\bar{\mathbf{w}}_t, e_t) - \sum_{i=1}^{2N} \alpha_{i,t} \{ \bar{\mathbf{w}}_t^T \phi(\bar{\mathbf{x}}_{i,t}) + b_t + e_{i,t} - \bar{y}_{i,t} \} \quad (9) \end{aligned}$$

其中 Lagrange 乘子 $\boldsymbol{\alpha}_t = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2N})^T$ 为待求回归参数矢量。根据 KKT(Karush-Kuhn-Tucker)条件,求式(9)关于 $\bar{\mathbf{x}}_{i,t}, b_t, e_{i,t}, \boldsymbol{\alpha}_t$ 的极小值。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \bar{\mathbf{w}}_t} = 0 &\Rightarrow \bar{\mathbf{w}}_t = \sum_{i=1}^{2N} \alpha_i \phi(\bar{\mathbf{x}}_{i,t}) \\ \frac{\partial L}{\partial b_t} = 0 &\Rightarrow \sum_{i=1}^{2N} \alpha_i = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \bar{e}_{i,t}} = 0 &\Rightarrow \alpha_i = C e_{i,t} \\ \frac{\partial L}{\partial \alpha_{i,t}} = 0 &\Rightarrow \bar{\mathbf{w}}_t^T \phi(\bar{\mathbf{x}}_{i,t}) + b_t + e_{i,t} - y_{i,t} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

联立方程(10)可得 t 时刻回归参数矢量 $\boldsymbol{\alpha}_t = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2N}]^T$ 与 b_t 。

$t+1$ 时刻 LS-SVR 波束形成器输出可表示为回归参数矢量与特征空间快拍矢量 $\langle \phi(\bar{\mathbf{x}}_t), \phi(\bar{\mathbf{x}}_{i,t}) \rangle$ 内积的线性组合:

$$\bar{y}_{t+1} = \sum_{i=1}^{2N} \alpha_i \langle \phi(\bar{\mathbf{x}}_{t+1}), \phi(\bar{\mathbf{x}}_{i,t}) \rangle + b_t \quad (11)$$

其中 $\bar{\mathbf{x}}_{t+1}$ 为 $t+1$ 时刻的以实数表示的样本快拍矢量, 非线性映射 $\phi(\cdot)$ 实现输入矢量到高维特征空间的映射。当特征空间维数为无穷维时, 利用式(11)直接求解 LS-SVR 波束形成输出是不现实的。核函数采用输入空间的核函数计算替代高维空间的内积运算, 即 $k(\bar{\mathbf{x}}_{t+1}, \bar{\mathbf{x}}_{i,t}) = \langle \phi(\bar{\mathbf{x}}_{t+1}), \phi(\bar{\mathbf{x}}_{i,t}) \rangle$, 且无需知道 $\phi(\cdot)$ 的具体形式和参数, 可显著降低运算复杂度。在式(11)中应用核函数可得

$$\bar{y}_{t+1} = \sum_{i=1}^{2N} \alpha_i k(\bar{\mathbf{x}}_{t+1}, \bar{\mathbf{x}}_{i,t}) + b_t \quad (12)$$

本文采用高斯核函数实现 LS-SVR 波束形成输出计算, 高斯核函数可表示为

$$k(\bar{\mathbf{x}}_i, \bar{\mathbf{x}}_j) = \exp\left(-\frac{\|\bar{\mathbf{x}}_i - \bar{\mathbf{x}}_j\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (13)$$

其中 $\sigma > 0$ 为核半径, 用以评价样本矢量在特征空间

$$\mathbf{H}_{t+1} = \begin{pmatrix} k(\bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{x}}_1) + 1/C & \cdots & k(\bar{\mathbf{x}}_{2N}, \bar{\mathbf{x}}_1) & k(\bar{\mathbf{x}}_{2(N+1)}, \bar{\mathbf{x}}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ k(\bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{x}}_{2N}) & \cdots & k(\bar{\mathbf{x}}_{2N}, \bar{\mathbf{x}}_{2N}) + 1/C & k(\bar{\mathbf{x}}_{2(N+1)}, \bar{\mathbf{x}}_1) \\ k(\bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{x}}_{2(N+1)}) & \cdots & k(\bar{\mathbf{x}}_{2N}, \bar{\mathbf{x}}_{2(N+1)}) & k(\bar{\mathbf{x}}_{2(N+1)}, \bar{\mathbf{x}}_{2(N+1)}) + 1/C \end{pmatrix} \quad (17)$$

比较 \mathbf{H}_t 与 \mathbf{H}_{t+1} 的元素, 可知 \mathbf{H}_{t+1} 由 \mathbf{H}_t 的边上增加一行和一列构成, 因而 \mathbf{H}_{t+1} 可用分块矩阵的形式表示:

$$\mathbf{H}_{t+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_t & \mathbf{v}_{t+1} \\ \mathbf{v}_{t+1}^T & \beta \end{pmatrix} \quad (18)$$

其中 $\mathbf{v}_{t+1} = [k(\bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{x}}_{2(N+1)}), \dots, k(\bar{\mathbf{x}}_{2N}, \bar{\mathbf{x}}_{2(N+1)})]^T$, $\beta = k(\bar{\mathbf{x}}_{2(N+1)}, \bar{\mathbf{x}}_{2(N+1)}) + 1/C$ 。根据分块矩阵求逆定理, \mathbf{H}_{t+1} 的逆矩阵可表示为

$$\mathbf{H}_{t+1}^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_t^{-1} + \beta \mathbf{H}_t^{-1} \mathbf{v}_{t+1} \mathbf{v}_{t+1}^T \mathbf{H}_t^{-1} & -\beta \mathbf{H}_t^{-1} \mathbf{v}_{t+1} \\ -\beta \mathbf{v}_{t+1}^T \mathbf{H}_t^{-1} & \beta \end{pmatrix} \quad (19)$$

中的相关度, 是保证最小二乘支持向量回归算法性能的重要参数。核半径的取值与稳态估计均方误差有关, 可采用 Cross-validation 法进行选取。

4 回归参量的递推求解

由式(11)可知, LS-SVR 算法的关键在于求解回归参数矢量 $\boldsymbol{\alpha}_t = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{2N}]^T$ 与 b_t 。在方程式(10)中消去 $\bar{\mathbf{w}}_t$ 与 $e_{i,t}$, 可得

$$\begin{bmatrix} 0 & \bar{\mathbf{e}}^T \\ \bar{\mathbf{e}} & \mathbf{Q}_t + C^{-1}\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_t \\ \boldsymbol{\alpha}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\mathbf{y}}_t \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中 $\bar{\mathbf{y}}_t = (\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_{2N})^T$, $\bar{\mathbf{e}} = (1, 1, \dots, 1)^T$, \mathbf{Q}_t 为 Gramm 矩阵, $\mathbf{Q}_{i,j} = \langle \phi(\bar{\mathbf{x}}_{i,t}), \phi(\bar{\mathbf{x}}_{j,t}) \rangle = k_i(\bar{\mathbf{x}}_i, \bar{\mathbf{x}}_j)$, $i, j = 1, 2, \dots, 2N$ 。当采用高斯核函数时, 矩阵 \mathbf{Q}_t 正定, 记 $\mathbf{U}_t = \mathbf{H}_t^{-1} = (\mathbf{Q}_t + C^{-1}\mathbf{I})^{-1}$, 由式(14)可求得

$$\left. \begin{aligned} b_t &= \frac{\bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{U}_t \bar{\mathbf{y}}_t}{\bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{U}_t \bar{\mathbf{e}}} \\ \boldsymbol{\alpha}_t &= \mathbf{U}_t \left(\bar{\mathbf{y}}_t - \frac{\bar{\mathbf{e}} \bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{U}_t \bar{\mathbf{y}}_t}{\bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{U}_t \bar{\mathbf{e}}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

\mathbf{U}_t 的计算复杂度为 $O((2N)^3)$, 因此寻找矩阵 \mathbf{U}_t 的快速算法成为解决算法实时性的关键问题。

在时刻 t , \mathbf{H}_t 为 $2N \times 2N$ 的方阵, \mathbf{H}_t 可表示为

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{Q}_t + C^{-1}\mathbf{I} = \begin{pmatrix} k(\bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{x}}_1) + 1/C & \cdots & k(\bar{\mathbf{x}}_{2N}, \bar{\mathbf{x}}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k(\bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{x}}_{2N}) & \cdots & k(\bar{\mathbf{x}}_{2N}, \bar{\mathbf{x}}_{2N}) + 1/C \end{pmatrix} \quad (16)$$

在观测时刻由 t 变为 $t+1$ 时, 新的数据样本 $(\bar{\mathbf{x}}_{t+1}, \bar{y}_{t+1})$ 加入到学习样本集中, 使样本总数增加到 $N+1$ 个, 因而 \mathbf{Q}_{t+1} 与 \mathbf{H}_{t+1} 均增加为 $2(N+1) \times 2(N+1)$ 方阵。由 \mathbf{Q}_{t+1} 可求得 \mathbf{H}_{t+1} 为

其中 $\beta = (v_{t+1} - \mathbf{v}_{t+1}^T \mathbf{H}_t^{-1} \mathbf{v}_{t+1})$ 。由式(19)可知当 \mathbf{H}_t 的逆已知时, \mathbf{H}_{t+1} 的逆可由 \mathbf{H}_t 的逆与增加的新行 \mathbf{v}_{t+1} 来表示。因此, 可由 \mathbf{U}_t 递推求解 \mathbf{U}_{t+1} , 且与直接求解法得到的解完全等价。当 t 较小时, 可直接求解 \mathbf{U}_t , 当 t 较大时, 可采用递推法求解 \mathbf{U}_t , 避免了高维矩阵求逆运算导致的计算量庞大与数值稳定性问题。

5 解的稀疏化

在已求得回归参量的情况下, 由式(11)可知, LS-SVR 波束形成器输出计算复杂度与存储资源需

求为 $O(N^2)$, N 为当前时刻的样本快拍数。文献[12]采用滑窗法削减解的规模,滑窗法对新的样本不加区别就加以使用,对旧样本仅是简单抛弃,没有考虑历史数据的影响,因而样本利用率低。文献[13]引入指数遗忘因子降低历史数据的影响同时突出最新数据的作用,但仍旧无法有效利用所有样本信息。本文采用基于奇异性准则的稀疏化方法,在输入训练样本集中寻找并随样本的增加不断更新 1 个输入样本子集,该子集在有效削减输入样本冗余信息的同时,实现输入样本信息覆盖最大化,因而可显著降低求解规模。算法步骤如下:

- (1)初始化一空样本集 C_0 ,在当获得第 1 个样本矢量 \mathbf{x}_1 时,使 $C_1 = \{\mathbf{x}_1\}$;
- (2)当样本数大于 1 时,计算新样本 \mathbf{x}_t 与当前样本集 C_i 的最小距离 $\text{dis} = \min_{\mathbf{c}_k \in C_i} \|\mathbf{x}_t - \mathbf{c}_k\|$;
- (3)当该最小距离小于某一预设阈值 δ_1 时, (\mathbf{x}_t, y_t) 不被加入到 C_i 中,否则计算预测误差 $e_i = y_t - \hat{y}_i$;
- (4)当 $|e_i|$ 大于预设阈值 δ_2 时,将 (\mathbf{x}_t, y_t) 加入到 C_i 中并更新 C_i 为 C_{i+1} ,否则转(2)。

阈值 δ_1, δ_2 用以控制求解精度与解的规模,增加 δ_1, δ_2 有利于削减样本集 C 的规模,但将导致波束形成器性能下降。 δ_1, δ_2 的选择与具体应用场景有关,当高斯核半径确定后,取 δ_1 为核半径的 $1/10$, δ_2 为平均稳态均方误差(MSE)的均方根值,可在较小的计算规模下获得较高的计算精度。

稀疏化使 t 时刻用以求解阵列权矢量的样本集规模削减为 K ,因此存储资源需求与计算复杂度均由 $O(N^2)$ 降为 $O(K^2)$ 。

6 仿真分析

为了验证所提算法的有效性,考虑阵元数为 10 的等距均匀线阵,阵元间距为 $\lambda/2$ 。干扰信号为 2 个互不相关的远场窄带信号,入射方向为 -32° 与 17° ,干噪比(INR)均为 30 dB,噪声为具有单位方差的空间高斯白噪声。阵列指向为 $\theta_0 = 5^\circ$,期望信号入射方向为 $\theta_s = 0^\circ$ 。对基于矩阵求逆(样本包含期望信号)的 MVDR 波束形成算法、特征空间分解(ES)法、对角加载(MVDR-DL)法与 LS-SVR 法进行对比仿真实验, MVDR-DL 的加载量为 $(P_e + 10 \text{ dB})$, P_e 为噪声功率。核函数采用高斯核函数,核半径 σ 为 1。实验结果为 200 次独立仿真平均结果。

图 1 示出存在 5° 阵列指向误差时,随着输入信噪比(SNR)的增加,各波束形成算法输出信干噪比(SINR)比较结果。由图 1 可知当存在导向矢量偏差

时,由于 MVDR 算法把失配的期望信号当成干扰并加以抑制,导致高输入 SNR 时输出 SINR 迅速降低。相比 MVDR 算法, MVDR-DL 与 ES 算法可有效提高输入 SNR 时输出 SINR 值,但是当 SNR 高于 15 dB 时,输出 SINR 仍有所下降,而 LS-SVR 仍可持续提高阵列输出 SINR,且更接近理想波束形成器的输出,因而性能显著优于其它 3 种波束形成算法。

图 2 中给出了图 1 中当输入 SNR 为 10 dB 时波束方向图比较。由图 2 可知, 3 种方法均能在干扰信号入射方向形成深的零陷,但 MVDR-DL 主瓣偏离期望信号入射方向,零陷变浅且旁瓣较高,而 LS-SVR 算法不仅可使主瓣准确指向期望信号,而且旁瓣最低,因而噪声抑制能力最优。

图 3 为存在导向矢量失配时,增加干扰数目对 4 种波束形成算法性能影响比较。在干扰信号数少于 3 时,ES 法输出 SINR 接近理想值,当干扰数目大于 5 时, MVDR-DL 与 ES 性能急剧下降,而当干扰数为 8 时, LS-SVR 算法输出 SINR 值仅低于理想波束形成器输出 SINR 约 1 dB。因此,当干扰数目接近阵列阵元数的时, LS-SVR 算法仍可表现出最佳的鲁棒性。

图 4 给出了存在 4 个干扰时的波束方向图比较,干扰信号入射方向为 $17.4^\circ, -11.5^\circ, 53.1^\circ, -23.5^\circ$ 。由图 4 可知, LS-SVR 不仅可在干扰信号入射方向上可靠地形成零陷,波束主瓣准确指向期望信号入射方向,而且旁瓣抑制能力明显优于 MVDR-DL 与 ES 算法,因而在多干扰环境中表现出的性能优于传统线性自适应波束形成算法。

准确估计样本协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}}_x$ 是提高波束形成器性能的关键因素之一。在实际应用场景中,有限样本快拍数将导致 $\hat{\mathbf{R}}_x$ 估计产生偏差,致使 SINR 值降低。图 5 为存在入射方向为 $17.4^\circ, -11.5^\circ$ 的两个不相关干扰时,输出 SINR 与样本快拍数关系图。由图 5 可知,当样本数大于 20 时, LS-SVR 算法输出 SINR 显著优于被比较的线性波束形成算法。

图 6 给出了样本数为 8, 30 与 500 时的波束方向图比较。当样本数为 30 时, LS-SVR 算法波束方向图渐趋于稳定,不仅在干扰方向形成显著零点,而且旁瓣低于 MVDR-DL 与 ES 法。

7 结论

基于支持向量机的自适应波束形成算法为提高复杂场景下波束形成器的鲁棒性提供了有效的解决途径,但标准 SVM 法需求解二次型规划问题,计算复杂,难以实现实时应用,而 LS-SVR 波束形成算法将标准 SVM 的求解转化为线性方程组求解,

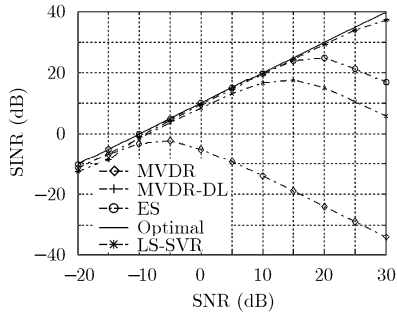


图 1 导向矢量失配时 SINR 与 SNR 关系

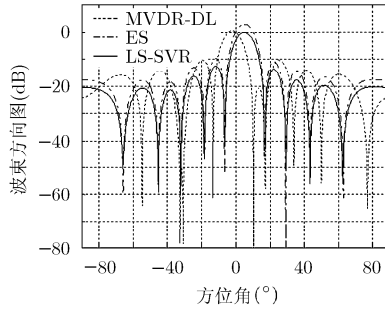


图 2 导向矢量失配时的方向图比较

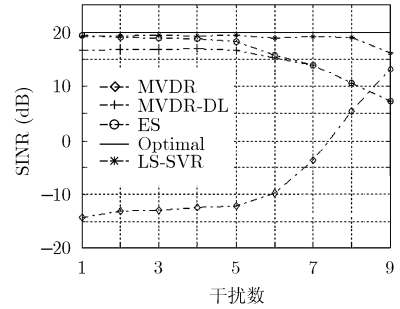


图 3 多干扰信号时的 SINR 与 SNR 关系

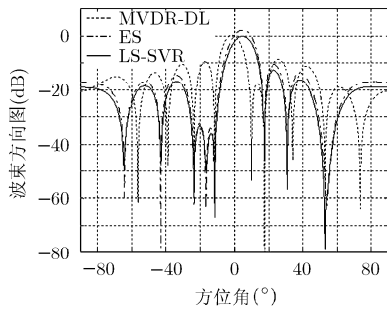


图 4 4 干扰信号时的波束方向图比较

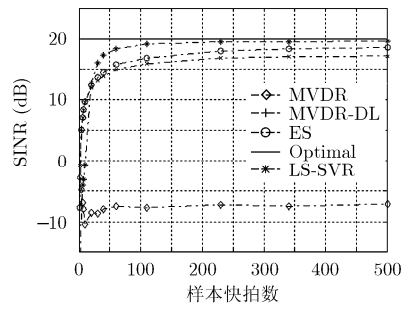


图 5 SINR 与样本数关系

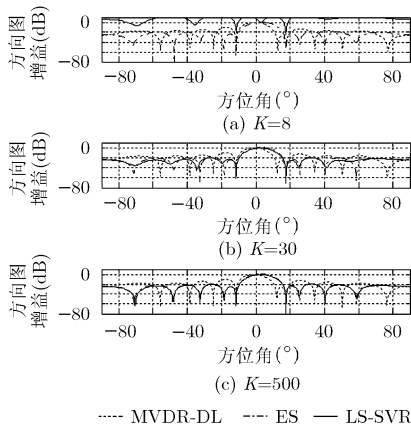


图 6 波束方向图与样本数

显著降低了算法计算复杂度。本文根据分块矩阵求逆定理推导了回归参量的快速递推算算法，并根据奇异性准则使得求解过程稀疏化，有效削减了算法求解的规模，提高了学习效率。仿真结果表明，在导向矢量失配、复杂多干扰与样本快拍数受限等复杂场景下，LS-SVR 波束形成器均能保持良好的主瓣指向性与干扰抑制能力，而且旁瓣幅度明显低于传统波束形成算法，因而性能优于传统自适应波束形成算法。

参考文献

[1] Lorenz R G and Boyd S P. Robust minimum variance

beamforming[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(5): 1684-1696.

[2] Liu C and Liao G. Robust capon beamformer under norm constraint[J]. *Signal Processing*, 2010, 90(5): 1573-1581.

[3] Li J, Stoica P, and Wang Z S. On robust Capon beamforming and diagonal loading[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(7): 1702-1715.

[4] Vorobyov S A, Gershman A B, and Luo Z Q. Robust adaptive beamforming using worst-case performance optimization via second-order cone programming[C]. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Orlando, MMSP, USA, May 13-17, 2002: 2901-2904.

[5] Lie J P, Ser W, and See C M S. Adaptive uncertainty based iterative robust capon beamformer using steering vector mismatch estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(9): 4483-4488.

[6] Nai S E, Ser W, and Yu Z L, et al. A robust adaptive beamforming framework with beampattern shaping constraints[J]. *IEEE Transactions on Antennas Propagation*, 2009, 57(7): 2198-2203.

[7] Chang P R, Yang W H, and Chan K K. A neural network approach to MVDR beamforming problem[J]. *IEEE Transactions on Antennas Propagation*, 1992, 40(3): 313-322.

[8] Martinez-Ramon M, Rojo-Alvarez J L, Camps Valls G, et al. Kernel antenna array processing[J]. *IEEE Transactions on*

- Antennas Propagation*, 2007, 55(3): 642–650.
- [9] Navia-Vazquez A, Martinez-Ramon M, Garcia-Munoz L E, *et al.*. Approximate kernel orthogonalization for antenna array processing[J]. *IEEE Transactions on Antennas Propagation*, 2010, 58(12): 3942–3950.
- [10] Suykens J A K and Vandewalle J. Least squares support vector machine classifiers[J]. *Neural Processing Letters*, 1999, 9(3): 293–300.
- [11] 郭振凯, 宋召青, 毛剑琴. 一种改进的在线最小二乘支持向量机回归算法[J]. *控制与决策*, 2009, 24(1): 145–148.
Guo Zhen-kai, Song Zhao-qing, and Mao Jian-qin. An improved online least squares support vector machines regression algorithm[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(1): 145–148.
- [12] Vaerenbergh S V, Via J, and Santamaria I. A sliding-window kernel RLS algorithm and its application to nonlinear channel identification[C]. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Toulouse, France, May 14–19, 2006: 789–792.
- [13] Richard C, Bermudez J, and Honeine P. Online prediction of time series data with kernels[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(3): 1058–1067.
- 王录涛: 男, 1979年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理与医学成像处理.
- 金 钢: 男, 1958年生, 教授, 博士生导师, 从事雷达信号处理、图像处理与流体力学方向研究.
- 徐红兵: 男, 1966年生, 教授, 博士生导师, 从事测控系统的信号处理技术、复杂系统故障诊断及智能信息处理研究.
- 王文平: 男, 1986年生, 硕士生, 研究方向为自适应信号处理与阵列信号处理.