

基于 SISE 方程的广义 gamma 分布参数估计方法

秦先祥* 高 贵 周石琳 邹焕新

(国防科学技术大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

摘 要: 广义 gamma 分布(GFD)是近年来用于 SAR 图像统计建模重要分布之一, 参数估计是制约其应用的核心问题。该文提出了一种新的 GFD* 参数估计方法。首先分析了 GFD* 的对数累积量参数估计方法(Method-of-Log-Culmulants, MoLC)的不足, 接着推导了基于 SISE (Scale-Independent-Shape-Estimation)方程的 GFD* 参数估计表达式, 并给出了具体的求解方法。最后, 利用蒙特卡洛仿真的实验结果表明, 该方法稳定性和有效性优于 MoLC。

关键词: 广义 gamma 分布; 参数估计; 尺度独立的形状估计; 对数累积量方法; 蒙特卡洛仿真

中图分类号: TN957.52

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)08-1860-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.01260

Method on Parameters Estimation of Generalized Gamma Distribution Based on Scale-Independent-Shape-Estimation (SISE) Equation

Qin Xian-xiang Gao Gui Zhou Shi-lin Zou Huan-xin

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The Generalized Gamma Distribution (GFD) is one of the most important distributions for modeling of Synthetic Aperture Radar (SAR) images, of which the main limiting factor for application is the parameters estimation. In this paper, a new parameters estimation for GFD* is proposed. At first, the weakness of Method-of-Log-Cumulants (MoLC) for GFD* is analyzed. Moreover, the estimation expression for GFD* based on Scale-Independent-Shape-Estimation (SISE) equation is derived, and the concrete solving method is presented too. Finally, the Monte Carlo simulation results demonstrate that the proposed method is more stable and effective than MoLC.

Key words: Generalized Gamma Distribution (GFD); Parameters estimation; Scale-Independent-Shape-Estimation (SISE); Method-of-Log-Cumulants (MoLC); Monte Carlo simulation

1 引言

SAR 图像数据的统计特性分析是 SAR 图像解译应用的基础前沿课题。广义 gamma 分布(GFD)作为一种经验分布, 最早由 Stacy 提出, 在移动通信、语音信号处理以及 SAR 图像统计建模等方面得到了很好的应用^[1]。该分布具备良好的模型兼容性, 很多著名的 SAR 图像统计模型如 Rayleigh 分布、指数分布、Nakagami 分布、gamma 分布、对数正态(log-normal)分布和 Weibull 分布等均为其特例, 因此受到了普遍关注。如 Amastassopoulos 基于 GFD 推导了对高分辨率 SAR 图像建模的广义复合(Generalized Compound, GC)模型^[2]; 文献[1]将 GFD 直接用于 SAR 图像的统计建模, 验证了其对 SAR 图像数据的有效描述能力; 文献[3]研究了混合

GFD 分布模型以及在基于字典集的 SAR 图像统计模型研究中引入 GFD^[4-6], 在 SAR 图像建模及分类应用中取得较好的结果。值得一提的是, Li 等人^[7]于 2011 年对传统 GFD 进行适当修改后, 得到一个参数范围扩大的 GFD 模型(为区分, 本文记之为 GFD*), 使得表征极不均匀区域的逆 gamma 分布^[1]为其特例。

参数估计是 SAR 图像统计建模的关键问题。传统参数估计方法包括矩估计和最大似然估计, 然而它们对 GFD* 进行参数估计时存在方程组非线性程度高、方程解的唯一性未知等问题。基于对数累积量方法(Method-of-Log-Cumulants, MoLC)^[8]是一种可行的途径, 文献[7,9]采用 MoLC 在相当程度上解决了 GFD* 的参数估计问题。然而, MoLC 对 GFD* 进行参数估计时要求数据的二阶和三阶对数累积量满足一定的约束关系^[9], 但这种关系在实际中并不一定成立。此外, MoLC 还涉及一些特殊函数, 包括

2011-12-02 收到, 2012-05-02 改回

*通信作者: 秦先祥 qxxzhijia@126.com

gamma, digamma 以及 polygamma 函数, 导致了参数估计在硬件实现上的困难。

SISE(Scale-Independent-Shape-Estimation) 方法^[10]由 Song 于 2008 年针对 Stacy 的 GFD 提出, 其思想是通过适当的空间变换, 构造出一个与尺度参数独立的单根方程, 且根即等于形状参数, 求解该方程并结合最大似然估计式即可有效解决所有参数的估计问题。此外该方法只涉及一些简单的基本数学运算, 十分易于硬件的实现。

本文尝试利用 SISE 估计 GFD* 的参数, 并与 MoLC 进行性能对比。章节安排如下: 第 2 节简要地介绍了 GFD* 并证明了其与 Stacy 的 GFD 的关系。第 3 节对 GFD* 的已有参数估计方法进行分析, 并详细推导了该分布的 SISE 方法。最后在第 4 节中利用蒙特卡洛仿真实验验证了本文方法的有效性。

2 GFD* 模型

Stacy 的 GFD 的概率密度函数(Probability Density Function, PDF)如式(1)所示。

$$f(x) = \frac{v}{\sigma\Gamma(\kappa)} \left(\frac{x}{\sigma}\right)^{\kappa v - 1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\sigma}\right)^v\right], \quad \sigma, v, \kappa, x > 0 \quad (1)$$

GFD* 的 PDF 如式(2)所示。

$$f(x) = \frac{|v|\kappa^\kappa}{\sigma\Gamma(\kappa)} \left(\frac{x}{\sigma}\right)^{\kappa v - 1} \exp\left[-\kappa\left(\frac{x}{\sigma}\right)^v\right], \quad \sigma, |v|, \kappa, x > 0 \quad (2)$$

与 Stacy 的 GFD 相比, GFD* 的参数 v 的取值范围由正实数扩展到非零实数, 从而增加了模型的灵活性。若记式(1)和式(2)中的参数 σ 分别为 σ_a 和 σ_b , 可以证明, 当 $v > 0$ 时, 若令 $\sigma_b = \sigma_a e^{(\ln \kappa)/v}$, 则这两个分布的形式完全一致, 故认为新模型是传统模型的扩展。图 1(a), 1(b)和 1(c)分别给出了模型在参数 σ , κ 和 v 取不同值的情况下的 PDF 曲线, 如图 1 所示。

由图 1(a)可见, 随着 σ 的增大, 分布曲线的跨度增加且峰值降低, σ 反应了分布的尺度信息, 故通常称之为尺度参数。由图 1(b)和图 1(c)可见, 参数 κ 和 v 的变化主要引起分布曲线形状的改变。参

数 κ 或 v 的值越小, 分布的拖尾越明显, 故称之为分布的形状参数, 为区分可分别称 κ 和 v 为第 1 和第 2 形状参数。

3 GFD* 模型参数估计方法

3.1 传统参数估计方法的局限

根据矩的定义, 可计算出 GFD* 的第 m 阶矩的表达式如式(3)所示。

$$E[X^m] = \int_0^\infty x^m f_X(x) dx = \frac{(\sigma\kappa^{-1/v})^m}{\Gamma(\kappa)} \Gamma\left(\kappa + \frac{m}{v}\right) \quad (3)$$

上述矩存在的条件为 $\kappa > \max(-m/v, 0)$ 。理论上通过联立 3 个不相关的矩方程即可估计出模型的参数。然而发现, 采用矩方法得不到 GFD* 的参数解析估计式, 且由于矩方程组的非线性程度非常高, 即使采用数值方法, 求解仍十分困难且不稳定。此外, 估计参数所选取的矩的存在性使算法进一步受到限制。

对于最大似然方法, 可导出其估计方程组如式(4)~式(6)所示。

$$\sigma = \left(\frac{1}{N\kappa} \sum_{i=1}^N x_i^v\right)^{1/v} \quad (4)$$

$$\kappa = \left\{v \left[\left(\sum_{i=1}^N x_i^v\right)^{-1} \sum_{i=1}^N x_i^v \ln x_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln x_i\right]\right\}^{-1} \quad (5)$$

$$\log N\kappa - \Psi(\kappa) + \frac{v}{N} \sum_{i=1}^N \ln x_i - \ln \left(\sum_{i=1}^N x_i^v\right) = 0 \quad (6)$$

与矩估计的问题类似, 最大似然估计的方程组非线性程度非常高, 得不到参数估计的解析表达式, 而采用数值解法也存在诸如根的多重可能性、数值迭代是否收敛等很多问题。

3.2 MoLC 参数估计方法

MoLC 是当前在 SAR 图像统计模型参数估计中广泛应用的一种方法。该方法通过联立模型的对数累积量方程组来估计参数。GFD* 的前三阶对数累积量如式(7)~式(9)所示。

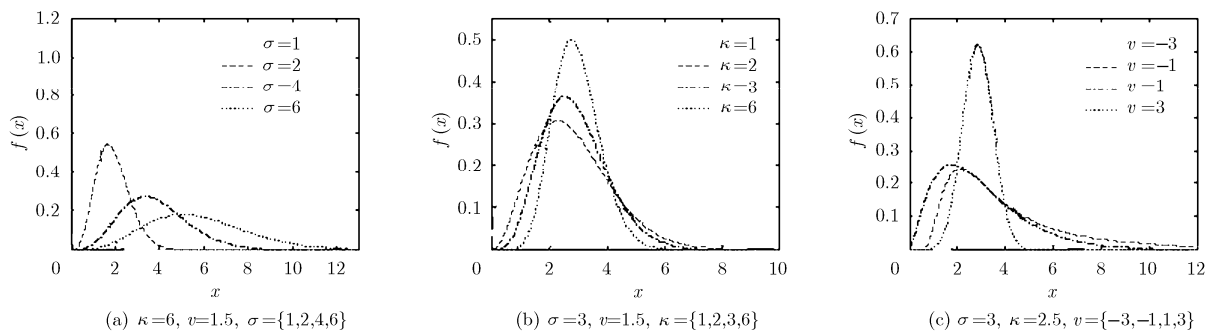


图1 不同 σ , v 和 κ 值下的 GFD* 分布 PDF 曲线

$$\kappa_1 = \ln \sigma + (\Psi(\kappa) - \ln \kappa) / v \quad (7)$$

$$\kappa_2 = \Psi(1, \kappa) / v^2 \quad (8)$$

$$\kappa_3 = \Psi(2, \kappa) / v^3 \quad (9)$$

其中 $\Psi(\cdot)$ 为 digamma 函数, $\Psi(x) = \frac{d}{dx} \ln \Gamma(x)$, $\Psi(k, \cdot)$ 为第 k 阶 polygamma 函数, 其与 $\Psi(\cdot)$ 的关系为 $\Psi(k, x) = \frac{d}{dx^k} \Psi(x)$ 。估计参数时, 利用样本对数累积量代替理论对数累积量。若样本数据为 $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_N\}$, 则样本对数累积量计算式为

$$\hat{\kappa}_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln X_i, \quad \hat{\kappa}_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\ln X_i - \hat{\kappa}_1)^2$$

$$\hat{\kappa}_3 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\ln X_i - \hat{\kappa}_1)^3$$

然而 MoLC 方法的应用受其选取的对数累积量的限制, 利用式(7)-式(9)即前三阶对数累积量方程估计 GFD* 参数须满足条件 $\hat{\kappa}_2^3 / \hat{\kappa}_3^2 \geq 0.25$ [9]。文献[7]利用 polygamma 函数的二阶展开式来近似原函数的方法, 得到参数的解析估计式, 从而提高了参数估计的效率。但该方法的使用须满足条件 $\hat{\kappa}_2^3 / \hat{\kappa}_3^2 \geq 0.375$ [7,9], 这使得 MoLC 方法应用条件更为严格。

3.3 SISE 参数估计方法

3.3.1 SISE 方程推导 设变量 X 服从 GFD*, 定义映射 f 为 $f(t) = E[X^t]$, $g(t) = f'(t) / f(t)$, 其中 $f'(t)$ 为 $f(t)$ 的一阶导数。由上述定义以及式(3)可得

$$g(t) = (\ln \sigma) - \frac{\ln \kappa}{v} + \frac{1}{v} \Psi\left(\frac{t}{v} + \kappa\right) \quad (10)$$

于是有

$$g(v) - g(0) = \frac{1}{\kappa v} \quad (11)$$

令 $Y = (X / \sigma)^v$, 则可导出 Y 的第二阶矩与第一阶矩的平方之比为

$$\frac{E[Y^2]}{E^2[Y]} = \frac{E[X^{2v}]}{E^2[X^v]} = \frac{f(2v)}{f^2(v)} = \frac{(1 + \kappa)}{\kappa} \quad (12)$$

根据式(11)和式(12)可构造方程如下:

$$F(z) = \frac{f(2z)}{f^2(z)} - \{1 + z[g(z) - g(0)]\} = 0 \quad (13)$$

显然, 参数 v 为方程 $F(z) = 0$ 的根, 若方程只有单根, 则必为 v 。代入 f , f' 和 g' 的具体表达式, 式(13)可化为

$$F(z) = \Gamma(\kappa) \Gamma\left(2\frac{z}{v} + \kappa\right) / \Gamma^2\left(\frac{z}{v} + \kappa\right) - \left\{1 + \frac{z}{v} \left[\Psi\left(\frac{z}{v} + \kappa\right) - \Psi(\kappa)\right]\right\} = 0 \quad (14)$$

该方程存在的条件为 $2(z/v) + \kappa > 0$ 。不失一般性, 图2给出了 $v = -2, 2, \kappa = 0.5, 0.6, \dots, 1.4$ 时 $F(z)$ 函数

的曲线。

由图2可见, 当 $v > 0$ 时, $F(z)$ 在正区间 R^+ 上为凸函数, 并在区间 $(-\kappa v / 2, 0)$ 上单调递减且大于 0。方程 $F(z) = 0$ 的唯一非零解处于正区间 R^+ 上且等于 v 。类似地, 当 $v < 0$ 时, 方程 $F(z) = 0$ 的唯一非零解处于负区间 R^- 上且等于 v 。用于估计参数的该方程的解只与形状参数 v 有关而独立于尺度参数, 故称之为尺度独立的形状估计(SISE)方程。

实际中利用样本数据对 $F(z)$ 进行估计。对于样本序列 $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_N\}$, 定义样本映射 $f_N(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k^t$, $g_N(t) = f'_N(t) / f_N(t)$, 其中 $f'_N(t)$ 为 $f_N(t)$ 的导数, 于是可计算得 $g_N(t) = \left(\sum_{k=1}^N X_k^t \ln X_k\right) / \sum_{k=1}^N X_k^t$ 。利用上述映射可导出样本 SISE 方程为

$$F_N(z) = \frac{f_N(2z)}{f_N^2(z)} - (1 + z[g_N(z) - g_N(0)]) = 0 \quad (15)$$

根据大数定律[11]以及连续映射定理可知, 当 $N \rightarrow \infty$ 时, $F_N(z)$ 为 $F(z)$ 的一致估计, 且方程 $F_N(z) = 0$ 的根 v_N 逼近于 $F(z) = 0$ 的根 v 。故 SISE 方法本质上是求解非线性样本方程 $F_N(z) = 0$ 的非零根 v_N , 将之作为模型真实参数 v 的估计值 \hat{v} 。将 \hat{v} 依次代入式(5)和式(4)即可得到另两个参数的估计值 $\hat{\kappa}$ 和 $\hat{\sigma}$ 。

3.3.2 样本 SISE 方程求解与模型参数估计 常用的数值求根方法有牛顿迭代法、试位法和二分法等[12]。牛顿迭代方法也叫切线法, 具有收敛速度快的特点, 然而该算法为局部收敛算法, 其全局收敛要求相应的函数为单调连续凸(或凹)函数, 而样本函数 $F_N(z)$ 不满足该条件。试位法和二分法则对函数的单调性和凸(或凹)性质没有要求, 在单根方程的有根区间上具有全局收敛性, 是求解样本 SISE 方程的有效方法。注意到, 对于一个很小的正数 $\xi \in (0, \min(|v_N \cdot \kappa / 2|, |v_N|))$, 有 $F_N(\xi) \cdot v_N < 0$ 。在实际中利用这一性质可以有效判断 v_N 的正负性, 然后由一维搜索算法即可快速确定方程的有根区间。以二分法为例, 样本 SISE 方程求解的流程图如图3所示。

图3中, ξ 为一个很小的正数, 其值与具体数据有关; s 为方程根搜索算法的步长; M 为在有根区间上搜索根的最大次数, 实验中设为 100。

4 实验结果与分析

4.1 参数估计方法性能的评价准则

对于参数估计方法性能的评估通常可从以下两个角度出发:

- (1) 估计分布对数据的拟合程度, 可通过

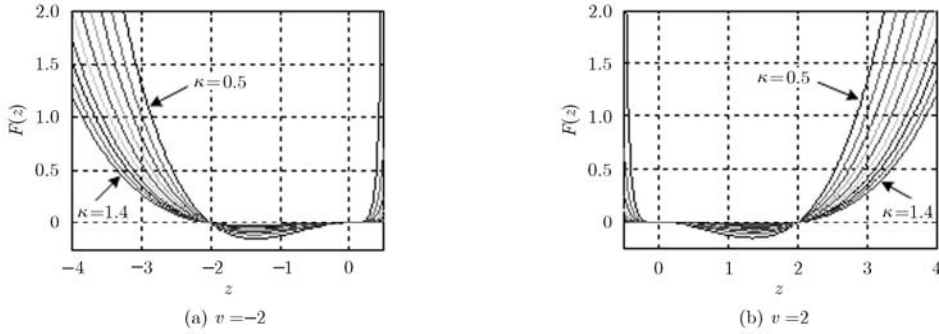


图2 $F(z)$ 函数曲线 ($\kappa = 0.5, 0.6, \dots, 1.4$)

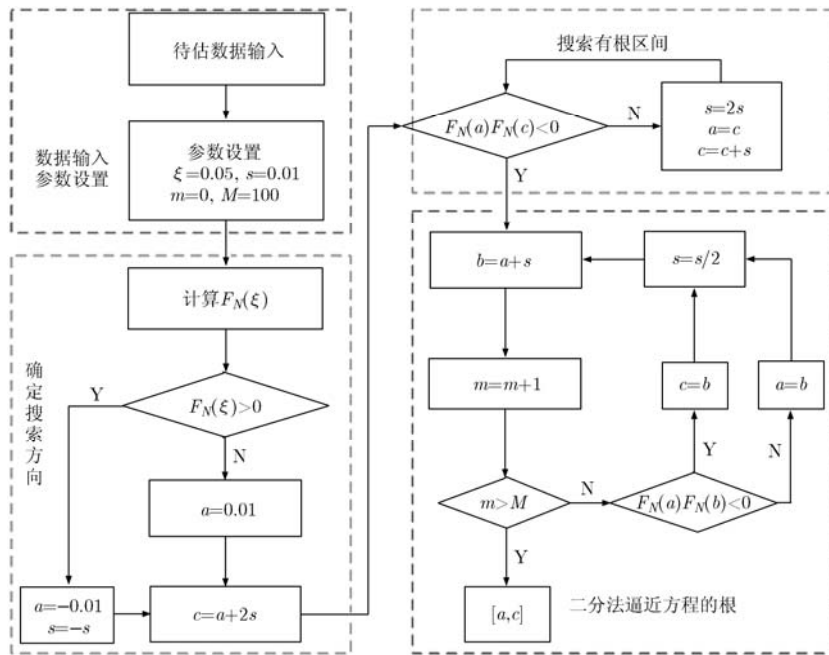


图3 样本SISE方程求解流程图

Kolmogorov-Smirnov(KS)距离和基于样本的均方差(Sample-based Mean Square Error, SMSE)衡量^[9];

记 $F(x)$ 和 $Q(x)$ 分别为分布的实际与估计的累积分布函数, 则 KS 定义为

$$KS = \max_{x>0} |F(x) - Q(x)| \quad (16)$$

对于给定的离散幅度(或强度)观测值 $x_i (1 \leq i \leq N)$, 其相应的实际 PDF 和估计 PDF 的值分别为 $f(x_i)$ 和 $q(x_i)$, 则 SMSE 定义如下:

$$SMSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |f(x_i) - q(x_i)|^2 \quad (17)$$

KS 值反映了估计的和实际的分布函数之间偏差的最大值, SMSE 值反映了估计的 PDF 与实际 PDF 之差的平均值, KS 或 SMSE 的值越小, 表明估计的分布对数据的拟合度越高, 从而表明参数估计越准确。

(2)参数估计量的统计属性, 包括无偏性、有效性等指标^[11]。参数估计量无偏, 指的是其期望与实际参数值相等; 对于两个无偏的参数估计量, 方差小的估计量更为有效; 无偏性和有效性涉及到参数估计量的期望和方差计算, 但 MoLC 与 SISE 方法均无解析参数估计式, 这使得难以从理论上严格推导。然而由概率论知识可知, 样本平均值和样本方差分别为期望和方差的一致估计^[11], 因此一种行之有效的途径是利用蒙特卡洛仿真方法获得这两个指标进行评价。对于样本方差较小的情况, 可采用等效的平均绝对误差(Mean Absolute Error, MAE)来替代样本方差, 其定义为

$$MAE = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M |\theta - \hat{\theta}_i| \quad (18)$$

其中 M 为蒙特卡洛仿真的次数, θ 为参数真实值, $\hat{\theta}_i$ 为第 i 组样本序列的参数估计值。

4.2 蒙特卡洛实验结果

4.2.1 蒙特卡洛方法设计 蒙特卡洛方法，通过在相同条件下的大量反复实验来减小随机性对实验结果的影响。评价 MoLC 和 SISE 的蒙特卡洛方法设计如下：

(1)参数设置，包括蒙特卡洛仿真次数 M ，多组样本数据的大小及多组具有代表性的 GTD* 参数；

(2)在同一样本数下，仿真 GTD* 数据并用两种方法估计参数值；

(3)重复(2)，直到次数等于 M ，计算所估参数的平均值、平均 KS 值、平均 SMSE 值以及平均 MAE 值；

(4)在下一组样本数下，重复(2)和(3)，直到最后一组样本数下的实验完成为止。

4.2.2 蒙特卡洛方法实验结果与分析 设置蒙特卡洛仿真次数 $M=100$ ，选取 3 组不同的样本数，分别为

$20^2, 35^2$ 和 100^2 。设置 4 组模型参数： (σ, κ, v) 为 $(1, 2, 4), (1, 3, 2), (1, 3, -2)$ 和 $(1, 2, -4)$ ，其标号分别记为 1~4。根据上述步骤进行实验，结果如表 1 和图 4 所示。

由上述结果可见：

(1)在同一条件下 SISE 所得平均 KS 值和 SMSE 值均略小于等于 MoLC 相应的值，两者的 KS 差值的量级为 10^{-4} 内，而 SMSE 差值除个别之外，其量级则均在 10^{-4} 内。因此，从拟合数据的角度而言，两种方法的性能十分接近，而 SISE 方法略好于 MoLC 方法；

(2)随着样本数的增加，两种方法所得的各参数估计值逐渐逼近设定值，当样本量为 100^2 时，参数 $\hat{\sigma}$ ， $\hat{\kappa}$ 和 \hat{v} 的平均值几乎等于设定值，故在相当程度上可认为两种方法是无偏的。但从设定参数值与估计参数值的定性比较分析中发现，两种方法估计的

表1 不同数据样本数下两种方法所得参数均值、KS和SMSE值

样本数		20^2			35^2			100^2		
σ, κ, v	方法	均值	KS	SMSE	均值	KS	SMSE	均值	KS	SMSE
(1, 2, 4)	MoLC	(1.00, 2.57, 3.81)	0.3556	0.2332	(1.00, 2.11, 4.03)	0.1956	0.0610	(1.00, 2.02, 3.99)	0.0650	0.0059
	SISE	(1.00, 2.19, 4.14)	0.3553	0.2320	(1.00, 2.01, 4.06)	0.1951	0.0606	(1.00, 2.02, 3.98)	0.0648	0.0058
(1, 3, 2)	MoLC	(1.00, 3.96, 1.97)	0.3470	0.0915	(1.00, 3.23, 2.00)	0.1938	0.0250	(1.00, 3.05, 1.99)	0.0643	0.0023
	SISE	(1.00, 3.22, 2.07)	0.3466	0.0912	(1.00, 3.13, 2.02)	0.1938	0.0250	(1.00, 3.00, 2.01)	0.0640	0.0023
(1, 3, -2)	MoLC	(1.01, 4.23, -1.88)	0.3172	0.0388	(1.00, 3.30, -1.98)	0.1711	0.0088	(1.00, 3.03, -2.00)	0.0562	7.92×10^{-4}
	SISE	(1.00, 3.39, -2.10)	0.3167	0.0385	(1.00, 3.27, -1.98)	0.1704	0.0088	(1.00, 3.04, -1.99)	0.0559	7.82×10^{-4}
(1, 2, -4)	MoLC	(1.00, 2.40, -3.92)	0.3212	0.1121	(1.00, 2.09, -4.06)	0.1799	0.0291	(1.00, 2.01, -4.01)	0.0597	0.0027
	SISE	(1.00, 2.11, -4.18)	0.3203	0.1118	(1.00, 2.01, -4.10)	0.1792	0.0289	(1.00, 1.99, -4.02)	0.0592	0.0026

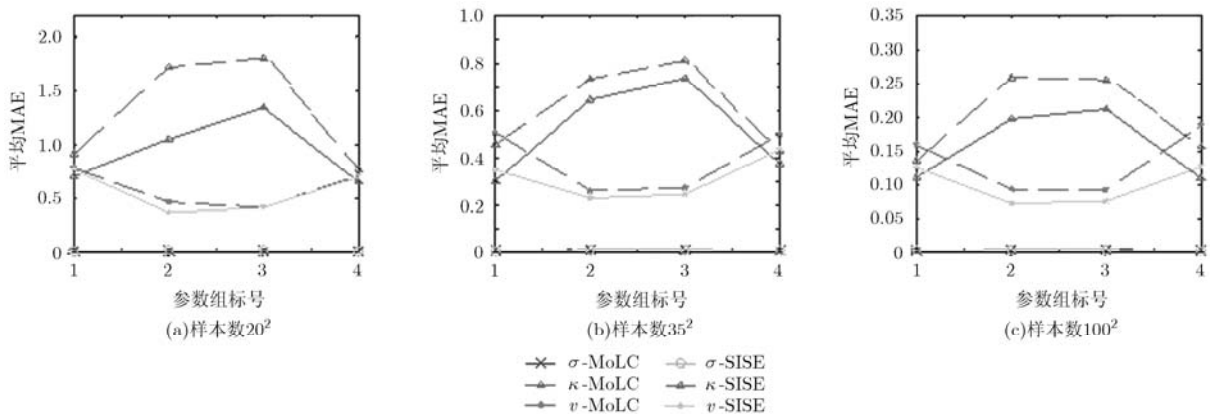


图4 不同样本下的两种方法估计各参数的平均 MAE 值比较

$\hat{\sigma}$ 最为接近设定值, 估计的 $\hat{\nu}$ 与设定值的偏差基本相当, 而 SISE 估计的 $\hat{\kappa}$ 更接近于设定值, 在小样本情况下这一特点更为明显。这说明 SISE 方法估计的参数更为稳定;

(3)由图 4 可见, 在 3 种不同样本数条件下, 两种方法估计参数 $\hat{\sigma}$ 的平均 MAE 值接近并都近似为 0。相比而言, 估计参数 $\hat{\kappa}$ 与 $\hat{\nu}$ 的平均 MAE 值较大, 其值随着样本数的增加而减小。因此从平均 MAE 角度来看, 两方法的差别主要体现在估计参数 $\hat{\kappa}$ 与 $\hat{\nu}$ 上。在同一条件下两方法估计参数 $\hat{\kappa}$ 与 $\hat{\nu}$, SISE 方法所得 MAE 值小于 MoLC 相应的值。可见, SISE 方法估计参数比 MoLC 方法更有效。

5 结束语

本文对 GFD* 的已有参数估计方法尤其是 MoLC 方法进行分析并指出其局限, 详细推导了 GFD* 的 SISE 参数估计方法, 并给出了具体的求解方法。利用蒙特卡洛仿真方法比较本文方法和目前性能最好的 MoLC 方法, 可得出如下结论: (1)从拟合数据的角度出发, 采用平均 KS 和 SMSE 值进行评价, 二者性能相当; (2)从参数估计的无偏性、有效性等指标来看, 本文方法参数估计性能更好。此外, 由于 MoLC 方法涉及 gamma, digamma 和 polygamma 等特殊函数, 而本文方法只涉及基本的数学运算, 因此本文方法在硬件实现上更为容易。

参考文献

- [1] Li Heng-chao, Hong Wen, and Wu Yi-rong. Generalized Gamma distribution with MoLC estimation for statistical modeling of SAR images[C]. The Asia-Pacific Conference on Synthetic Aperture Radar, Huangshan, China, 2007: 525-528.
- [2] Amastassopoulos V and Lampropoulos G A. High resolution radar clutter statistics[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1999, 35(1): 43-60.
- [3] Krylov V and Zerubia J. Generalized gamma mixtures for supervised SAR image classification. <http://www.graphicon.ru/proceedings/2010/conference/EN/Se3/116.pdf>. 2010.
- [4] Krylov V, Moser G, Serpico S B, *et al.* Dictionary-based probability density function estimation for high-resolution SAR data[C]. *Information Solution and Technology / SPIE Electronic Imaging*, 2009: 1-12.
- [5] Moser G, Krylov V, Serpico S B, *et al.* High resolution SAR image classification by Markov random fields and finite mixtures[C]. *Information Solution and Technology / SPIE Electronic Imaging*, 2010: 1-13.
- [6] Krylov V, Moser G, Serpico S B, *et al.* Enhanced dictionary-based SAR amplitude distribution estimation and its validation with very high-resolution data[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2011, 8(1): 148-152.
- [7] Li Heng-chao, Hong Wen, Wu Yi-rong, *et al.* On the empirical-statistical modeling of SAR images with generalized gamma distribution[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2011, 5(3): 386-397.
- [8] Nicolas J M and Anfinson S N (translator). Introduction to second kind statistic: application of logmoments and log-cumulants to SAR image law analysis[J]. *Traitement du Signal*, 2002, 19(3): 139-167.
- [9] Krylov V, Moser G, Serpico S B, *et al.* On the method of logarithmic cumulants for parametric probability density function estimation[R]. Research Report 7666, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, 2011: 1-39.
- [10] Song Kai-sheng. Globally convergent algorithms for estimating generalized gamma distributions in fast signal and image processing[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2008, 17(8): 1233-1250.
- [11] 盛骤, 谢世千, 潘承毅. 概率论与数量统计(第3版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2001: 144-153.
- [12] 齐治昌. 数值分析及其应用(第2版) [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1996: 175-189.

秦先祥: 男, 1986年生, 博士生, 研究方向为 SAR 图像处理。

高贵: 男, 1981年生, 副教授, 研究方向为 SAR 图像处理、目标检测、识别等。

周石琳: 男, 1965年生, 教授, 研究方向为计算机视觉、图形图像处理与可视化等。