

基于压缩感知的超宽带信道估计方法的研究

于华楠 郭树旭*

(吉林大学电子科学与工程学院 长春 130012)

摘要: 压缩感知(Compressed Sensing, CS)理论可以从较少的观测样本中恢复稀疏信号。针对超宽带(Ultra-WideBand, UWB)信道的稀疏特性,将压缩感知理论应用于 UWB 系统的信道估计中,能够有效地降低系统的采样速率。该文针对 UWB 信道的特点对过完备字典库和观测矩阵进行设计,提出了一种滤波矩阵估计算法。然后,分别利用丹茨格选择器(Dantzig Selector, DS),基追踪降噪(Basis Pursuit De-Noising, BPDN)算法和正交匹配跟踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法实现信号检测,进一步给出 UWB 信道估计中 CS 重建算法的选择建议。基于 IEEE 802.15.4a 信道模型的仿真结果表明,该算法同随机观测算法的检测结果相比,能够在较低的采样速率下获得更好的误码率性能。

关键词: 无线通信;超宽带;信道估计;压缩感知;稀疏重建

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)06-1452-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.01235

Research on CS-based Channel Estimation Methods for UWB Communications

Yu Hua-nan Guo Shu-xu

(College Electronic Science and Engineering, Jilin University, Changchun 130012, China)

Abstract: The theory of compressed sensing can be used to reconstruct sparse signals from fewer observations. According to the sparsity of UWB channels, a reduced sampling rate can be obtained at the detector based on compressed sensing frame. In this paper, a filter matrix estimation algorithm is proposed by designing the over-completed dictionary and observation matrix. Then, the Orthogonal Matching Pursuit (OMP), the Basis Pursuit De-noising (BPDN) and the Dantzig Selector (DS) are used to detect original signal to give the opinions for choosing suitable reconstruction algorithms. The simulation results in the IEEE 802.15.4a channel model show that the coherence detection based on the new channel estimation method outperforms the one based on random observation method for better bit error rate performances with a reduced sampling rate.

Key words: Wireless communication; Ultra-WideBand (UWB); Channel estimation; Compressed Sensing (CS); Sparse reconstruction

1 引言

超宽带技术具有高数据传输率、低功耗、低成本、较强的抗多径效应等特点。但是接收高带宽信号所需要的高速率 A/D 转换会导致通信设备复杂程度的增加或者采样分辨率的下降,这是超宽带通信需要突破的瓶颈之一^[1]。文献[2]提出的压缩感知理论,对可压缩的信号以远低于奈奎斯特速率的方式进行采样,仍能够精确地恢复出原始信号。利用 UWB 信道的稀疏特性,压缩感知理论能够有效地降低 UWB 通信系统的采样速率^[3]。文献[4]将压缩感知理论引入到 UWB 通信中,设计了一个基于概率

模型的 GLRT 检测器。文献[5]提出了一种基于压缩感知的 UWB 信道随机观测估计算法,并将信道估计结果应用于 UWB 信号检测中,在较低的采样速率下取得了更好的误码率性能。随着对压缩感知理论的深入研究,文献[6]设计一种新颖的 UWB 通信系统,适用于符号间干扰更严重的信道环境。但上述文献中并没有深入讨论 UWB 信道的稀疏特性,以及建立在这个特性基础上的压缩感知理论的各个要素的研究。

本文在压缩感知理论框架下讨论超宽带系统的信道估计问题。通过分析 UWB 信道的稀疏特性和信道结构特征,设计过完备字典库和观测矩阵,结合准-托普林兹矩阵结构把观测矩阵描述成滤波器的形式,提出了一种滤波矩阵估计算法。该算法在

2011-11-25 收到, 2012-02-01 改回

国家自然科学基金(60976065)资助课题

*通信作者: 郭树旭 guosx@jlu.edu.cn

考虑信道噪声的环境下，具有较高的估计精度，而且对加性高斯噪声具有更好的抑制作用。此外，该算法分别采用正交匹配跟踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)，基追踪降噪(Basis Pursuit De-Noising, BPDN)和丹茨格选择器(Dantzig Selector, DS)3种稀疏重建算法恢复原始信号。一方面验证了该算法在实践中的灵活性，另一方面本文对比分析实验结果给出了 UWB 信道估计中 CS 重建算法的选择建议。

2 压缩感知理论

在压缩感知理论框架下，考虑一般的信号重构问题。假设具有某个稀疏域，且可压缩的信号 \mathbf{x} 是一个 N 维向量，能够在一组正交基 $\mathbf{D} = \{d_1, d_2, \dots, d_N\}$ 的基础上稀疏表达，即变换系数是稀疏的，则信号 \mathbf{x} 可由 N 个基向量描述成线性组合的形式。

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^N d_i u_i = \mathbf{D}\mathbf{u} \quad (1)$$

式中向量 $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^N$ ，但其中只有 K 个非零元素 ($K \ll N$)，此时 \mathbf{u} 是 N 维- K 稀疏向量。基向量 \mathbf{D} 被称为过完备字典，其中的每一个列向量是字典中的一个原子。信号 \mathbf{x} 经过向量 \mathbf{D} 稀疏表达，即可用 \mathbf{u} 中的 K 个非零元素来描述。相应地，重建信号 \mathbf{x} 时，也只需要估计出 K 个而不是 N 个实际参量，大大降低了采样信号的维数。

在压缩感知理论中，对信号 \mathbf{x} 的采样过程可以描述为一个线性投影。即信号 \mathbf{x} 经过线性变换后，输出的观测信号 \mathbf{y} 包含 M 个元素，其中每个元素是 \mathbf{x} 的一个检测量。

$$\mathbf{y} = \Phi\mathbf{x} = \Phi\mathbf{D}\mathbf{u} \quad (2)$$

其中 Φ 称为观测矩阵且 $M \ll N$ 。由于观测数量 M 远小于信号长度 N ，所以直接重构的线性方程式(2)是欠定的。压缩感知理论给出当观测矩阵 Φ 符合等容受限(Restricted Isometry Property, RIP)时^[7]，利用重建算法就能够以很大的概率从观测信号 \mathbf{y} 中恢复出原始信号 \mathbf{x} ，而不必知道未知信号 \mathbf{u} 中非零元素的一系列位置。

综上所述，基于压缩感知理论的采集和处理信号过程可以总结如下：首先根据信号的特征设计过完备字典 \mathbf{D} ，使 \mathbf{x} 能够在 \mathbf{D} 中稀疏表示；然后，设计一个 $M \times N$ 维的观测矩阵 Φ ，利用式(2)得到观测信号 \mathbf{y} ；最后，根据设计好的过完备字典 \mathbf{D} 和观测矩阵 Φ ，并选择合适的重建算法，在接收端即可从观测信号 \mathbf{y} 中恢复原始信号 \mathbf{x} ，实现超宽带通信中的信道估计。

3 基于压缩感知的 UWB 信道估计算法

目前，压缩感知理论被广泛应用于 UWB 信道估计中，是基于 UWB 信号本身可以在某个预先设计的字典 \mathbf{D} 下稀疏表示，而且当寻找到一个与 \mathbf{D} 不相关的观测矩阵后，可以在重建算法的基础上恢复原始信号。本文着重讨论观测矩阵的优化选择问题。随机观测估计算法能够基于压缩感知理论框架实现 UWB 信道估计，本文在此基础上进一步改进观测矩阵的设计思路，提出滤波矩阵估计算法。

3.1 随机观测估计算法

本文采用 IEEE 802.15.4a 信道模型，UWB 信道可以表示为

$$h(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l \delta(t - \tau_l) \quad (3)$$

式中 L 是信道的多径个数， α_l 和 τ_l 分别是第 l 路信号的衰减和时延。在发送端，选择具有单位能量的一阶高斯脉冲信号 $p(t)$ 作为发送短脉冲。若不考虑噪声影响，经过 UWB 信道接收端得到的信号为

$$g(t) = p(t) * h(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l p(t - \tau_l) \quad (4)$$

其中 $*$ 代表信号的卷积。

在 UWB 信号的相关检测中，接收端使用 $g(t)$ 的估计值 $\hat{g}(t)$ 作为相关检测的模板信号。信道估计最直接的方式是对 $g(t)$ 采样，将采样结果作为估计值。但在超宽带系统中， $g(t)$ 为宽带信号，直接采样要求模数转换器(A/D)以很高的速率工作，通常要求采样速率达到 10 GHz 以上，目前的工艺条件基本无法实现。随着压缩感知理论成为信号处理的研究热点，随机观测估计算法可以作为一种更为优越的解决方法。

随机观测估计算法在接收端用随机观测矩阵 Φ_1 进行观测得到观测值 \mathbf{y}_1 。

$$\mathbf{y}_1 = \Phi_1 \mathbf{g} \quad (5)$$

设计满足 RIP 原则的 Φ_1 ，通常可选择多尺度 Gabor 方程、小波和正弦波方程以及随机方程等。而对于过完备字典 \mathbf{D} 最简单的办法是选择单位矩阵。但在超宽带通信条件下 $g(t)$ 在单位矩阵上的稀疏程度不是最优的，需要更合适的过完备字典完成稀疏表达。考虑到 UWB 信道本身的稀疏性，即冲激响应 $h(t)$ 是稀疏的，由 $h(t)$ 与高斯脉冲卷积后得到的 $g(t)$ ，可以视为 $p(t)$ 的不同时延信号加权相加得到的。于是在设计过完备字典的过程中，将脉冲信号 $p(t)$ 的不同时延信号作为过完备字典 \mathbf{D} 中的原子，这样 $g(t)$ 将在 \mathbf{D} 上很好地稀疏表示^[5]。确定观测矩阵和过完备字典后，只需进行 M 维的低速率 A/D 转换，在获

得观测信号 y_1 的情况下, 通过 CS 重建算法就可以得到相干检测的模板信号 $\hat{g}(t)$ 。

但是这一结果是在忽略噪声对传输导频符号影响的前提下得到的。在实际的 UWB 信道中, 噪声不可避免, 于是考虑噪声影响的 UWB 接收信号可以表示为

$$g_n(t) = g(t) + n(t) \quad (6)$$

式中 $n(t)$ 是 UWB 信道的加性高斯白噪声, 符合 $N(0, \delta^2)$ 。

将式(6)写成离散形式, 并用随机观测矩阵 Φ_1 进行观测, 得到的观测值为

$$y_1 = \Phi_1(g + n) = \Phi_1 g + \Phi_1 n \quad (7)$$

可以看出, 观测过程同时对信号和噪声起作用, 即对信道噪声进行了 N 维到 M 维的映射, 由于 $M \ll N$, 所以随机观测在降低采样速率的同时也放大了噪声。

3.2 滤波矩阵估计算法

为了避免观测矩阵对噪声的放大, 本文在压缩感知理论框架的基础上提出了一种 UWB 信道滤波矩阵估计算法。该算法在发送端增加一个 FIR 滤波模块代替接收端的观测矩阵, 由于线性变换的环节位于发射机部分, 即在信道随机噪声参与之前已完成信号从 N 维到 M 维的映射, 从而实现更高精度的信道估计。

假设 FIR 滤波器的冲激响应为 $m(t)$, 则 UWB 接收信号可以表示为

$$y_2(t) = p(t) * m(t) * h(t) + n(t) \quad (8)$$

针对超宽带信道的实际特性, 其信道冲激响应 $h(t)$ 是稀疏的。于是在本文提出的算法中, $h(t)$ 被当作信道估计的目标, 直接采用单位矩阵作过完备字典即实现了信号的稀疏表达。

由式(8), 令 $c(t) = p(t) * m(t)$, 则

$$y_2(t) = c(t) * h(t) + n(t) \quad (9)$$

对 $c(t)$ 和 $h(t)$ 做低速率的 M 维 A/D 转换, 有

$$\begin{aligned} y_2(mT_s) &= c(mT_s) * h(mT_s) + n(mT_s) \\ &= \int_0^T c(mT_s - \tau)h(\tau) d\tau + n(mT_s) \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $m = 1, 2, \dots, M-1$, T_s 为采样周期, T_h 为 $h(t)$ 中相邻多径信道的时延, $T_s/T_h = q$ 为正整数。由式(10), 对连续信号 $p(t) * m(t)$ 进行离散抽样后, 将式(10)写成向量形式:

$$y_2 = \Phi_2 h + n = \sum_{i=0}^{L-1} c_i h(mT_s - iT_h) + n(mT_s) \quad (11)$$

其中矩阵 Φ_2 符合准-托普赫兹矩阵结构, 即 Φ_2 的每一行由 L 个非零元素组成, 每一行都是由上一行移位 q 得到的。文献[8]证明了准-托普赫兹矩阵是符合

RIP 原则的, 可以作为观测矩阵的一种选择方案。

由式(10)和式(11), 设计符合压缩感知理论框架的观测矩阵 Φ_2 , 它是对连续信号 $p(t) * m(t)$ 进行抽样处理后的离散信号形式。由于信道本身的充分稀疏性, 过完备字典的选择可以直接采用单位矩阵的形式。滤波矩阵估计算法是基于压缩感知理论的, 通过低速率的 M 维 A/D 转换得到观测值 y_2 , 即可利用重建算法得到信道冲激响应的估计值 $\hat{h}(t)$ 。对比式(7)和式(11)可以看出, 本文提出的信道估计算法没有对噪声进行 N 维到 M 维的映射, 也就避免了对噪声的放大, 所以受噪声环境的影响较小。同时, 本文提出的算法在发送端对 $p(t)$ 进行滤波。滤波后的信号经过 UWB 信道传输, 在接收端直接进行 M 维的低速率 A/D 转换, 降低了接收机的复杂程度。采用本文提出的算法进行信道估计, 得到的结果是信道的冲激响应 $\hat{h}(t)$, 并不是最终的发送信号, 需要利用式(4)进行卷积运算, 得到相关检测中使用的模板信号 $\hat{g}(t)$ 。

3.3 重建算法

当 $M \ll N$ 时, 式(2)描述的线性变换是一个欠定方程, 而寻找欠定方程的最稀疏解是 NP 难问题。文献[2]证明这一问题可以转化成对数学规划问题的求解。将式(2)中引入信道的加性高斯白噪声的干扰,

$$y = \Phi x + n \quad (12)$$

信号重建的过程即在式(12)中利用观测值 y 恢复出信号 x 。常用的稀疏重建策略主要有 l_1 范数收缩和贪婪算法等, 本文主要分析 l_1 范数收缩中的 BPDN^[9] 算法和 DS^[10] 算法以及贪婪算法中的 OMP^[11] 算法。

BPDN 算法由 BP 算法发展而来, 严格的说, BP 是一种最优化策略, 任何能够用来解决线性规划问题的算法都可以用来实现 BP 最优化策略, 如著名的单纯型法和内点法。BPDN 算法用来解决如下的二次规划问题,

$$\min_x \frac{1}{2} \|y - \Phi x\|_2^2 + \lambda \|x\|_1 \quad (13)$$

也可以写成

$$\min_x \|x\|_1, \text{ s.t. } \|y - \Phi x\|_2^2 \leq \delta \quad (14)$$

另一类基于 l_1 范数收缩的方法是 DS 算法, 该算法求解以下优化问题:

$$\min_x \|x\|_1, \text{ s.t. } \|\Phi^T (y - \Phi x)\|_\infty \leq \tau \quad (15)$$

对比式(14)和式(15), DS 算法与 BPDN 算法类似。区别在于 BPDN 算法利用 l_2 范数惩罚残差, 而 DS 算法通过使残差与所有原子的相关性最小来实现最优化。与 l_1 范数收缩策略不同, OMP 属于贪婪

算法。OMP 算法原理简单、易于理解，且算法复杂度较低，是一种广泛应用的稀疏分解算法。OMP 算法的一个重要的属性就是不会对一个原子选择两次，所以当进行 k 次迭代后，估计结果满足 $\|\hat{\mathbf{x}}\|_0 = k$ ，即满足迭代的终止条件。

通常以 Oracle 估计器的均方误差作为检测其他估计器性能的指标。除了已知观测信号 \mathbf{y} ，Oracle 估计器还要基于 \mathbf{x} 中非零元素的位置，而这在实际中是不可能得到的信息。理论上，文献[12]证明 BPDN, DS 和 OMP 都能够得到 $C \lg m$ 倍 Oracle 估计器的均方误差，其中 C 是一个常数。本文将通过仿真实验进一步分析在基于压缩感知的 UWB 信道估计问题中 3 种估计器的性能。

4 仿真实验

为了验证滤波矩阵估计算法的估计性能以及信号检测过程中的重建效果，本文通过下面 3 组实验对信道环境及信道估计算法进行仿真。

实验 1 仿真 UWB 信道环境。在居民小区环境和视距传输模式下，采用 IEEE 802.15.4a 信道模型。图 1 是 UWB 信道在一阶高斯脉冲作用下的响应，也就是相干检测中用到的目标模板信号。在本文的算法中，把它作为信道估计的待重建信号。

实验 2 采用 OMP 算法作为 CS 的重建算法，进行 UWB 信号相干检测实验。取 $N = 1000$ ， $M =$

360， $K = 180$ ， $N_p = 25$ ， $N_s = 10$ ，本组实验中发送 1000 个信息比特，且考虑信息比特在 UWB 信道中传输中受到加性高斯白噪声的影响。仿真结果如图 2 所示，其中图 2(a)为假设传输导频符号不受噪声影响时的仿真结果，图 2(b)为传输导频符号受加性高斯白噪声影响时的仿真结果。

从图 2 中可以看出，在传输导频符号不受噪声影响时，直接采样估计得到的就是最优的模板信号估计结果，但是直接采样需要较高的 A/D 转换速率。此时，随机观测估计算法和本文提出的算法都能够精确地估计出模板信号，相干检测的误码率曲线十分接近。而在传输导频符号受到加性高斯白噪声影响时，对比图 2(a)，图 2(b)，本文提出的滤波矩阵估计算法进行相干检测的误码率性能受到噪声的影响最小，直接采样估计受到噪声的影响明显变差，而随机观测估计算法的误码率性能最差。当信噪比小于 0.5 dB 时，3 种算法的误码率性能接近，当大于 0.5 dB 时，本文算法具有明显优势。根据前面的理论分析，仿真结果出现明显差异的原因在于，随机观测矩阵在观测过程中放大了噪声，所以在较低信噪比环境下，应用 CS 理论估计信道时 OMP 算法重建失败，没有有效地估计出相干检测的模板信号，导致信号相干检测的误码率急剧上升。本文提出的算法避免了对噪声的放大过程，从而得到更好的检测结果。

实验 3 取 $N = 1000$ ， $M = 360$ ， $K = 50$ ，采用本文提出的估计算法，图 3 给出了 OMP, DS 和 BPDN 重建算法在不同信噪比下的 UWB 信道估计结果。下面给出实验中的主要参数。OMP 算法的最大迭代次数取 100，且信号的目标冗余能量 $\sigma = 3 \times 10^{-3}$ 。在 BPDN 和 DS 算法中，取相同的目标冗余能量值。对于 BPDN 算法，松弛参数 $\varepsilon = 0.05$ 。在应用 DS 算法的重建过程中，原始-对偶差值为 $\xi = 10^{-3}$ ，原始-对偶迭代次数的最大值选择 50。最

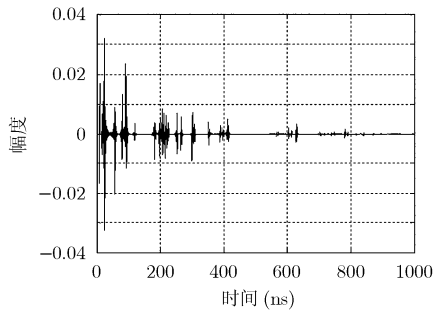
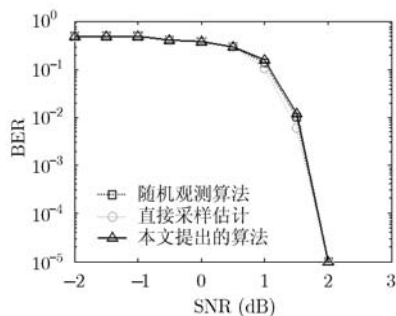
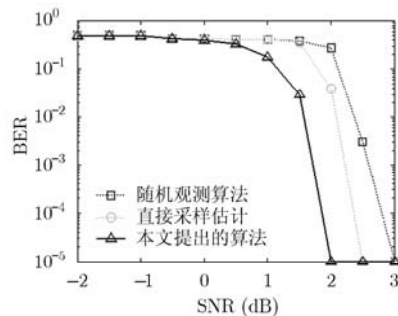


图 1 UWB 信道一阶高斯脉冲响应



(a) 传输导频信号不受噪声影响



(b) 传输导频信号受加性高斯白噪声影响

图 2 UWB 信道相干检测的误码率

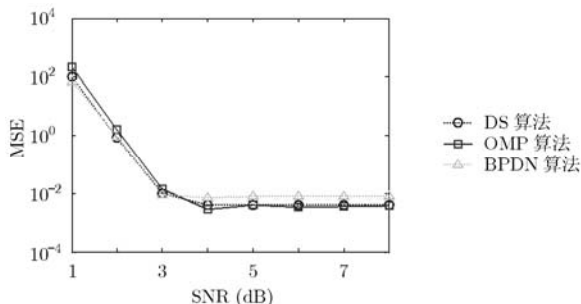


图 3 3 种重建算法的估计误差对比

后, 我们采用均方误差(MSE) 作为性能指标考察 3 种算法的重建效果, 图 3 是实验 20 次取平均的结果。

对比图 3 中的 3 条曲线, DS 算法和 BPDN 算法的均方误差很接近, 且 DS 算法略优于 BPDN 算法; OMP 算法在高信噪比情况下均方误差优于 DS 算法和 BPDN 算法, 而在低信噪比情况下性能较差。由于 OMP 算法简单、易于实现, 所以在高信噪比条件下, 优先选择 OMP 算法作为 UWB 信道估计的稀疏重建算法是合理的思路; 在信噪比较低 OMP 算法无法满足均方误差要求时可以考虑 DS 算法或者 BPDN 算法。

5 总结

基于压缩感知理论的 UWB 信道估计能够克服 UWB 通信中直接采样的高速 A/D 转换的问题, 具有广泛的应用前景。本文提出的基于 CS 的 UWB 信道滤波矩阵估计算法能够避免观测矩阵对噪声的放大, 具有更好的误码率性能。本文通过相干检测算法验证了这种算法在考虑信道噪声的情况下重建信号的能力, 然后, 本文对信道估计中的 3 种 CS 重建算法进行了对比仿真分析, 并给出选择建议。将本文提出 UWB 信道估计算法应用于信道估计及相关检测中, 能够在较低的采样速率下获得很好的误码率性能, 与传统的信道估计方法相比, 本文提出的滤波矩阵估计算法只需要较少的能量来获得期望的误差性能, 并且能够适应多种信道环境和带宽条件。

参考文献

- [1] Selmic R R, Mitra A, Challa S, *et al.*. Ultra-wideband signal propagation experiments in liquid media [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2010, 59(1): 215-220.
- [2] Donoho D L. Compressed Sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [3] Bajwa Waheed U, Haupt J, Sayeed A M, *et al.*. Compressed channel sensing: a new approach to estimating sparse multipath channels [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2010, 98(6): 1058-1076.
- [4] Wang Zhong-min, Arce G R, Paredes J L, *et al.*. Compressed detection for ultra-wideband impulse radio [C]. *IEEE 8th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, Helsinki, June 2007: 1-5.
- [5] Paredes J L, Arce G R, and Wang Zhong-min. Ultra-wideband compressed sensing: channel estimation [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, 1(3): 383-395.
- [6] Jin B, Zhang S, Pan J, *et al.*. Serial compressed sensing communication system for UWB impulse radio in bursty applications [J]. *Electronics Letters*, 2011, 47(6): 412-414.
- [7] Candes E J, Romberg J, and Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489-509.
- [8] Bajwa Waheed U, Haupt Javis D, Raz Gil M, *et al.*. Toeplitz-structured compressed sensing matrices [C]. *IEEE 14th Workshop on Statistical Signal Processing (SSP)*, Madison, Wisconsin, August 2007: 294-298.
- [9] Liu Chun-shan, Chen Te-yan, and Zakharov Y V. Broadband underwater source localization by solving basis pursuit de-noising using coordinate descent search [C]. *2010 7th International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)*, York, Sept. 2010: 1-5.
- [10] Candes E and Tao T. The Dantzig selector: statistical estimation when p is much larger than n [J]. *The Annals Statistics*, 2007, 35(6): 2313-2351.
- [11] Huang Shi-sheng and Zhu Ju-bo. Recovery of sparse signals using OMP and its variants: convergence analysis based on RIP [J]. *Inverse Problems*, 2011, 27(3): 35003-35016.
- [12] Bickel P J, Ritov Y, and Tsybakov A. Simultaneous analysis of Lasso and Dantzig selector [J]. *The Annals Statistics*, 2009, 37(4): 1705-1732.

于华楠: 女, 1981 年生, 博士生, 研究方向为无线通信系统中的信道估计问题、压缩感知理论。

郭树旭: 男, 1959 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为数字图像处理、高功率半导体激光器、无线通信技术研究。