

## 基于距离约束的 InSAR 长基线高精度动态测量方法

王 静<sup>\*①②</sup> 向茂生<sup>①</sup> 韦立登<sup>①</sup> 王海亮<sup>①②</sup> 孙曦蕊<sup>①②</sup> 刘忠胜<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(中国科学院电子学研究所微波成像技术国家重点实验室 北京 100190)

<sup>②</sup>(中国科学院研究生院 北京 100039)

**摘要:** 为了获得高精度的高程信息,干涉 SAR 系统需要采用长基线结构,进而要求对长基线进行高精度的动态测量。该文针对单相机和激光测距仪组合基线测量系统,提出了一种新的基于距离约束的基线联合动态解算方法。该方法通过对空间后方交会模型增加距离约束条件,实现了对双天线干涉基线的高精度测量。论文对该方法进行了原理性分析和地面实验验证,该方法在约 50 m 的摄影距离处基线长度测量精度优于 1 mm,姿态角精度优于 60",实验结果验证了该方法的有效性和可行性。

**关键词:** 干涉 SAR; 基线测量; 空间后方交会; 距离约束

**中图分类号:** TN958

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2012)07-1589-07

**DOI:** 10.3724/SP.J.1146.2011.01220

## The Dynamic Measurement for Long Baseline of InSAR Based on Distance Constraint

Wang Jing<sup>①②</sup> Xiang Mao-sheng<sup>①</sup> Wei Li-deng<sup>①</sup>

Wang Hai-liang<sup>①②</sup> Sun Xi-rui<sup>①②</sup> Liu Zhong-sheng<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(National Key Laboratory of Microwave Imaging, Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

<sup>②</sup>(Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract:** In order to obtain high accuracy of high elevation, long baseline structure is normally used for Interference Synthetic Aperture Radar (InSAR) system. The dynamic and high accuracy measurement of long baseline is necessary. In this paper, a method for dynamic measurement for long baseline using single camera and laser rangefinder system based on distance constraint is proposed. It realizes high accuracy measurement by adding the distance equation to single image space resection mode for constraint. The analysis of principle and experiments are carried out in this paper. The errors of position and attitude are less than 1 mm and 60 arc-seconds obtained by this method in about 50 m photography distance. Experiments show the validity of the method.

**Key words:** InSAR; Baseline measurement; Spatial resection; Distance constraint

### 1 引言

为了获取 1:10000 和 1:5000 甚至更高比例尺的地形图,需要采用类似美国航天飞机(Shuttle Radar Topography Mission, SRTM)的柔性长基线结构的双天线 InSAR 系统。由于柔性基线结构出现的变形和抖动,会造成主、副天线间的干涉基线出现侧滚、俯仰、偏航和伸缩等变化,引起天线的位置和姿态发生变化,最终使天线的相位中心总是偏离理想运动状态而产生运动误差<sup>[1]</sup>。这些运动误差不仅会对雷达图像产生影响,还会在反演的高程信息中引入高

程误差。因此,要在作业过程中对两个天线间的位置和姿态变化进行精密地动态测量。

目前,国外应用的 InSAR 基线测量系统主要有美国的 SRTM 系统和 GeoSAR 干涉 SAR 系统,但是能调研的文献里对其测量方法并没有详细论述。国内刚开始对该技术展开研究,能调研的文献几乎是乏善可陈。针对单相机和激光测距仪组合基线测量系统,文献[2]对系统进行建模分析,介绍了其测量原理,但没有给出利用激光测距仪补偿基线视线方向精度的方法,精度评估实验中采用的导轨和转台难以模拟天线实际运动,且该系统的摄影距离只有 8 m,不适用于类似 SRTM 的 InSAR 长基线测量系统。文献[3]针对 SRTM 系统,采用基于单位四元素的空间后方交会近似解法,该方法运算复杂,

2011-11-25 收到,2012-03-31 改回

国家 973 计划项目(2009CB724003)和国家 863 计划项目(2007AA120302)资助课题

\*通信作者:王静 ajing203@yahoo.com.cn

且只给出了天线静止时的仿真结果和均值误差，不能有效说明该方法的动态测量精度，文中没有进行实验分析，该方法的可行性有待验证。已有方法和实验均还不能满足类似 SRTM 长基线系统的需求。

本文在文献[2]基础上，对类似 SRTM 的 InSAR 长基线测量系统的单侧测量方法展开原理性分析和实验验证，根据激光测距仪测量的距离值与相机的外方位元素的关系建立距离方程，对空间后方交会模型进行条件约束，来解算测量坐标系和控制点坐标系的转换关系，能有效地提高外方位元素的解算精度，进而实现对双天线干涉 SAR 基线的高精度测量。并提出了一种有效的精度验证方法，开展了精度验证实验，实验采用高精度 6 自由度平台，能实现模拟天线的任意运动轨迹，并以高精度激光跟踪仪系统的测量结果作为参考真值，与本文方法的解算结果进行比较，实验结果表明了该方法是动态测量长基线测量系统的有效方法。

## 2 基线测量系统组成和数学模型

### 2.1 系统组成及误差分析

由于两侧的测量方法相同，文中仅对单侧测量方法进行原理性分析和实验验证。图 1 为 InSAR 单侧基线测量系统示意图，主要包括基线组合测量设备、天线支撑臂机构和远端天线与合作目标 3 部分。基线组合测量设备包括惯性测量单元(Inertial Measurement Unit, IMU)、GPS、CCD(Charge Couple Device)相机和激光测距仪(Laser Range Finder, LRF)。IMU 和 GPS 组成 POS(Position and Orientation System)系统用于获取测量平台的位置和姿态；CCD 相机与 LRF 安装在测量平台上，用于测量远端天线的位置和姿态信息。远端天线上的合作目标包括几个 LED 控制点和角反射器阵列。天线支撑臂可以进行伸缩，用于连接测量平台与远端天线。POS 系统和 CCD 相机，远端天线和合作目标都是刚性连接的，在动态测量过程中认为其转换关系是不变的，误差一般认为是系统误差，可以通过前期精确标定消除。

单相机和激光测距仪组合测量系统获取远端天线的位置和姿态变化的原理图如图 2 所示。主要涉及到摄影测量坐标系 CCS(Camera Coordinate System)、像平面坐标系 ICS(Image Coordinate System)、物方坐标系 OCS(Object Coordinate System)和远端天线坐标系 ACS(Antenna Coordinate System)。各个坐标系的转换与矢量定义如表 1 所示。

由图 2 所示的转换关系可以得到

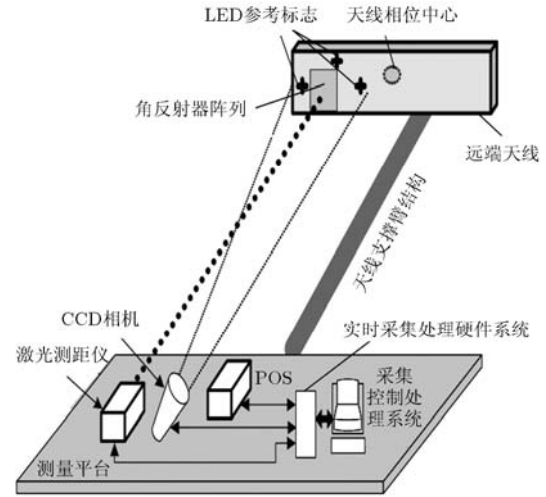


图 1 双天线干涉 SAR 单侧基线测量系统示意图

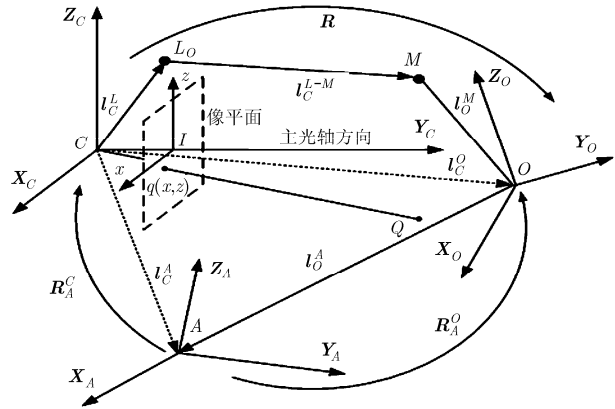


图 2 组合测量系统测量坐标系

表 1 坐标系间转换关系定义

坐标系	转换关系
ACS 和 OCS	$l_o^A$ : 在 OCS 中表示的 OCS 到 ACS 的平移矢量; $R_A^O$ : ACS 到 OCS 的旋转矩阵
CCS 和 OCS	$l_c^O$ : 在 CCS 中表示的 CCS 到 OCS 的平移矢量; $R$ : CCS 到 OCS 的旋转矩阵
ACS 和 CCS	$l_c^A$ : 在 CCS 中表示的 CCS 到 ACS 的平移矢量 $R_A^C$ : ACS 到 CCS 的旋转矩阵

$$l_c^A = l_c^O + R^{-1} \cdot l_o^A \quad (1)$$

设  $\mu = [d\omega \ d\varphi \ d\kappa]$  为旋转矩阵  $R$  中的角度误差， $\Delta l_c^O, \Delta l_A^O$  分别为  $l_c^O, l_A^O$  中的误差。实际的系统中，基线抖动的幅度有限，所以  $R$  中各个转角都较小，可以对  $R$  进行近似，略去高阶小量，则天线 A 的相位中心位置误差  $\Delta l_c^A$  可以表示为

$$\Delta l_c^A = \Delta l_c^O + \begin{bmatrix} 1 & -\kappa & \varphi \\ \kappa & 1 & -\omega \\ -\varphi & \omega & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -d\kappa & d\varphi \\ d\kappa & 0 & -d\omega \\ -d\varphi & d\omega & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & \cdot \mathbf{l}_O^A + \begin{bmatrix} 1 & -\kappa & \varphi \\ \kappa & 1 & -\omega \\ -\varphi & \omega & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \\ & \approx \Delta \mathbf{l}_C^O + \begin{bmatrix} -Y_0 d\kappa + Z_0 d\varphi \\ X_0 d\kappa - Z_0 d\omega \\ -X_0 d\varphi + Y_0 d\omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $\mathbf{l}_O^A = [X_0 \ Y_0 \ Z_0]^T$ ,  $\Delta \mathbf{l}_O^A = [\Delta X \ \Delta Y \ \Delta Z]^T$ 。

对于基线测量系统,我们主要关心基线长度和基线角的精度的影响因素。基线矢量  $\mathbf{B}$  主要对应 POS 系统下的  $Y$  轴方向,而 POS 系统与 CCD 相机刚性连接,其转换关系可以认为是固定值的,基线长度误差主要是由天线相位中心在  $Y$  方向的位置误差引起的。根据式(2),可以得出基线长度的误差源主要有 3 项:  $\Delta \mathbf{l}_C^O$  的  $Y$  方向分量引起的误差  $\Delta Y_1$ 、侧滚角和偏航角误差通过偏心矢量引入的误差  $\Delta Y_2$  和  $\Delta \mathbf{l}_A^O$  的  $Y$  方向分量引起的误差  $\Delta Y_3$ 。基线角误差主要是由 SAR 天线相位中心在  $Z$  方向的位置误差  $\Delta Z$  引起,即  $\Delta \alpha = \tan^{-1}(\Delta Z/Y)$ 。 $\Delta Z$  的主要误差来源有:  $\Delta \mathbf{l}_C^O$  的  $Z$  方向位置误差  $\Delta Z_1$ 、侧滚角和俯仰角误差通过偏心矢量引入的天线  $Z$  方向位置误差  $\Delta Z_2$  和  $\Delta \mathbf{l}_A^O$  的  $Z$  方向分量引起的误差  $\Delta Z_3$ 。对于  $\Delta Y_1$  和  $\Delta Z_1$ ,主要受组合测量系统测量的位置精度的影响。对于  $\Delta Y_2$  和  $\Delta Z_2$ ,因为系统的远端天线的尺寸较大,导致 LED 标志中心和天线的相位中心偏差较大,姿态角误差引入的此项误差影响不能忽略。对于  $\Delta Y_3$  和  $\Delta Z_3$ ,可以通过定标的方法进行消除。

## 2.2 单像测量模型

设 CCS 的  $Y$  轴垂直像平面于点  $I$ ,  $f$  是相机的焦距,表示摄影中心  $C$  到像平面的距离,如图 2 所示。设点  $Q$  是 OCS 空间中一点,其对应的像点为像平面上的点  $q$ ,根据中心投影原理,点  $C$ ,  $q$  和  $Q$  位于一条直线上,可以得到共线条件方程的像方模型表示<sup>[4,5]</sup>为

$$\begin{cases} x - x_0 = f \frac{l_x^{TAR}}{l_y^{TAR}} = f \frac{l_x + a_1 X + b_1 Y + c_1 Z}{l_y + a_2 X + b_2 Y + c_2 Z} \\ z - z_0 = f \frac{l_z^{TAR}}{l_y^{TAR}} = f \frac{l_z + a_3 X + b_3 Y + c_3 Z}{l_y + a_2 X + b_2 Y + c_2 Z} \end{cases} \quad (3)$$

$$L = -\frac{(ea_1 + fb_1 + gc_1)(X_C^L - l_x) + (ea_2 + fb_2 + gc_2)(Y_C^L - l_y) + (ea_3 + fb_3 + gc_3)(Z_C^L - l_z) + h}{(ea_1 + fb_1 + gc_1)p + (ea_2 + fb_2 + gc_2)q + (ea_3 + fb_3 + gc_3)r} \quad (6)$$

记式(6)右端为  $\phi(\mathbf{X})$ ,其中  $\mathbf{X} = (l_x, l_y, l_z, \omega, \varphi, \kappa)^T$  为待求参数,则上述方程可以表示为  $\phi(\mathbf{X}) - L = 0$ 。

## 3.2 带约束条件的空间后方交会解算

为了提高单像空间后方交会解算的精度,本文

其中  $(x_0, z_0)$  为像主点坐标,像主点坐标与焦距  $f$  称为相机的内方位元素<sup>[5]</sup>,  $(x, z)$  为点  $q$  在 ICS 中的坐标,  $(X, Y, Z)$  为  $Q$  点在 OCS 中的坐标。 $\mathbf{l}^{TAR} = [l_x^{TAR}, l_y^{TAR}, l_z^{TAR}]^T$  表示物方目标点  $Q$  在 CCS 中的坐标。矢量  $\mathbf{l}_C^O = [l_x, l_y, l_z]^T$ , 旋转矩阵  $\mathbf{R} = \mathbf{R}_\kappa \mathbf{R}_\varphi \mathbf{R}_\omega$ ,  $\mathbf{R}_\omega, \mathbf{R}_\varphi, \mathbf{R}_\kappa$  分别是 3 个转角  $(\omega, \varphi, \kappa)$  的旋转矩阵,  $\mathbf{R}$  中每个元素的具体表达式参考文献[4]。对于式 3 中外方位元素的求解,至少需要 3 个控制点建立 3 对共线方程,一般采用非线性最小二乘迭代算法。常用的高斯-牛顿法在求解时对参数的初估值要求十分苛刻,在迭代过程中法矩阵可能是奇异的,会导致迭代失败。

对于本文系统,相机的长焦距和窄视场角使得焦距  $f$  相对于像点坐标  $x, z$  来说很大,因此必须考虑线元素和角元素之间的相关性对外方位元素求解精度的影响。且由于相机视场较窄和受天线尺寸的限制,使得相机在视线方向的测量精度很差<sup>[2]</sup>。 $l_y$  与其他元素的相关性将使  $l_y$  的低精度在用最小二乘的方法求解时影响其他元素的精度。

## 3 约束单像空间后方交会解法

### 3.1 建立距离约束方程

在基线测量系统中,激光测距仪与相机刚性连接,角反射器阵列可视为一个平面。设点  $M$  为激光束直线与角反射器平面的交点。其在 OCS 下的坐标记为  $\mathbf{l}_O^M$ ,  $\mathbf{l}_O^M = [X_O^M, Y_O^M, Z_O^M]^T$   $\mathbf{pc} = [e, f, g, h]^T$  为角反射器阵列平面在 OCS 下的平面方程参数,则点  $M$  满足:

$$eX_O^M + fY_O^M + gZ_O^M + h = 0 \quad (4)$$

激光测距仪输出值  $L$  是激光测距仪原点  $L_O$  到交点  $M$  的距离,根据图 2 所示的各个坐标系之间的关系可以求得点  $M$  在 CCS 下的坐标  $\mathbf{l}_C^M$ ,如式(5)所示。

$$\mathbf{l}_O^M = \mathbf{R}(\mathbf{l}_C^M - \mathbf{l}_C^O) = \mathbf{R}(\mathbf{l}_C^L + L\mathbf{d} - \mathbf{l}_C^O) \quad (5)$$

其中  $\mathbf{l}_C^L = [X_C^L, Y_C^L, Z_C^L]^T$  为激光测距仪的测量原点  $L_O$  在 CCS 下的表示,  $\mathbf{d} = [p, q, r]^T$  为激光束直线方向数在 CCS 下的表示,  $\mathbf{l}_C^L, \mathbf{d}$  和  $\mathbf{pc}$  都可以通过前期精确标定得到。把式(5)代入式(4)中,可以建立如下测距方程,如式(6)所示。

采用式(6)所示的测距方程对共线方程像方模型进行条件约束,采用性能更高的 LM 方法进行最小二乘解算,建立的约束空间后方交会解算的数学模型可以描述为

$$\begin{cases} \min \psi(\mathbf{X}) = \mathbf{V}^T \mathbf{V} = [f(\mathbf{X}) - \tilde{\mathbf{S}}]^T [f(\mathbf{X}) - \tilde{\mathbf{S}}] \\ \text{s.t. } \phi(\mathbf{X}) - L = 0 \end{cases} \quad (7)$$

其中  $\mathbf{X} = [l_x, l_y, l_z, \omega, \phi, \kappa]^T$ ,  $f(\mathbf{X}) = [x_1(\mathbf{X}), z_1(\mathbf{X}), x_2(\mathbf{X}), z_2(\mathbf{X}), x_3(\mathbf{X}), z_3(\mathbf{X})]^T$ ,  $\tilde{\mathbf{S}} = [\tilde{x}_1, \tilde{z}_1, \tilde{x}_2, \tilde{z}_2, \tilde{x}_3, \tilde{z}_3]^T$ , 根据拉格朗日乘数法, 可将带约束条件的空间后方交会解法的目标函数写为

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{X}, \lambda) &= [f(\mathbf{X}) - \tilde{\mathbf{S}}]^T [f(\mathbf{X}) - \tilde{\mathbf{S}}] + \lambda[\phi(\mathbf{X}) - L] \\ &= \min \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $\lambda$  为拉格朗日因子, 为了得到目标函数  $\psi(\mathbf{X}, \lambda)$  的极小值, 一般采用对  $\psi(\mathbf{X}, \lambda)$  取关于  $(l_x, l_y, l_z, \omega, \phi, \kappa, \lambda)$  的偏导数, 然后令其为零进行求解。因为  $\psi(\mathbf{X}, \lambda)$  是非线性的, 一般无法进行直接求解, 必须对其进行线性化, 采用迭代的解法去逼近最优解。

首先给定一个  $\mathbf{X}$  的初估值  $\hat{\mathbf{X}}_0 = [l_x^0, l_y^0, l_z^0, \omega^0, \phi^0, \kappa^0]^T$ , 令  $\mathbf{q} = \hat{\mathbf{X}} - \hat{\mathbf{X}}_0$ ,  $\mathbf{q} = [\Delta l_x, \Delta l_y, \Delta l_z, \Delta \omega, \Delta \phi, \Delta \kappa]^T$ , 分别将共线方程函数  $f(\mathbf{X})$  和距离函数  $\phi(\mathbf{X})$  在  $\hat{\mathbf{X}}_0$  附近作泰勒级数展开, 先取至二次项, 可以得到

$$\begin{cases} f(\mathbf{X}) \approx f(\hat{\mathbf{X}}_0) + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} \Big|_{\hat{\mathbf{X}}_0} \mathbf{q} = \mathbf{B}\mathbf{q} + \mathbf{f} + \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{q} \\ \phi(\mathbf{X}) \approx \phi(\hat{\mathbf{X}}_0) + \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{X}} \Big|_{\hat{\mathbf{X}}_0} \mathbf{q} = \mathbf{C}\mathbf{q} + \phi + \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{W}_2 \mathbf{q} \end{cases} \quad (9)$$

其中, 令  $\mathbf{D} = [x_1, z_1, x_2, z_2, x_3, z_3]^T$ ,  $\mathbf{B}_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} \frac{\partial D}{\partial l_x} & \frac{\partial D}{\partial l_y} \end{bmatrix}$ ,

$$\mathbf{C}_{1 \times 6} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial l_x} & \frac{\partial \phi}{\partial l_y} & \frac{\partial \phi}{\partial l_z} & \frac{\partial \phi}{\partial \omega} & \frac{\partial \phi}{\partial \phi} & \frac{\partial \phi}{\partial \kappa} \end{bmatrix},$$

$\mathbf{q}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{q} = [\mathbf{q}^T \mathbf{F}_1 \mathbf{q}, \mathbf{q}^T \mathbf{F}_2 \mathbf{q}, \mathbf{q}^T \mathbf{F}_3 \mathbf{q}, \mathbf{q}^T \mathbf{F}_4 \mathbf{q}, \mathbf{q}^T \mathbf{F}_5 \mathbf{q}, \mathbf{q}^T \mathbf{F}_6 \mathbf{q}]^T$ , 其中  $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_3, \mathbf{F}_4, \mathbf{F}_5, \mathbf{F}_6$  分别是函数  $x_1(\mathbf{X}), z_1(\mathbf{X}), x_2(\mathbf{X}), z_2(\mathbf{X}), x_3(\mathbf{X}), z_3(\mathbf{X})$  在  $\hat{\mathbf{X}}_0$  处的 Hessian 矩阵。 $\mathbf{W}_2$  是函数  $\phi(\mathbf{X})$  在  $\hat{\mathbf{X}}_0$  处的 Hessian 矩阵。

针对本文系统, 受天线尺寸限制, LED 目标的 3 维坐标的最大值为 0.5 m, 且  $\mathbf{R}$  中的 3 个转角都比较小,  $l_y > 50$  m, 角反射器阵列平面近似垂直于 ICS 的 Y 轴。把本文的系统参数的估值代入式(9)中对各个函数展开的二次项进行估计, 可以得到共线方程函数的二次项大约为  $10^{-4}$  像素, 距离函数展开的二次项约为  $10^{-5}$  m, 都远远小于对像点坐标和测距精度的要求, 因此两个函数的二次项可以忽略不计, 不影响求解的精度。运算量方面, 取至二次项后, 每次迭代时首先需要多计算共 42 个复杂的二阶偏导矩阵, 且因为含有二次项, 无法对参数显示直接求解, 采用文献[6]中的近似解法表达式非常复杂庞大, 需要多次求逆运算。综合精度和运算量考虑, 本文只取到一次项进行近似求解。式(8)可近似

表示为

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{X}, \lambda) &\approx [\mathbf{B}\mathbf{q} + \mathbf{f} - \tilde{\mathbf{S}}]^T [\mathbf{B}\mathbf{q} + \mathbf{f} - \tilde{\mathbf{S}}] \\ &+ \lambda[\mathbf{C}\mathbf{q} + \phi - L] = \min \end{aligned} \quad (10)$$

分别对  $\mathbf{q}$  和  $\lambda$  求导并令其为 0, 可以得到

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{N}_B \mathbf{q} + \mathbf{B}^T (\mathbf{f} - \tilde{\mathbf{S}}) + \lambda \mathbf{C}^T = 0 \\ \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} = \mathbf{C}\mathbf{q} + \phi - L = 0 \end{cases} \quad (11)$$

其中  $\mathbf{N}_B = \mathbf{B}^T \mathbf{B}$  为了克服矩阵  $\mathbf{N}_B$  可能奇异对求解带来的影响, 引入阻尼因子  $\mu$ ,  $\mu > 0$ , 使  $(\mathbf{B}^T \mathbf{B} + \mu \mathbf{E})$  总是正定的, 从而保证求逆一定有解, 则式(11)变为

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{q}} = (\mathbf{B}^T \mathbf{B} + \mu \mathbf{E}) \mathbf{q} + \mathbf{B}^T (\mathbf{f} - \tilde{\mathbf{S}}) + \lambda \mathbf{C}^T = 0 \\ \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} = \mathbf{C}\mathbf{q} + \phi - L = 0 \end{cases} \quad (12)$$

求解上述线性方程组, 可以得到

$$\lambda = \frac{\phi - L - \mathbf{C}(\mathbf{B}^T \mathbf{B} + \mu \mathbf{E})^{-1} \mathbf{B}^T (\mathbf{f} - \tilde{\mathbf{S}})}{\mathbf{C}(\mathbf{B}^T \mathbf{B} + \mu \mathbf{E})^{-1} \mathbf{C}^T} \quad (13)$$

进而可以求得

$$\mathbf{q} = (\mathbf{B}^T \mathbf{B} + \mu \mathbf{E})^{-1} (\mathbf{B}^T (\tilde{\mathbf{S}} - \mathbf{f}) - \lambda \mathbf{C}^T) \quad (14)$$

从而可得  $\mathbf{X}_j = \mathbf{X}_j^{(0)} + \mathbf{q}_j$  ( $j = 1, 2, \dots, 6$ ), 这一过程反复迭代, 直到满足要求的精度为止。采用文献[6]中介绍的阻尼因子  $\mu$  的调整方法, 并对其应用于约束空间后方交会解算作简要推导。综上所述, 带约束条件的空间后方交会解算方法的具体计算步骤可描述如下:

步骤 1 给定求解参数的初始值  $\mathbf{X}_0$ , 阻尼因子  $\mu$  的初始值及  $\mu_0, \mu_c$ , 允许误差  $\varepsilon > 0$ ;

步骤 2 计算矩阵  $\mathbf{B}_k, \mathbf{C}_k, f(\mathbf{X}_k), \phi(\mathbf{X}_k)$ ,  $Q(\mathbf{X}_k) = [f(\mathbf{X}_k) - \tilde{\mathbf{S}}]^T [f(\mathbf{X}_k) - \tilde{\mathbf{S}}]$ , 计算目标函数值  $\zeta(\mathbf{q}_k) = Q(\mathbf{X}_k) + 2[\mathbf{B}_k^T (f(\mathbf{X}_k) - \tilde{\mathbf{S}})]^T \mathbf{q}_k + \mathbf{q}_k^T \mathbf{B}_k^T \mathbf{B}_k \mathbf{q}_k$ ;

步骤 3 按照式(13)求得  $\lambda_k$ , 代入式(14)求得改正数  $\mathbf{q}_k$ ;

步骤 4 计算  $\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k + \mathbf{q}_k$ , 和  $Q(\mathbf{X}_{k+1})$ ;

步骤 5 若满足收敛条件, 则  $\hat{\mathbf{X}} \approx \mathbf{X}_{k+1}$ , 停机, 否则, 分别计算目标函数的增量和实际增量, 并根据实际增量与目标函数增量之比来判断是否增大  $\mu_k$ 。

$$\begin{cases} \Delta \zeta(\mathbf{q}_k) = \zeta(\mathbf{q}_k) - \zeta(0) \\ \quad = 2[\mathbf{B}_k^T (f(\mathbf{X}_k) - \tilde{\mathbf{S}})]^T \mathbf{q}_k + \mathbf{q}_k^T \mathbf{B}_k^T \mathbf{B}_k \mathbf{q}_k \\ \Delta \eta(\mathbf{q}_k) = Q(\mathbf{X}_k + \mathbf{q}_k) - Q(\mathbf{X}_k) \\ \quad = Q(\mathbf{X}_{k+1}) - Q(\mathbf{X}_k) \end{cases} \quad (15)$$

设  $R_k$  表示两个增量之比, 则  $R_k$  可以表示为:

$$R_k = \frac{\Delta\eta(\mathbf{q}_k)}{\Delta\zeta(\mathbf{q}_k)};$$

步骤 6 根据式(15)计算  $R_k$  值来调整阻尼因子, 若  $R_k \geq 0.75$ , 则  $\mu_k = \mu_k / 2$ , 减小阻尼因子, 若  $\mu_k / 2 < \mu_c$ , 则令  $\mu_k = 0$ , 转至步骤 7; 若  $0.25 \leq R_k \leq 0.75$ , 则  $\mu_k$  不变, 转至步骤 7; 若  $R_k < 0.25$ , 增大阻尼因子, 当  $\mu_k = 0$  时, 则  $\mu_k = \mu_c$ , 否则计算

$$v = \frac{Q(\mathbf{X}_{k+1}) - Q(\mathbf{X}_k)}{2[\mathbf{B}_k^T(f(\mathbf{X}_k) - \tilde{\mathbf{S}})]^T \mathbf{q}_k} \quad (16)$$

若  $v < 2$ , 令  $v = 2$ , 若  $v > 10$ , 则令  $v = 10$ , 若  $2 \leq v \leq 10$ , 则  $v$  不变, 若  $Q(\mathbf{X}_{k+1}) \geq Q(\mathbf{X}_k)$ , 则  $\mu_k = v\mu_k$ , 转至步骤 3, 否则  $\mu_k = v\mu_k$  转至步骤 7;

步骤 7 令  $\mu_{k+1} = \mu_k$ , 置  $k = k + 1$ , 转至步骤 2。

## 4 实验结果与分析

为了检验本文所提出的基于距离约束的基线动态测量方法的性能, 本文提出了一种有效的精度验证方法, 并开展了大量的动态精度验证实验。

### 4.1 实验平台

实验所用 CCD 相机为研制的高精度定位相机, 测量频率为 10 Hz。激光测距仪型号为工业级 LRFS-0040-2, 测量频率 50 Hz。CCD 相机和激光测距仪刚性安装在微调平台上, 微调平台可以实现 6 个方向调节平台。采用一个 6 自由度平台来模拟天线运动, 通过在其伺服控制系统输入 6 个自由度的运动参数, 能实现模拟天线的任意运动状态, 测量平台距运动模拟平台约为 50 m。远端天线模型安装在 6 自由度平台上, 其上安装有 3 个 LED、采用经过特殊加工的平面反射板和激光跟踪仪合作目标。采用 Leica 公司的激光跟踪仪测量系统为验证系统, 测量精度为  $(10 \mu\text{m} \pm 5 \mu\text{m})/\text{m}$ , 是基线测量系统精度的 20 倍以上, 采用此系统作为验证系统, 可以忽略系统本身的误差影响。激光跟踪仪测量系统距运动平台约 8 m。由于实验条件限制, 设 POS 坐标系和 CCS 重合, 另一侧远端天线在 POS 坐标系下的变化为常量。

### 4.2 共线性分析

实验相机的像素尺寸  $12 \mu\text{m}$ , 焦距  $f$  经校验后为 672.2 mm。标定的 3 个 LED 在 OCS 下坐标分别为:  $[-500.79, 0.573, 1.733] \text{ mm}$ ,  $[-0.203, -489.82, -7.131] \text{ mm}$ ,  $[500.79, -0.571, -1.734] \text{ mm}$ 。

静止采集共 100 幅合作目标图像, 在本系统的实际参数下, 分析采用共线方程像方模型时各个外方位元素的相关系数, 如表 2 所示, 表中的各个系

表 2 实际系统参数下像方模型的外方位元素间相关系数

相关项	$l_y$	$l_z$	$\omega$	$\varphi$	$\kappa$
$l_x$	-0.1	○	○	○	0.3
$l_y$	1.0	○	0.5	○	○
$l_z$	○	1.0	-0.3	○	○
$\omega$	○	○	1.0	○	○
$\varphi$	○	○	○	1.0	-0.5

数为平均值, “○”表示相关系数的绝对值小于 0.1。相关系数的公式推导请参考文献[4]。

$$r_{ij} = \mathbf{Q}_A(i, j) / \sqrt{\mathbf{Q}_A(i, i)} / \sqrt{\mathbf{Q}_A(j, j)} \quad (17)$$

其中  $\mathbf{Q}_A$  为协因素矩阵,  $\mathbf{Q}_A(i, j)$  ( $i, j = 1, \dots, 6$ ) 是  $\mathbf{Q}_A$  中的第  $i$  行第  $j$  列元素。

由表 2 可以看出, 外方位元素中  $l_x$  与  $\kappa$ ,  $\varphi$  与  $\kappa$ ,  $l_y$ ,  $l_z$  与  $\omega$  之间存在很大程度上的共线性。 $l_y$  与  $l_x$  的共线性较弱。外方位元素之间的共线性将使本系统参数的测量精度受到与其相关参数测量精度的影响。

### 4.3 动态测量精度验证实验

对本文系统的测量精度验证方法为: 当 6 自由度平台开始模拟天线连续运动时, 首先启动基线测量系统和激光跟踪仪系统同时跟踪测量天线上各自的合作目标。然后进行坐标系转换, 分别得到在两套测量系统坐标系下天线的位置和姿态变化信息。利用摄影测量的方法可以计算得到两套测量系统的转换关系, 并把两套测量结果统一到同一坐标系中。最后以激光跟踪仪的测量值作为参考真值, 计算基线测量系统的测量值与参考真值的误差并进行统计分析, 从而得到基线测量系统的绝对测量精度。

实验中, 采用伺服系统控制 6 自由度平台绕在 3 个轴向上以不同幅值和频率做纵向  $X$ 、横向  $Y$ 、垂向  $Z$  向的正弦平移运动, 同时以不同幅值和频率做侧滚  $\alpha$ , 俯仰  $\beta$  和偏航  $\gamma$  方向的正弦旋转运动, 运动平台参数设置如表 3 所示, 持续运动时间为 160 s。

表 3 组合运动实验运动平台参数表

坐标轴	$X$	$Y$	$Z$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
幅度( $\text{m}/^\circ$ )	0.15	0.20	0.10	3.00	2.00	3.00
频率(Hz)	0.07	0.07	0.07	0.08	0.03	0.05

以激光跟踪仪的测量结果作为参考真值, 分别采用文献[2]中的解算方法和本文方法进行动态测量, 将两种方法得到的测量值与参考真值进行比较, 得到的误差曲线如图 3 所示。

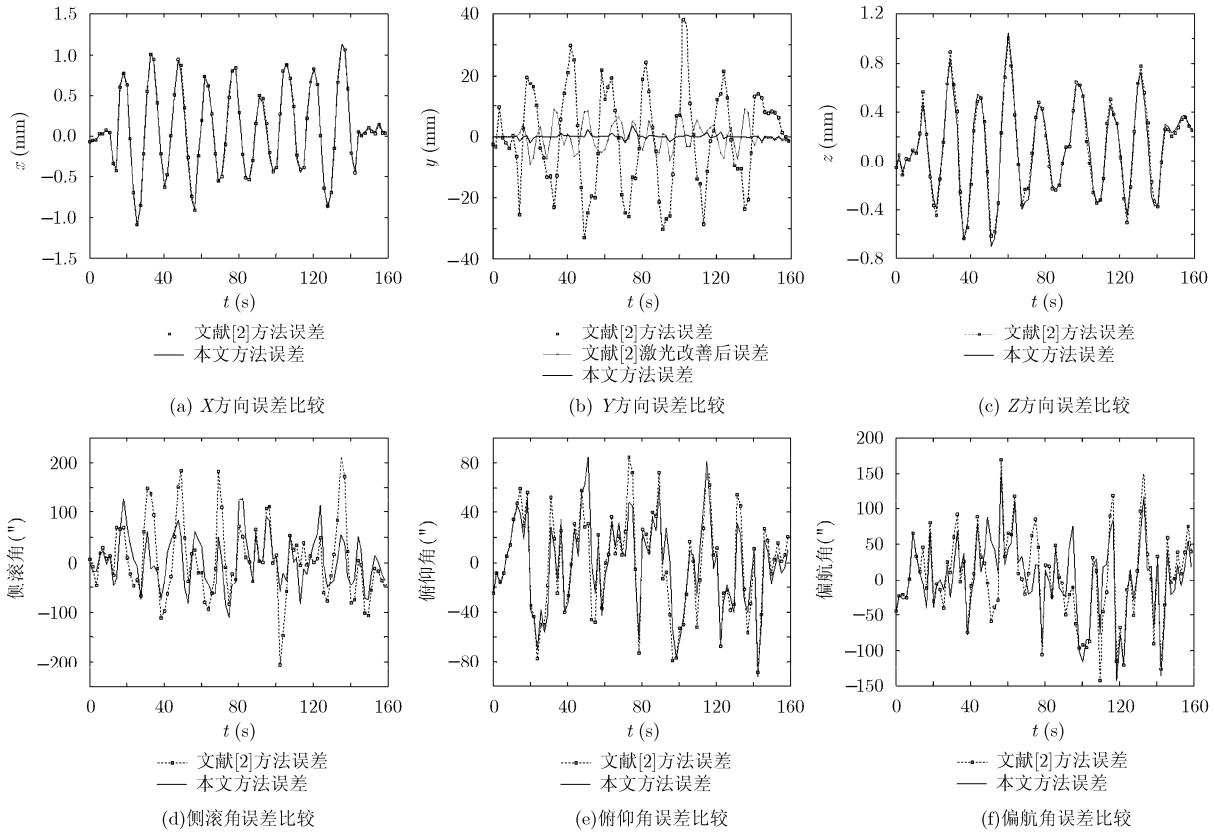


图 3 位置和姿态误差比较曲线

为了更直观地对比两种方法，图 3 中的数据是对实际数据 8 倍抽取的结果。从图 3(a)~3(c)可以看出，对于 X 方向和 Z 方向，误差变化曲线基本重合，两种方法的测量性能相当。文献[2]没有对 LRF 改善视线方向的精度的方法展开研究，直接采用 LRF 的数据作为 Y 方向测量值，得到的误差曲线如图 3(b)所示。文献[2]方法的 Y 方向误差约有 35 mm 幅度的波动，直接采用 LRF 数据后测量性能得到改善，误差幅度减小了约 25 mm，而本文方法 Y 方向的误差近似为一条直线，基本都在零值附近，测量性能得到很大程度的提高。对于姿态角，由图 3(d)~3(f)可以看出，采用本文方法得到的侧滚角误差曲线的波动幅度明显小于文献[2]方法，其他两个姿态角的误差曲线波动幅度有所减小，但变化不大。

对图 3 的两种方法的测量误差值进行统计分析，得到的测量实验结果如表 4 所示。

由表 4 可知，本文方法得到的均值误差中 X, Z 方向，侧滚角和俯仰角稍大于文献[2]方法，但是偏差都小于  $10^{-5}$ ，可以忽略不计，两种方法对这 4 个参数的测量性能相当。偏航角的均值误差略小于文献[2]，对于 Y 方向的均值偏差，只采用文献[2]方法误差最大，采用 LRF 数据改善后，均值误差变小，但是本文方法的误差更小，基本为 0，综上所述，就均值而言，本文方法与文献[2]相比，更接近真实值。

对于本文系统，我们更关心的是其动态测量精度。一般采用标准差的大小来衡量测量精度的高低。两种方法的 X 方向和 Z 方向的标准差基本相同，这

表 4 组合运动测量精度评定实验结果

	X(mm)	Y(mm)	Z(mm)	$\alpha$ (")	$\beta$ (")	$\gamma$ (")
均值(文献[2])	0.0785	0.451 0.068	0.109	5.291	-1.070	2.292
均值(本文)	0.080	0.017	0.110	6.586	-1.778	1.884
标准差(文献[2])	0.528	15.949 4.101	0.374	77.528	38.383	61.223
标准差(本文)	0.529	0.745	0.374	54.654	35.885	56.831

是因为测量模型中  $X$  方向,  $Z$  方向和  $Y$  方向相关性低, 所以距离方程的约束并没有改善其测量精度。而  $Y$  方向的测量精度, 文献[2]的标准差为厘米级, 采用 LRF 数据进行修正后, 减小到 4 mm, 仍然无法满足系统的需求, 而本文方法的标准差为亚毫米级, 测量精度提高了约 6 倍。侧滚角  $\alpha$  的测量精度提高了约 1.5 倍, 俯仰角和偏航角的测量精度也略有提高, 这是由于本文方法是在每次迭代逼近过程中有效地改善  $Y$  方向的精度,  $Y$  方向与姿态角元素的相关性使得角度元素的精度也得到改善。 $Y$  方向和 3 个姿态角测量精度的提高证明了本文方法中引入约束方程对提高精度的有效性。由以上分析可知, 本文方法的测量精度要优于文献[2]方法, 基线矢量长度的测量精度约为 0.988 mm, 优于 1 mm, 俯仰角测量精度优于 36", 侧滚角和偏航角的测量精度优于 60"。

由2.1节可知, 本文系统的测量精度对基线长度和基线角的精度影响很大, 并最终影响干涉DEM的测量精度。针对类似于SRTM的长基线测量系统, 远端天线尺寸一般较大, SRTM中的X波段天线尺寸为8 m×0.75 m, 受安装结构的影响, 天线的相位中心在OCS下的 $X$ 方向偏差约为1~2.5 m,  $Y$ 方向约为0.35~0.5 m,  $Z$ 方向约为0.15~0.25 m。取天线相位中心在3维方向上偏差的最大值, 分析本文方法和文献[2]方法对基线长度和基线角精度的影响。

把表4的测量结果代入式(5)进行分析, 文献[2]与本文方法相比, 由于姿态角的偏差而增加的 $Z$ 方向的偏差约为0.092 mm, 双侧引入的 $Z$ 方向的偏差约为0.13 mm, 由此增加的基线角偏差为0.46"。基线倾角误差是干涉DEM较大的误差来源, SRTM系统中9"的基线角误差对应于9 m的高程误差<sup>[7,8]</sup>, 0.46"的基线角误差增加的高程误差约为0.46 m。位置 $Y$ 方向的偏差约为3.4 mm, 姿态角的偏差而增加 $Y$ 方向偏差约为0.089 mm, 双侧将引入 $Y$ 方向的偏差约为4.93 mm, 由此增加的基线长度偏差约为4.93 mm。SRTM系统中3 mm的基线长度误差对应于1.9 m的高程误差<sup>[7,8]</sup>, 4.93 mm的基线长度误差增加的高程误差约为3.13 m。基线长度和基线角偏差共增加的高程偏差约为3.16 m。综上所述, 本文方法的测量精度要优于文献[2]。

## 5 结束语

本文针对类似 SRTM 的双天线干涉 SAR 系统中柔性基线测量的问题, 提出了一种基于距离约束的长基线精密动态测量方法。文中介绍了单侧基线测量系统的组成, 分析了采用单像空间后方交会解

算方法存在的问题, 对基于约束的空间后方交会解算方法进行了原理性分析和实验研究。通过 6 自由度组合运动实验, 验证了该方法可以有效地对天线的中心位置和姿态进行精密的测量, 设计了动态精度验证实验, 对测量结果误差进行了统计分析, 给出了采用该方法进行基线测量的测量精度, 实验结果表明了该方法的可行性和实用性。

## 参 考 文 献

- [1] 王超, 张红, 刘智. 星载合成孔径雷达干涉测量[M]. 北京: 科学出版社, 2002: 14-15.  
Wang Chao, Zhang Hong, and Liu Zhi. Spaceborne Synthetic Aperture Radar Interferometry [M]. Beijing: Science Press, 2002: 14-15.
- [2] 王海亮, 刘忠胜, 向茂生, 等. 一种机载双天线 InSAR 基线动态测量方法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(12): 2825-2829.  
Wang Hai-liang, Liu Zhong-sheng, Xiang Mao-sheng, et al. The dynamic measurement for the baseline of airborne dual-antenna InSAR [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(12): 2825-2829.
- [3] 王晓光, 王治强, 杨新. 星载双天线干涉 SAR 基线高精度测定[J]. 遥感信息, 2010, (4): 17-21.  
Wang Xiao-guang, Wang Zhi-qiang, and Yang Xin. High precision measurement of space dual-antenna InSAR baseline [J]. *Remote Sensing Information*, 2010, (4): 17-21.
- [4] 王海亮, 向茂生, 李杨, 等. 两种单像空间后方交会模型分析[J]. 光学技术, 2010, 36(1): 14-19.  
Wang Hai-liang, Xiang Mao-sheng, Li Yang, et al. The analysis of two single image space resection models[J]. *Optical Technique*, 2010, 36(1): 14-19.
- [5] 冯文灏. 近景摄影测量[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2002: 116-125.  
Feng Wen-hao. Close Range Photogrammetry[M]. Wuhan: Wuhan university Press, 2002: 116-125.
- [6] 刘国林, 等. 非线性最小二乘与测量平差[M]. 北京: 测绘出版社, 2002: 9-14.  
Liu Guo-lin, et al. Nonlinear Least Squares and Surveying and Mapping Adjustment[M]. Beijing: Geomatic Press, 2002: 9-14.
- [7] 汪凌. 美国航天飞机雷达地形测绘使命简介[J]. 测绘通报, 2000, 12: 38-40.  
Wang Ling. A brief introduction to US shuttle radar topography mission[J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2000, 12: 38-40.
- [8] Duren R, Wong E, Breckenridge B, et al. Metrology, attitude and orbit determination for spaceborne interferometric synthetic aperture radar[C]. Proceedings of SPIE, 1998, Vol.3365, 1-10.

王 静: 女, 1986年生, 博士生, 研究方向为干涉SAR信号处理、近景摄影测量。

向茂生: 男, 1964年生, 研究员, 博士生导师, 长期从事干涉SAR技术及方法的研究工作。

韦立登: 男, 1973年生, 副研究员, 研究方向为干涉SAR成像处理、运动补偿技术等。