

改进的一维时变海面模型及其分数阶功率谱研究

陈小龙* 黄勇 关键 何友
(海军航空工程学院电子信息工程系 烟台 264001)

摘要: 该文针对经典双尺度海面模型不能有效分析高海况和低掠射角条件下的非 Bragg 散射问题, 在模型中引入调频率描述多普勒频率的变化, 提出了一种更符合工程实际的 1 维时变海面散射模型。然后, 通过计算改进模型的海面平均散射功率, 得到了时变海面的角度散射特性。其次, 研究了改进模型的分数阶功率谱(FPS)特性, 得出在分数阶 Fourier 变换(FRFT)域, 海面散射信号的功率谱由多分量冲激信号组成, 其在 FRFT 域的位置可用于估计模型的频率参数。最后, 采用 X 波段实测海面回波数据对改进模型进行验证, 并讨论了入射波长和变换角对 FPS 的影响, 仿真结果表明该模型适合分析和提取时变海面回波的频率变化及多普勒频移。

关键词: 时变海面; 非 Bragg 散射; 平均散射功率; 分数阶 Fourier 变换(FRFT); 分数阶功率谱(FPS)

中图分类号: TN011

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)08-1897-08

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.01197

Study on the Fractional Power Spectrum of the Improved 1-D Time-varying Sea Surface Model

Chen Xiao-long Huang Yong Guan Jian He You

(Department of Electronic and Information Engineering,

Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

Abstract: To investigate the problem of classical two-scale sea surface model, which can not effectively analyze the non-Bragg scattering at high sea state and low grazing angle, a more practical scattering model for one-dimension (1-D) time-varying sea surface is adopted, in which a chirp parameter is employed to describe the changes of Doppler frequency. Then, the angular scattering characteristic of the improved model is investigated based on the mean scattered power. Next, the Fractional Power Spectrum (FPS) of the improved model is analyzed, which shows that the FPS of the scattered field is found to be distributed as sum of impulse signals and the peaks are relative to the frequency parameters of the improved model. Finally, X-band real sea data is used for verification and the influences of incident wavelength and transform angle on the FPS are discussed. The results prove that the improved model is suitable for the analysis and extraction of the frequency changes and Doppler shift for the time-varying sea surface.

Key words: Time-varying sea surface; Non-Bragg scattering; Mean scattered power; Fractional Fourier Transform (FRFT); Fractional Power Spectrum (FPS)

1 引言

近年来, 人们对动态粗糙海面散射模型以及电磁散射理论进行了广泛而深入的研究, 在诸如雷达目标成像、海洋环境监测、电波传播、遥感、海面目标检测与跟踪等领域中都有极其重要的意义^[1,2]。研究随机粗糙海面的散射特性, 必须对粗糙表面进行建模。为便于计算和建模, 本文主要研究1维粗糙表面模型^[3]。经典的Bragg散射理论认为, 粗糙海面

面是由大量的建模为单频信号的谐波叠加而成, 其多普勒中心频率取决于波长和入射角。然而, 研究表明在这种经典的近似计算中, 仅考虑了重力波的作用, 并且通过模拟及实际测量所得到的多普勒峰值均是有一定谱宽的^[4,5]。目前随机粗糙面散射理论大致上可分为两大类: 第1类是数值方法, 该方法虽然计算精度高, 但是由于其计算复杂, 耗时; 第2类是近似的可数值求解的方法, 较为经典的近似方法有如适用于大尺度随机起伏的Kirchhoff近似法, 小尺度起伏的微扰法以及独立叠加这两种起伏的双尺度方法^[2]。第2类方法可以定量地解释粗糙面产生散射的物理现象, 但是其近似适用范围、理论基础

2011-11-16 收到, 2012-05-11 改回

国家自然科学基金(60802088, 61179017), 航空科学基金(20095184004)和“泰山学者”建设工程专项经费资助课题

*通信作者: 陈小龙 cxlxl1209@163.com

以及实际应用中的一问题,如低掠入射情况和高海况等情况,仍然有待于进一步研究。另外,文献[6]将分形几何用于自然粗糙面的模拟,利用随时间变化的带限分形模型来模拟海面,但分形模型未考虑实际粗糙面的谱分布,并且需要选择合适的尺度描述海面起伏的剧烈程度。

对于通常海面而言,海浪的波高一般能达到数米,并且在大的波浪上还覆盖着小的风浪和毛细波,即由大尺度重力波和小尺度张力波组成,因而可将海面简化为仅含有两种尺度粗糙度的表面,即大尺度粗糙面和小尺度粗糙面,并且小尺度粗糙度是按照表面大尺度粗糙度的斜率分布来倾斜的,根据粗糙面的这一特性,基于Kirchhoff近似和微扰方法提出了粗糙面电磁散射的双尺度模型^[2]。然而,双尺度法依赖粗糙面的划分方式,且在低掠射角情况下不准确,该模型基于海面散射回波信号是时不变的,即频率不随时间发生变化。近年来,更多的研究表明,在高分辨率雷达对海观测中,当以低掠射角(通常入射角大于 85°)照射粗糙海面或高海况(4级海况以上)时,海面回波强度会明显增强,相应的杂波幅度概率密度函数(Probability Distribution Function, PDF)表现出较长的“拖尾”现象,出现海尖峰、白浪等破碎波^[5];文献[7]指出此时的多普勒谱包括由“慢变信号”引起的Bragg散射,以及“快变信号”产生的非Bragg散射,非Bragg散射导致Bragg谱展宽,海面散射回波信号由非时变向时变转变。因此,传统的双尺度海面散射模型的缺点及其粗略的假设与实际海面不符,需对模型进行改进。

对于“慢变信号”引起的Bragg散射,通过传统的Fourier变换得到海面散射回波的时频分析,能够给出特定时间和特定频率范围的能量分布;对于“快变信号”产生的非Bragg散射,回波信号频率随时间发生变化,若仍采用Fourier变换不能很好地反映和提取频率的变化信息。近年来,作为传统Fourier变换的广义形式,分数阶Fourier变换(Fractional Fourier Transform, FRFT)引起了人们越来越多的关注^[8],非常适于分析或处理时变的非平稳信号。对于随机信号的FRFT域分析,不再是分数阶Fourier频谱,而是功率谱。文献[9]定义了随机信号的分数阶相关函数和分数阶功率谱(Fractional Power Spectrum, FPS),推导出FPS可以定义为分数阶相关函数的FRFT,因此FPS是传统理论在FRFT域的广义形式。本文对传统1维粗糙海面模型进行改进,通过chirp调频率体现多普勒谱的变化,并采用FPS分析改进模型的FRFT域谱特性,能够很好地分析并提取出海面回波的频率变化及多普勒频移。

2 改进的1维时变海面模型及散射特性

2.1 一维时变海面散射回波模型

设1维海面模型是线性随机模型,海面高度 z 可用海表面轮廓 ξ 表示,仅为位置 x 和时间 t 的函数,如图1所示。

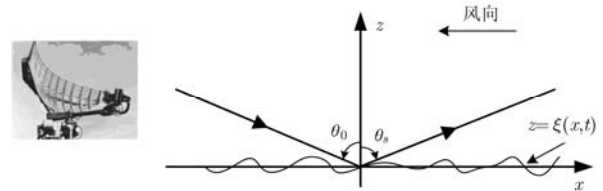


图1 海表面模型的平面几何结构

模型假设构成海面各谐波分量为多个单频正弦信号的叠加^[2],信号的幅度相互独立,正比于Pierson-Moskowitz(PM)海谱^[1]。在 t 时刻,假设风向和 x 轴重合(即使不在同一平面,只需考虑雷达径向速度分量即可),考虑到表面水面的漂移速度及大尺度重力波轨道运动的影响时,海表面轮廓的散射回波信号可由式(1)进行模拟。

$$\xi_1(x_0, t) = \sum_{n=0}^{N-1} A_n \sin[K_{nx}(x + f_{gn}t + f_{dn}t) - \omega_n t + \phi_n] \quad (1)$$

式中 $K_{nx} = K_n \cos \beta_n$, $\omega_n = \sqrt{gK_n[1 + (K_n/K_m)^2]}$, K_n 波数, β_n 为波浪运动方向与风向 β_0 的夹角, $K_m = 363 \text{ rad/m}$, ϕ_n 为服从均匀分布 $[-\pi, \pi]$ 的随机相位, $(f_{gn} + f_{dn})$ 为中心频率, 由海面重力波引起的Stokes轨道运动速度 v_{gn} ^[5] 和风驱表层水面的漂流速度 v_{dn} 构成, 分别表示为 $f_{gn} = 2v_{gn}/\lambda$, $f_{dn} = 2v_{dn}/\lambda$, λ 为入射波长, $v_{dn} = 0.03U_{19.5}$,

$$v_{gn} = \omega_p K_p \left(\frac{H_p}{2} \right)^2 \frac{\cosh(2K_p h)}{2 \sinh^2(K_p h)} - \omega_p \left(\frac{H_p}{2} \right)^2 \frac{\cosh(K_p h)}{2d} \quad (2)$$

式(2)中, $\omega_p \approx 0.877g/U_{19.5}$ 和 $K_p \approx 0.877^2 g/U_{19.5}^2$ 分别为角频率和基波的空间波数, $H_p \approx 0.0212U_{19.5}^2$ 为基波的浪高, g 是重力加速度, $U_{19.5}$ 是海面19.5 m高度处的风速。

由式(1)可知,海表面轮廓受风速的影响,当海面上方风速越大时,海面的起伏越大。海表面轮廓 ξ 和海面散射振幅因子 S 之间的关系为^[3]

$$S(\theta_0, \theta_s, t) = F \int e^{j[-\kappa_x x + \kappa_z \xi(x, t)]} dx \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} F &= \pm \sec \theta_0 \left[\frac{1 + \cos(\theta_0 + \theta_s)}{\cos \theta_0 + \cos \theta_s} \right] \\ \kappa_x &= \frac{2\pi}{\lambda} (\sin \theta_0 - \sin \theta_s) \\ \kappa_z &= \frac{2\pi}{\lambda} (\cos \theta_0 + \cos \theta_s) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中 θ_0 和 θ_s 分别为入射角和散射角， \pm 分别表示垂直极化和水平极化方式。

虽然基于线性流体力学的双尺度海面模型能够在一定程度上反映不同尺度的海表面散射特性，但是实际的高分辨率对海警戒雷达观测海面时，由于观测距离较远，雷达架高有限，往往导致雷达照射海面的掠射角很低(入射补角，通常 $\theta_i > 85^\circ$)^[7]，若此时海况高于3级，海面会出现大量的海尖峰、白帽泡沫等破碎波，其雷达回波称为“快变信号”，在频域出现非Bragg谱。一方面，非Bragg谱可使Bragg谱的多普勒中心频率随时间变化，导致多普勒谱峰的展宽；另一方面，可使多普勒峰值的中心发生偏移。显然双尺度模型已不能很好地分析低掠射角条件和高海况下的海面回波散射特性。基于上述考虑，改进的1维时变海面散射回波模型在短时间内，将海表面轮廓建模为多个chirp信号的叠加，即 $\xi_2(x, t)$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} A_n \sin \left[K_{nx} \left(x + \mu_n t^2 + f_{gn} t + f_{dn} t \right) - \omega_n t + \phi_n \right] \quad (5)$$

其中 $\mu_n = 2a_n/\lambda$ 为小尺度谐振波浪造成的多普勒频率的变化，用加速度表示，能够体现非Bragg谱的时变特性。若在低海况或中等入射角的情况下， μ_n 趋近于零，主要体现为大尺度波产生的Bragg谱。显然，式(1)是式(5)的特殊形式。

2.2 改进模型的角度散射特性分析

本节在改进海面模型的基础上，通过计算海面平均散射功率，研究时变海面角度的散射特性。在 t_0 时刻，海面高度是海面位置的函数，表示为 $z = \xi(x, t_0)$ ，其中

$$\xi(x, t_0) = \sum_{n=0}^{N-1} A_n \sin \left[K_{nx} \left(x + \mu_n t_0^2 + f_{gn} t_0 + f_{dn} t_0 \right) - \omega_n t_0 + \phi_n \right] \quad (6)$$

令 $\Phi_n = K_{nx} (\mu_n t_0^2 + f_{gn} t_0 + f_{dn} t_0) - \omega_n t_0 + \phi_n + \pi/2$ ，则式(6)变为

$$\xi(x, t_0) = \sum_{n=0}^{N-1} A_n(x) \cos(K_{nx} x + \Phi_n) \quad (7)$$

假设某一时刻的海面轮廓函数是空间随机过程，并且是平稳的，即空间相关函数取值仅与空间位置之差有关，与空间所处位置无关，即

$$R_\xi(x_1, x_2) = \langle z_1, z_2 \rangle = R_\xi(\tau_0) \quad (8)$$

式中 $x_1 - x_2 = \tau_0$ ， $\langle \rangle$ 表示平均运算。根据式(3)可得海面散射振幅因子的统计平均表示为

$$\langle S' \rangle = \int_{-L}^L e^{-jk_x x} \langle e^{jk_z \xi(x, t_0)} \rangle dx = \int_{-L}^L e^{-jk_x x} \langle e^{jk_z z} \rangle dx \quad (9)$$

式中 L 为照射海面长度。由于随机过程 $\xi(x, t_0)$ 是各态历经的，因此其集平均等于统计平均。

$$\langle e^{jk_z z} \rangle = \int e^{jk_z z} p(z) dz = \Psi(jk_z) \quad (10)$$

式中 $p(z)$ 和 $\Psi(jk_z)$ 分别为随机变量 z 的PDF和特征函数。

根据式(7)及假设，在 t_0 时刻，海表面轮廓 $\xi(x, t_0)$ 可看成多个零均值，方差为 σ_i^2 的窄带高斯随机过程的叠加， σ_i^2 表示海表面轮廓高度的起伏方差。任意分量的PDF表示为

$$p(z_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} e^{-z_i^2/(2\sigma_i^2)} \quad (11)$$

因此，单一分量的特征函数即为标准正态分布的特征函数，可表示为

$$\begin{aligned} \Psi_i(jk_z) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{jk_z z_i} p(z_i) dz_i \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{jk_z z_i} e^{-z_i^2/(2\sigma_i^2)} dz_i = e^{-\kappa_z \sigma_i^2 / 2} \end{aligned} \quad (12)$$

其自相关函数为

$$R_i(\tau_0) = \sigma_i^2 e^{-\tau_0^2/l^2} \cos K_{ix} \tau_0 \quad (13)$$

式中 l 为相关长度。

海面平均散射功率正比于海面散射振幅因子互相关的统计平均。

$$\begin{aligned} P_i &\propto \langle S' \cdot S'^* \rangle \\ &= \int_{-L}^L \int_{-L}^L e^{-jk_x(x_1-x_2)} \langle e^{jk_z[\xi_i(x_1)-\xi_i(x_2)]} \rangle dx_1 dx_2 \end{aligned} \quad (14)$$

其中 S' 为归一化的海面散射振幅因子。式(14)中的统计平均 $\langle e^{jk_z[\xi_i(x_1)-\xi_i(x_2)]} \rangle$ 可看作是 $\xi_i(x_1)$ 和 $\xi_i(x_2)$ 的联合特征函数，由于多分量海面轮廓之间具有相关性，根据式(12)得到 $\langle e^{jk_z[\xi_i(x_1)-\xi_i(x_2)]} \rangle = e^{-\kappa_z^2 \sigma_i^2 + \kappa_z^2 R_i(x_1, x_2)}$ ，

$R_i(x_1, x_2)$ 为 $\xi_i(x_1)$ 和 $\xi_i(x_2)$ 的互相关函数。令 $\rho = x_1 + x_2$ ， $\tau_0 = x_1 - x_2$ ，转换到 (τ_0, ρ) 坐标系，并对 ρ 进行积分运算，则式(14)改为

$$P_i \propto e^{-\kappa_z^2 \sigma_i^2} \int_{-2L}^{2L} (2L - |\tau_0|) e^{-jk_x \tau_0 + \kappa_z^2 R_i(\tau_0)} d\tau_0 \quad (15)$$

代入式(13)，得到改进模型散射回波的平均散射功率表达式为

$$P_i \propto e^{-\kappa_z^2 \sigma_i^2} \int_{-2L}^{2L} (2L - |\tau_0|) e^{-jk_x \tau_0 + \kappa_z^2 \sigma_i^2 e^{-\tau_0^2/l^2} \cos K_{ix} \tau_0} d\tau_0 \quad (16)$$

为简化运算，分3种情况进行讨论。

(1) $l=L$ ， $\kappa_z^2 \sigma_i^2 \gg 1$ 在此情况下，海表面粗糙 ($\kappa_z^2 \sigma_i^2 \gg 1$)，并且多分量海面轮廓之间相关，相关长度等于照射表面长度 ($l=L$)，不妨假设 $|\tau_0|=l$ ，将式(16)取无穷积分，并利用 Fourier-Bessel 函数展开

式^[10], 经过整理得到

$$P_i \propto L \int_{-\infty}^{\infty} J_m \left(\kappa_z^2 \sigma_i^2 e^{-\tau_0^2/L^2} \right) e^{-j(\kappa_x - mK_{ix})\tau_0} d\tau_0 \quad (17)$$

式中 J_m 为 m 阶第 1 类 Bessel 函数。忽略高阶散射场的作用 ($m=0, m=\pm 1$)

$$\begin{aligned} P_i &\propto L \int_{-\infty}^{\infty} \left[e^{-j\kappa_x\tau_0} \pm \frac{1}{2} \kappa_z^2 \sigma_i^2 e^{-\tau_0^2/L^2} e^{-j(\kappa_x \mp K_{ix})\tau_0} \right] d\tau_0 \\ &= L\delta(\kappa_x) \pm \frac{1}{2e} L\kappa_z^2 \sigma_i^2 \delta(\kappa_x \mp K_{ix}) \end{aligned} \quad (18)$$

由式(18)可知, P_i 的大小取决于起伏方差, 并且只有当 $\kappa_x=0$ 和 $\kappa_x \mp K_{ix}=0$ 时 P_i 才不为零, 分别对应 $m=0, m=\pm 1$ 。因此仅考虑低阶散射场, 改进的时变海面模型的角度散射角为 $\theta_s = \theta_0$ 和

$$\theta_s = \arcsin \left[\sin \theta_0 \mp \frac{\lambda}{2\pi} K_{ix} \right]$$

(2) $l=L, \kappa_z^2 \sigma_i^2 \ll 1$ 此时, 相关长度仍等于照射表面长度 ($l=L$), 相对于情况(1), 海表面光滑 ($\kappa_z^2 \sigma_i^2 \ll 1$)。根据指数函数的泰勒级数展开并代入式(16)并取无穷积分, 得到

$$\begin{aligned} P_i &\propto L e^{-\kappa_z^2 \sigma_i^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\kappa_x\tau_0} \left(1 + \kappa_z^2 \sigma_i^2 e^{-\tau_0^2/L^2} \cos K_{ix}\tau_0 \right) d\tau_0 \\ &= L e^{-\kappa_z^2 \sigma_i^2} \left[\delta(\kappa_x) + \kappa_z^2 \sigma_i^2 e^{-\tau_0^2/L^2} \delta(\kappa_x \pm K_{ix}) \right] \end{aligned} \quad (19)$$

进而推导出当 $\theta_s = \theta_0$ 和 $\theta_s = \arcsin \left[\sin \theta_0 \pm \frac{\lambda}{2\pi} K_{ix} \right]$

时, P_i 达到峰值。由于此时海表面光滑, 起伏不剧烈, 不存在高阶散射角, 幅值明显降低。

(3) $l \gg L$ 此时, 表面相关长度远大于照射表面的长度, 表明各分量间的相关性较弱。采用近似公式

$$\int_{-2L}^{2L} e^{-\tau_0^2/l^2} d\tau_0 \approx 1 \quad (20)$$

代入式(16)中, 并由 Fourier-Bessel 函数展开式得到平均散射功率表达式为

$$\begin{aligned} P_i &\propto e^{-\kappa_z^2 \sigma_i^2} \int_{-2L}^{2L} (2L - |\tau_0|) e^{-j\kappa_x\tau_0 + \kappa_z^2 \sigma_i^2 \cos K_{ix}\tau_0} d\tau_0 \\ &= J_m \left(\kappa_z^2 \sigma_i^2 \right) \left\{ 8L^2 \text{sinc} [2L(\kappa_x - mK_{ix})] \right. \\ &\quad \left. - 4L \text{sinc}^2 [2L(\kappa_x - mK_{ix})] \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

忽略高阶散射场作用, 得到散射角为 $\theta_s = \theta_0$ 和 $\theta_s = \arcsin \left[\sin \theta_0 \mp \frac{\lambda}{2\pi} K_{ix} \right]$ 。与前两种情况不同的是, 此

时的平均散射功率幅值由不同阶次的 sinc 函数构成, 幅值大小取决于起伏方差和照射表面的长度。

综上, 改进模型的散射特性有如下特点:

(1) 通过海面散射振幅因子互相关的统计平均来表示改进模型的平均散射功率, 为不同阶次散射回波信号功率的叠加, 其幅值大小与海表面轮廓高度的起伏方差和照射表面的长度有关;

(2) 对应于不同阶次散射场的作用, 可得到不同阶次的散射角, 并且海表面越光滑, 阶次越低。

3 改进模型的分数阶功率谱分析

3.1 分数阶功率谱

文献[8]定义了针对随机信号的分数阶功率谱 (FPS) 和分数阶相关函数, FPS 可通过分数阶相关函数的 FRFT 运算得到, 是传统理论在 FRFT 域的广义形式。设在 $[-T, T]$ 时间范围内, 随机信号 $\xi(t)$ 的 FPS 定义为

$$P_\xi^\alpha(u) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\mathbb{E} |F_\alpha[\xi(t)](u)|^2}{2T} \quad (22)$$

式中 F_α 表示 FRFT 算子, α 是变换角, $\alpha = \pi p/2, p$ 为变换阶数。由式(22)可知, 随机信号的 FRFT 的模平方只是 FPS 的估计。 α 角分数阶相关函数定义为

$$\begin{aligned} R_\xi^\alpha(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T R_\xi(t_2 + \tau, t_2) e^{j t_2 \tau \cot \alpha} dt_2 \\ &= \langle R_\xi(t_2 + \tau, t_2) e^{j t_2 \tau \cot \alpha} \rangle_{t_2} \end{aligned} \quad (23)$$

式中 $R_\xi(\tau)$ 为随机信号 $\xi(t)$ 的相关函数, $R_\xi(t_2 + \tau, t_2) = R_\xi(t_1, t_1 - \tau)$ 。区别于式(8)中的 τ_0 , 式(23)的 τ 为时间差。 $\xi(t)$ 的 FPS 可表示为

$$P_\xi^\alpha(u) = A_{-\alpha} F_\alpha [R_\xi^\alpha(\tau)](u) e^{-j(u^2/2) \cot \alpha} \quad (24)$$

当 $\alpha = \pi/2$ 时, 式(23)和式(24)转变成随机信号的相关函数和功率谱。因此, 针对改进的一维时变海面模型, 采用 FPS 能够从本质上反映海面散射回波信号的功率谱密度在 FRFT 域的变化和能量分布, 进而分析“快变信号”的非 Bragg 谱特性。

3.2 改进模型的分数阶功率谱特性

根据式(24), 需计算出海面散射振幅因子的分数阶相关函数, 并进行 FRFT 运算, 才能得到改进模型的 FPS 表达式。假设不同时刻的海表面轮廓函数为一平稳随机过程, 即时间相关函数的取值仅与时间间隔有关。

$$R_\xi(t_1, t_2) = \langle z_1, z_2 \rangle = R_\xi(\tau) \quad (25)$$

将式(5)代入到式(3)中, 并利用式(26)

$$e^{jx \sin \theta} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(x) e^{jm\theta} \quad (26)$$

则式(3)中的被积函数 $\rho(\theta_0, \theta_s, t)$ 经过整理得到

$$\begin{aligned} &= \exp [j\kappa_z \xi_2(x, t)] \\ &= \exp \left\{ j\kappa_z \sum_{n=0}^N A_n \sin [K_{nx}(x + \mu_n t^2 + f_n t) - \omega_n t + \phi_n] \right\} \\ &= \sum_{m_0=-\infty}^{+\infty} \sum_{m_1=-\infty}^{+\infty} \cdots \sum_{m_{N-1}=-\infty}^{+\infty} \prod_{n=0}^{N-1} J_{m_n}(\kappa_z A_n) \\ &\quad \cdot \exp \left(j \sum_{n=0}^{N-1} m_n K_{nx} x \right) \\ &\quad \cdot \exp \left\{ j \sum_{n=0}^{N-1} m_n [K_{nx}(\mu_n t^2 + f_n t) - \omega_n t + \phi_n] \right\} \end{aligned} \quad (27)$$

式中 $f_n = f_{g_n} + f_{d_n}$ 。进行积分运算后，式(3)改写为

$$S_2(\theta_0, \theta_s, t) = 2\pi F \sum_{m_0=-\infty}^{+\infty} \sum_{m_1=-\infty}^{+\infty} \cdots \sum_{m_{N-1}=-\infty}^{+\infty} \prod_{n=0}^{N-1} J_{m_n}(\kappa_z A_n) \cdot \delta\left(\sum_{n=0}^{N-1} m_n K_{nx} - \kappa_x\right) \cdot \exp\left\{j \sum_{n=0}^{N-1} m_n [K_{nx}(\mu_n t^2 + f_n t) - \omega_n t + \phi_n]\right\} \quad (28)$$

式(28)表明，改进的1维时变海面模型由多个chirp散射信号叠加构成，时间自相关函数表示为

$$R_2(\theta_0, \theta_s, \tau) = \langle S_2(\theta_0, \theta_s, t + \tau) \cdot S_2^*(\theta_0, \theta_s, t) \rangle = 4\pi^2 F^2 \sum_{m_0=-\infty}^{+\infty} \sum_{m_1=-\infty}^{+\infty} \cdots \sum_{m_{N-1}=-\infty}^{+\infty} \prod_{n=0}^{N-1} J_{m_n}^2(\kappa_z A_n) \cdot \delta\left(\sum_{n=0}^{N-1} m_n K_{nx} - \kappa_x\right)^2 \cdot \exp\left\{j \sum_{n=0}^{N-1} m_n [K_{nx}(\mu_n \tau^2 + 2\mu_n t\tau + f_n \tau) - \omega_n \tau]\right\} \quad (29)$$

由式(23)，得到海面散射振幅因子的 α 角分数阶相关函数为

$$R_2^\alpha(\theta_0, \theta_s, \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T R(\theta_0, \theta_s, \tau) e^{j\tau \cot \alpha} dt = 8\pi^3 F^2 \sum_{m_0=-\infty}^{+\infty} \sum_{m_1=-\infty}^{+\infty} \cdots \sum_{m_{N-1}=-\infty}^{+\infty} \prod_{n=0}^{N-1} J_{m_n}^2(\kappa_z A_n) \cdot \delta\left(\sum_{n=0}^{N-1} m_n K_{nx} - \kappa_x\right)^2 \cdot \delta\left[\sum_{n=0}^{N-1} (2m_n K_{nx} \mu_n + \cot \alpha_n) \tau\right] \cdot \exp\left\{j \sum_{n=0}^{N-1} m_n [K_{nx}(\mu_n \tau^2 + f_n \tau) - \omega_n \tau]\right\} \quad (30)$$

当 $\sum_{n=0}^{N-1} m_n K_{nx} - \kappa_x = 0$ 时，式(30)才有意义。忽略高阶散射场的作用，并将Bessel函数展开，得到改进模型的FPS

$$P_1^\alpha(u) = A_{-\alpha} F_\alpha [R_2^\alpha(\theta_0, \theta_s, \tau)](u) e^{-j(u^2/2) \cot \alpha} = C_1 + C_2 \sum_{n=0}^{N-1} \delta[u_n \csc \alpha_n \mp (K_{nx} f_n - \omega_n), \alpha_n - \arccot(\mp 2K_{nx} \mu_n)] \quad (31)$$

式中 C_1 和 C_2 分别表示零阶和一阶FPS分量的系数。

由式(31)可以看出，海面散射回波信号的功率谱密度在FRFT域呈多分量冲激信号分布，是 α_n 和

u_n 的2维函数，其在FRFT域的位置 (α_n, u_n) 取决于改进时变海面模型的调频率和中心频率，即

$$\left. \begin{aligned} \alpha_n &= \arccot(\mp 2K_{nx} \mu_n) = \arccot(\mp 2\kappa_x \mu_n) \\ u_n &= \pm (K_{nx} f_n - \omega_n) \sin \alpha_n = \pm (\kappa_x f_n - \omega_n) \sin \alpha_n \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

正是利用了FRFT能够对时频平面进行旋转的特性，FPS能很好地体现改进模型的散射回波信号频率的变化，从而根据冲激信号的峰值位置估计“慢变信号”产生的Bragg频率和“快变信号”产生的非Bragg频率分量。很明显，若 $\alpha_n = \pi/2$ (频域)，同时不考虑 v_{g_n} 和 v_{d_n} 的影响，由式(32)可得到经典的Bragg频移公式

$$u_n = \pm \sqrt{g\kappa_x (1 + \kappa_x^2 / K_m^2)} \quad (33)$$

在实际应用中，观测时间是有限的。因此，当 $t \in [-T, T]$ ，在最佳变换域，得到有限时长的FPS表达式

$$P_2^\alpha(u) = D_1 + D_2 T \sum_{n=0}^{N-1} \text{sinc}[\pm (K_{nx} f_n - \omega_n) T - u_n \csc \alpha_n T] \quad (34)$$

式(34)表明，当观测时间有限时，海面散射回波信号的FPS由多分量sinc函数构成，其sinc函数的峰值位置同样满足式(32)。FPS谱宽与信号的观测时长成反比^[11]。

4 仿真结果与分析

为了验证实测海面散射特性能否与改进模型很好地吻合，本节采用加拿大McMaster大学的X波段IPIX雷达海杂波数据分析粗糙海面散射信号的FPS特性及多种参数(波长、变换角、风速)对FPS的影响。数据及说明见文献[12]和表1，本文主要研究HH极化与VV极化的情况。仿真满足采样定理，量纲作归一化处理^[11]。

图2和图3分别给出了19931111_163625数据在HH极化和VV极化方式下的海杂波回波短时Fourier变换(Short-Time Fourier Transform, STFT)谱及FPS幅值图，其中#3表示第3个距离单元数据(纯海杂波距离单元)。首先分析海面回波的时频分布特性，如图2(a)和图3(a)所示，可以容易观测到海杂波的多普勒频移，其能量主要集中在中心频率附近(约为30~40 Hz)，体现出风驱而导致的表面水层的流动及大尺度波浪的轨道运动对多普勒频移的影响很大，海浪的基波波浪在海面形成中起到主导作用。同时发现，由于观测距离较远，导致IPIX雷达照射海面的掠射角极低，并且根据波高判断海况等级约为3~4级(中海况)。此时，海面回波信号

表 1 IPIX 海杂波数据说明

数据	波高(m)	海况等级	掠射角(°)	观测方向	极化方式	采样频率(Hz)	观测时间(s)
19931111_163625	0.7	3~4	<1	逆风向	HH/VV	1000	1
19931107_135603	2.1	5~6	<1	逆风向	HH/VV	1000	1

表现出时变特性，“快变信号”使得回波散射截面积起伏，其变化对多普勒谱能量大小有很大的影响，并且非 Bragg 谱导致多普勒的中心频率偏移或展宽，体现为多普勒频率随时间变化。

分析实测海杂波数据在不同 FRFT 域的能量分布特性，如图 2(b)所示，其中 p 轴对应调频率， u 轴对应变换阶数下的频率。一方面，海杂波在 FRFT 域幅值具有一定的起伏，在变换阶数 $p=1$ (频域)周围的 FPS 能量分布相对集中，同样体现出大尺度波浪的 Bragg 谱在 FPS 的能量分布中占主要部分，其在 u 轴上的中心谱位置与频谱对应。另一方面，在小变换角($p=1.05$ 对应 $a=78.7 \text{ m/s}^2$)，FPS 也有较大的幅值，海面回波具有微弱变化的加速度，反映出海面回波信号的频率在一定时间范围内产生变化，在频域体现为多普勒谱峰的展宽或频移。因此基于本文提出的 1 维时变海面散射模型，采用 FPS 分析方法能够反映不同变换角下的“快变信号”的频率特性，并能在 FRFT 域根据 FPS 峰值位置，估计出不同散射信号的瞬时频率。

通过对比 HH 极化和 VV 极化的 STFT 谱及 FPS(图 2 和图 3)，可以看出 VV 回波呈现为尖峰状回波，HH 回波则类似于随机噪声，而且随着海况

等级和风速的增大，这两种回波有变成相似的趋势。在相同的掠射角条件下，VV 极化方式下的信号幅度明显高于 HH 极化信号的幅度，但多普勒谱能量集中于中心频率。可以推断，在 VV 极化工作方式下，由“慢变信号”产生的 Bragg 谱占频谱能量的主要部分；而在 HH 极化工作方式下，海杂波回波强度相对较弱，表明 HH 极化对 Bragg 散射有一定的抑制作用，但此时由“快变信号”产生的非 Bragg 谱更为明显，FPS 在整个 FRFT 域能量分布趋向均匀。也从另一方面说明 IPIX 雷达工作在 HH 极化方式下，对目标的检测能力要优于 VV 极化方式。同时，对比图 2 和图 4，即相同极化方式下，不同海况的海杂波变换域特性，可知海杂波后向散射场的多普勒谱展宽随着海况的增加而增大，在 FRFT 域体现为 FPS 偏移至小变换角附近，说明“快变信号”分量增多，但仍能根据 FPS 的能量分布体现频率的变化。

定量分析不同参数对改进模型的 FPS 影响。根据式(32)得出海面散射回波信号的 FPS 在 FRFT 域的峰值位置取决于变换角、波长、风速等因素。图 5 和图 6 给出了 $U_{19.5}=10 \text{ m/s}$ 的情况下，变换角、入射波长对 FPS 的影响。由图 5 可以看出，当 $\alpha =$

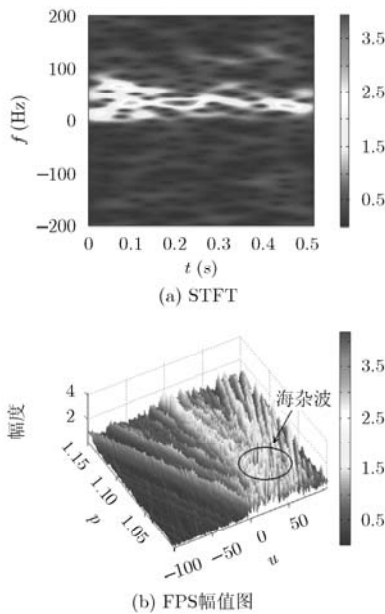


图 2 海杂波回波频谱及分数阶功率谱 (19931111_163625, #3, HH 极化)

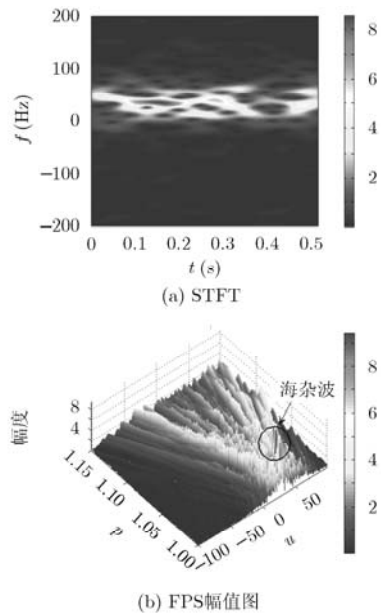


图 3 海杂波回波频谱及分数阶功率谱 (19931111_163625, #3, VV 极化)

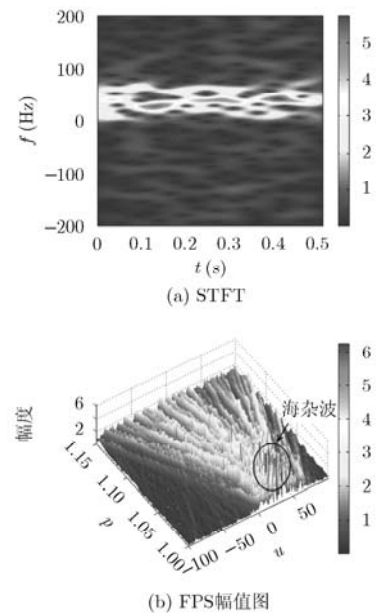


图 4 海杂波回波频谱及分数阶功率谱 (19931107_135603, #1, HH 极化)

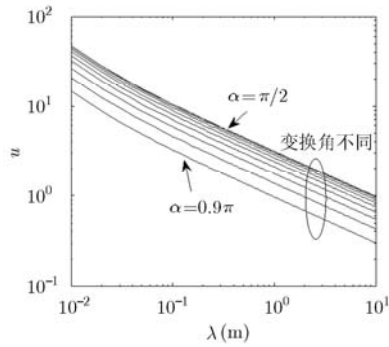


图5 变换角对分数阶功率谱的影响

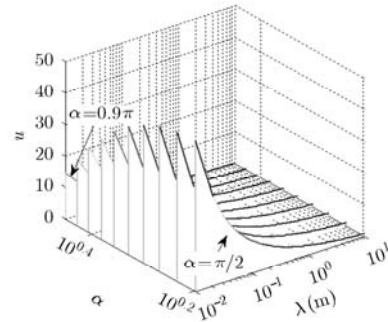


图6 变换角、入射波长对分数阶功率谱的影响

$\pi/2$ 时, u 轴即为频率轴, 随入射波长的增加, 多普勒谱峰值的中心频移减小, 这主要是多普勒谱峰的中心频移同入射波长的均方根成反比造成的, 其结果与经典的Bragg散射理论一致^[4]。当海面散射回波信号发生频率的变化, 即 $\alpha \neq \pi/2$, 最佳FPS谱也随波长的增加而减小。图6说明, 相同波长条件下, FPS随变换角的增加而减小, 这是因为在一般海况下, 海面散射回波信号能量主要由大尺度“慢变信号”构成, 能量集中在变换角较小的FRFT域。

5 结束语

针对高海况和低掠射角条件下, 海面散射回波呈现“快变信号”的非Bragg谱的特性, 本文在基于线性流体力学的双尺度海面散射模型基础上进行改进, 考虑到多普勒频率的变化, 将调频率引入到模型中, 给出了改进的1维时变海面散射模型。通过计算海面平均散射功率, 研究了时变海面的角度散射特性: 平均散射功率为不同阶次散射回波信号功率的叠加, 对应于不同阶次散射场的作用, 可得到不同阶次的散射角。同时, 分析了改进模型的分数阶功率谱特性: 海面散射回波信号的功率谱密度在FRFT域呈多分量冲激信号分布, 其在FRFT域的位置取决于改进时变海面模型的调频率和中心频率。最后, 基于X波段实测海杂波数据的仿真结果表明, 改进的模型不仅能够描述“慢变信号”的Bragg谱特征, 也有助于分析中、高海况和低掠射角条件下的“快变信号”非Bragg谱特性。当然, 海面模型是多个参数的函数(极化方式, 雷达频率、入射角、分辨单元大小、海况、海表面温度等), 其中一些参数显示出复杂的相互依赖性, 因此对于更为符合实际的海面模型还有待于深入的研究, 有关数值计算结果还需进一步的实验验证。

参考文献

[1] 许小剑, 姜丹, 李晓飞. 时变海面舰船目标动态雷达特征信号

模型[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 23(1): 42-47.

Xu Xiao-jian, Jiang Dan, and Li Xiao-fei. Modeling of dynamic radar signatures for ships on time-varying sea surface[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 23(1): 42-47.

[2] Zhang Min, Chen Hui, and Yin Hong-cheng. Facet-based investigation on EM scattering from electrically large sea surface with two-scale profiles: theoretical model[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, 49(6): 1967-1975.

[3] Berizzi F, Dalle-Mese E, and Pinelli G. One-dimensional fractal mode of the sea surface[J]. *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*, 1999, 146(1): 55-64.

[4] 郭立新, 王蕊, 王运华, 等. 二维粗糙海面散射回波多普勒谱频移及展宽特征[J]. 物理学报, 2008, 57(6): 3464-3472.

Guo Li-xin, Wang Rui, and Wang Yun-hua, et al. Study on the Doppler shift and the spectrum widening of the scattered echoes from the 2-D rough sea surface[J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, 57(6): 3464-3472.

[5] Walker D. Experimentally motivated model for low grazing angle radar Doppler spectra of the sea surface[J]. *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*, 2000, 147(3): 114-120.

[6] Berizzi F and Dalle-Mese E. Scattering from a 2-D sea fractal surface: fractal analysis of the scattered signal[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2002, 50(7): 912-925.

[7] Zavorotny V U and Voronovich A G. Two-scale model and ocean radar Doppler spectra at moderate- and low-grazing angles[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1998, 46(1): 84-92.

[8] 陈小龙, 刘宁波, 宋杰, 等. 海杂波FRFT域分形特征判别及动目标检测方法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(4): 823-830.

Chen Xiao-long, Liu Ning-bo, Song Jie, et al. Fractal feature discriminant of sea clutter in FRFT domain and moving target detection algorithm[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(4): 823-830.

- [9] Tao Ran, Zhang Feng, and Wang Yue. Fractional power spectrum[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(9): 4199-4206.
- [10] Gopalan K, Anderson T R, and Cupples E J. A comparison of speaker identification results using features based on cepstrum and Fourier-Bessel expansion[J]. *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, 1999, 7(3): 289-294.
- [11] 陈小龙, 王国庆, 关键, 等. 基于FRFT的动目标检测模型与参数估计精度分析[J]. *现代雷达*, 2011, 33(5): 39-45.
Chen Xiao-long, Wang Guo-qing, Guan Jian, *et al.*. Analysis of model of moving target detection and precision of parameter estimation based on FRFT[J]. *Modern Radar*, 2011, 33(5): 39-45.
- [12] Drosopoulos A. Description of the OHGR database[R]. Technology Note No.94-14, Ottawa: Defence Research Establishment, 1994: 1-30.
- 陈小龙: 男, 1985年生, 博士生, 研究方向为雷达信号处理、海杂波中微弱目标检测.
- 黄 勇: 男, 1979年生, 讲师, 研究方向为雷达目标检测、阵列信号处理.
- 关 键: 男, 1968年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达目标自动检测、侦察图像处理和信息融合.