基于鲁棒 Capon 波束形成的探地雷达成像算法

周 琳^{*} 黄春琳 粟 毅 (国防科技大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

摘 要: 传统的探地雷达(Ground Penetrating Radar, GPR)成像算法属于非自适应方法,其成像结果中存在较强的旁瓣和杂波干扰,而自适应方法具有很强的干扰抑制能力。该文利用鲁棒 Capon 波束形成(Robust Capon Beamforming, RCB)理论,提出了一种自适应的基于 RCB 的 GPR 成像算法,不仅考虑了 GPR 工作场景下电磁 波折射现象,同时研究了适用于 GPR 成像的协方差矩阵构造方法。所提算法可大幅降低成像结果中旁瓣和杂波能量,并在一定程度上提高成像分辨率,实测数据的实验结果证明了算法的有效性。

关键词: 雷达成像; 探地雷达; 合成孔径; 波束形成

中图分类号: TN957.52 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2012)05-1024-06 **DOI**: 10.3724/SP.J.1146.2011.01195

A Ground Penetrating Radar Imaging Algorithm Based on Robust Capon Beamforming

Zhou Lin Huang Chun-lin Su Yi

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The conventional Ground Penetrating Radar (GPR) imaging algorithms are data-independent, which cause lots of interference like side lobes and clutter. However, the data-adaptive methods have remarkable capability of interference suppression. A data-adaptive GPR imaging algorithm based on the theory of Robust Capon Beamforming (RCB) is proposed. The refraction phenomenon of electromagnetic wave is fully considered, and the generation of covariance matrix is also deeply discussed. The sidelobes and clutter can be suppressed dramatically, as well as the imaging resolution can be slightly improved. The experimental results show the validity of the proposed algorithm.

Key words: Radar imaging; Ground Penetrating Radar (GPR); Synthetic aperture; Beamforming

1 引言

探地雷达(Ground Penetrating Radar, GPR)成 像技术可以对地下目标进行非破坏性的高分辨率检 测和识别,已在军事和民用领域得到广泛应用^[1,2]。 目前常用的 GPR 成像方法主要有反向投影(Back Projection, BP)算法^[3,4]、距离迁移(Range Migration, RM) 算法^[5,6]、衍射层析(Diffraction Tomography, DT)算法^[7,8]等,现有算法均属于独立于数据的非自 适应信号处理方法。尽管使用这些算法可以实现比 较高的分辨率,但与依赖于数据的自适应信号处理 方法相比,后者具有更高的旁瓣和杂波抑制能力。 Capon 波束形成方法(Capon Beamforming, CB)作 为典型的自适应信号处理方法,已广泛应用于阵列 信号处理、SAR 成像等领域^[9]。但是在某些实际应 用中,信号方向矢量往往不能准确估计,此时 CB 的性能将急剧下降,甚至比非自适应方法的性能还 差。为此许多文献对改进 CB 的鲁棒性开展了研究, 试图解决由方向矢量不确定性导致的估计不准问 题,例如基于线性约束的协方差矩阵渐变方法^[10], 基于二次约束的对角加载方法^[11],基于噪声协方差 矩阵先验知识的子空间自适应波数形成方法^[12]等, 但这些方法并未直接针对方向矢量的不确定性。

鲁 棒 Capon 波 束 形 成 (Robust Capon Beamforming, RCB) 方法在 CB 的基础上考虑了基 于球形或椭球形不确定集的方向矢量,克服了原有 CB 进行估计时鲁棒性差的缺点,在穿墙成像、医学 成像等领域已得到成功应用^[13-16]。本文将上述自适 应方法应用于 GPR 成像处理中,提出了基于 RCB 理论的 GPR 成像算法,并得到了很好的旁瓣和杂波 抑制效果。全文按照如下结构组织,第2节介绍了 RCB 基础理论,第3节提出了基于 RCB 的 GPR 成像方法,第4节给出了实测数据实验结果,最后 是结束语。

²⁰¹¹⁻¹¹⁻¹⁶ 收到, 2012-03-09 改回

^{*}通信作者: 周琳 nudtzhoulin@sohu.com

2 RCB 基础理论

对于一个包含 *M*个阵元的线性阵列,假设其接收数据的协方差矩阵为 *R*, RCB 方法的关键是获得 阵列加权矢量 *w*,该加权矢量可通过在如下线性约 束条件下寻找最小值得到^[13]:

$$\min \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R} \boldsymbol{w}, \quad \text{s.t. } \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{a}_{s} = 1$$
 (1)

其中 a_s 为阵列输出方向矢量,上标 H 在本文中均表 示共轭转置。由于实际情况中 a_s 不能精确已知,关 于 a_s 仅有的先验知识是其在 \overline{a} 附近一个很小的邻域 内波动,即 $\|a_s - \overline{a}\| \le \varepsilon$,其中 ε 为一个很小的正数。 令 σ^2 为后向散射信号能量,则上式可转化为

$$\max_{\sigma^2, a_s} \sigma^2, \text{ s.t. } \boldsymbol{R} - \sigma^2 \boldsymbol{a}_s \boldsymbol{a}_s^{\mathrm{H}} \ge 0, \ \left\| \boldsymbol{a}_s - \overline{\boldsymbol{a}} \right\| \le \varepsilon \qquad (2)$$

由于式(2)中 σ^2 与 a_s 均为未知,故二者之间存在 尺度模糊,为消除这种影响,应使用如下范数约 束^[14]:

$$\|\boldsymbol{a}_s\|^2 = M \tag{3}$$

对于任意时刻 t, 式(2)的解为

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{\boldsymbol{a}_s^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{a}_s} \tag{4}$$

这样式(2)可退化为如下二次最优问题:

$$\min_{\boldsymbol{a}_s} \boldsymbol{a}_s^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{a}_s, \quad \text{s.t.} \, \left\| \boldsymbol{a}_s - \overline{\boldsymbol{a}} \right\| \le \varepsilon \tag{5}$$

式(5)中为避免 $a_s = 0$,需设定限制条件^[14]:

$$\varepsilon < \|\overline{\boldsymbol{a}}\|^2$$
 (6)

为求解式(5),使用 Lagrange 乘数法,令目标 函数为

$$f(\boldsymbol{a}_{s},\lambda) = \boldsymbol{a}_{s}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{a}_{s} + \lambda\left(\left\|\boldsymbol{a}_{s}-\overline{\boldsymbol{a}}\right\|-\varepsilon\right)$$
(7)

其中 $\lambda \ge 0$ 为实 Lagrange 乘数,且满足 $\mathbf{R}^{-1} + \lambda \mathbf{I}$ 正定。这样对于固定的 λ , $f(\mathbf{a}_s, \lambda)$ 最小化的条件是^[14]

$$\hat{\boldsymbol{a}}_{s} = \left[\boldsymbol{R}^{-1} / \lambda + \boldsymbol{I}\right]^{-1} \boldsymbol{\bar{a}} = \boldsymbol{\bar{a}} - \left[\boldsymbol{I} + \lambda \boldsymbol{R}\right]^{-1} \boldsymbol{\bar{a}} \qquad (8)$$

$$\exists \boldsymbol{\bar{a}}$$

并且有

$$\left\|\hat{\boldsymbol{a}}_{s}-\bar{\boldsymbol{a}}\right\|^{2}=\varepsilon \tag{9}$$

联立式(8)与式(9)可得到关于 Lagrange 乘数 λ 的方程:

$$g(\lambda) = \left\| \left[\boldsymbol{I} + \lambda \boldsymbol{R} \right]^{-1} \bar{\boldsymbol{a}} \right\|^2 = \varepsilon$$
(10)

为求解式(10),首先可将协方差矩阵**R**进行特征值分解:

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{U}^{\mathrm{H}} \tag{11}$$

其中U为R的特征矢量矩阵,其每一列都为R的特 征矢量, Γ 为对角化特征值矩阵,其主对角线上的 各元素对应于R的M个特征值: $\gamma_1 \ge \gamma_2 \ge \cdots \ge \gamma_M$ 。 令 $\mathbf{z} = [z_1, z_2, \cdots, z_M]^{\mathrm{T}} = U^{\mathrm{H}}\bar{\mathbf{a}}$,则式(10)可转化为

$$g\left(\lambda\right) = \sum_{m=1}^{M} \frac{\left|z_{m}\right|^{2}}{\left(1 + \lambda \gamma_{m}\right)} = \varepsilon$$
(12)

由于 $g(\lambda)$ 是一个单调递减函数,由式(6)知 g(0)> ε ,且 $\lim_{\lambda\to+\infty} g(\lambda) = 0 < \varepsilon$,故式(12)在区间 $(0,+\infty)$ 内存在唯一解 λ_0 。将 λ_0 代入式(8),便得到 \hat{a}_s 的解。 考虑式(3)的约束,可将 \hat{a}_s 规整化^[14]为 \tilde{a}_s 。

$$\tilde{\boldsymbol{a}}_s = \frac{\sqrt{M}\,\hat{\boldsymbol{a}}_s}{\|\hat{\boldsymbol{a}}_s\|} \tag{13}$$

则后向散射信号能量可通过将式(13)代入式(4) 求得,而阵列加权矢量 w 可表示为

$$\widehat{\boldsymbol{w}} = \frac{\boldsymbol{R}^{-1} \widetilde{\boldsymbol{a}}_s}{\widetilde{\boldsymbol{a}}_s^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}^{-1} \widetilde{\boldsymbol{a}}_s} \tag{14}$$

3 基于 RCB 的 GPR 成像算法

由于 RCB 在理论上具有良好的旁瓣和杂波抑 制能力,为此本文将其应用到 GPR 成像中,提出了 基于 RCB 的 GPR 成像算法。首先建立 2 维成像场 景如图 1 所示,整个场景被直线 z = 0 分为两部分。 z < 0 的区域为空气,其介电常数为 $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$,其中 ε_0 是自由空间中的介电常数。z > 0 区域为各向同性均 匀的土壤,其介电常数为 $\varepsilon_2 = \varepsilon_r \varepsilon_0$,其中 ε_r 是土壤 的相对介电常数。为简化模型,假设两个区域内的 磁导率都等于自由空间中的磁导率,即 $\mu_1 = \mu_2$ $= \mu_0$,其中 μ_1, μ_2, μ_0 分别为空气中、土壤中和自由 空间中的磁导率,并假定空气和土壤均无耗。考虑 GPR 中典型的 B-scan 合成孔径扫描方式,假设合 成孔径数目为 *M*,当前工作的天线位置序号为 *k*, 用黑色的三角形表示,坐标为 $(x_k, -h)$,其余 *M* – 1 个 孔径位置由灰色三角形表示。

第 k 个孔径处接收到的信号可表示为

$$x_k(t), \ k = 1, 2, \cdots, M$$
 (15)

其中 $t = 1\Delta t, 2\Delta t, ..., N\Delta t$, Δt 为时域采样间隔。对 图 1 中给定的某成像点 A, 首先要计算出从 A 到各 天线位置处的双程时延。由于空气-土壤交界面的影 响,该路径不是一条直线而是一条折线。发射信号 从第 k 个天线位置出发,经过折射点 $(x_r, 0)$ 到达点



图1 成像场景说明

A,再沿原路径返回天线处。入射角和折射角分别用 θ_i 和 θ_t 表示。

对于任意一个成像点 *A*,根据 Snell 定律,有如下关系:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \sqrt{\varepsilon_r} \tag{16}$$

$$\frac{(x_r - x_k)}{h^2 + (x_r - x_k)^2} \frac{z_0 + (x_0 - x_r)}{(x_0 - x_r)^2} = \varepsilon_r \qquad (17)$$

式(17)是一个关于 x_r 的四次方程,通过求解 x_r ,可得到双程时延表达式如下所示:

$$\tau_{A,k} = \frac{2\sqrt{h^2 + (x_r - x_k)^2}}{c} + \frac{2\sqrt{z_0^2 + (x_0 - x_r)^2}}{c/\sqrt{\varepsilon_r}} \quad (18)$$

其中 c 是自由空间中电磁波的波速, $\tau_{A,k}$ 即对应于 点 A 和第 k 个天线之间的双程时延。利用式(18)所 得时延, 可将原始回波数据进行时延校正如下:

$$\hat{x}_{A,k}(t) = \begin{cases} x_k \left(t + \tau_{A,k} \right), & 0 \le t \le N \Delta t - \tau_{A,k} \\ 0, & N \Delta t - \tau_{A,k} \le t \le N \Delta t \end{cases}$$
(19)

则在某时刻 t 的 M 个阵元的校正后接收信号可 表示为

$$\boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{a}_s \boldsymbol{s}(t) + \boldsymbol{e}_s(t) \tag{20}$$

其中 $\mathbf{y}(t) = [\hat{x}_{A,1}(t), \hat{x}_{A,2}(t), \dots, \hat{x}_{A,M}(t)]^{\mathrm{T}}$, s(t)为t时 刻的目标后向散射信号, 矢量 $e_s(t)$ 表示t时刻各阵 元处的噪声及干扰。由于此时信号 $\mathbf{y}(t)$ 已被预处理 从而在时域对齐,故 a_s 近似等于全1矢量 $\bar{a} = \mathbf{1}_{M\times 1}$, 而成像的任务就是通过估计 a_s 从而求得式(14)中的 加权矢量估计值 \hat{w} ,再利用 \hat{w} 从 $\mathbf{y}(t)$ 中恢复出s(t)从而求得点A处的后向散射能量。

为了估计*a*_s及*w*,首先需要估计接收数据的协 方差矩阵 *R*。各种基于 CB 的自适应方法的一个主 要差别就是关于协方差矩阵的不同假设及构造方 法^[15]。一种直观的构造方法即利用 *y*(*t*)直接生成协 方差矩阵 *R*:

$$\boldsymbol{R} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{y} \left(i \cdot \Delta t \right) \boldsymbol{y}^{\mathrm{H}} \left(i \cdot \Delta t \right)$$
(21)

但是因为合成孔径扫描方式未能对场景提供足 够多的视,按照式(21)构造的协方差矩阵会降低算 法抑制旁瓣和杂波的能力,为此需将接收数据划分 为多个子集以增加可用视数^[9]。利用文献[9]提出的 划分子集方法,本文在时域上将 $M \times 1$ 维的校正后 信号 y(t)划分为 L个相互重叠的 $N \times 1$ 维的信号 $y_i(t), i = 1, 2, ..., L$,图 2 是该划分方法的示意图, 由图 2 可知 L = M - N + 1。采用降低信号的维度从 而生成多视的方法来构造协方差矩阵会一定程度上



图 2 将校正信号划分为子集示意图

降低成像分辨率,为减小这种效应,N不应过小, 文献[15]中关于N的经典取值为N=0.8M。使用较 大的N会增加算法中矩阵不可逆的可能性,但另一 方面会使成像分辨率没有大幅降低的同时保持算法 的高信杂比和高峰值旁瓣比特性。本文中协方差矩 阵定义为

$$\boldsymbol{R} = \frac{1}{NL} \sum_{i=1}^{N} \sum_{l=1}^{L} \boldsymbol{y}_{l} \left(i \cdot \Delta t \right) \boldsymbol{y}_{l}^{\mathrm{H}} \left(i \cdot \Delta t \right)$$
(22)

下面便可按照上节介绍的 RCB 理论进行 GPR 成像,当求得加权矢量的估计值 \hat{w} 后,则 t 时刻点 A 处的后向散射信号s(t) 为

$$\widehat{\boldsymbol{s}}(t) = \widehat{\boldsymbol{w}} \cdot \boldsymbol{y}(t) \tag{23}$$

点 A 处的后向散射能量可通过式(24)计算^[16]:

$$p(A) = \sum_{i=1}^{N} \hat{s}^{2} \left(i \cdot \Delta t \right)$$
(24)

将后向散射能量 *p*(*A*) 作为点 *A* 处的成像值,通过遍历待成像区域的所有点,便完成成像过程。综上所述,本文提出的基于 RCB 的 GPR 成像算法的具体步骤如下:

步骤 1 对成像区域中任意一点,按照式(18) 计算其距离 *M* 个合成孔径位置的双程时延,再按照 式(19)得到校正后信号 *y*(*t*);

步骤 2 利用 y(t) 按照式(22)构造协方差矩阵 R;

步骤 3 将**R**按照式(11)进行特征值分解,从 而求得**U**,**Γ**及z;

步骤 4 利用 Γ 和 z 求解式(12)中的 Lagrange 系数 λ_0 ;

步骤 5 利用 λ_0 及式(8),式(13),式(14)求解 \hat{a}_s , \tilde{a}_s 和 \hat{w} ;

步骤 6 按照式(23)计算出 $\hat{s}(t)$,再按照式(24) 求得该点处的成像结果;

步骤 7 按照上述步骤,遍历整个成像区域。

4 实验结果及分析

第1个实验使用 GPRMax 软件生成的仿真数据 进行分析。实验场景如图 3(a)所示,两根钢筋棍埋 设于相对介电常数为 4 的各向均匀土壤中,钢筋均 沿 y 轴放置,场景剖面具体的几何位置关系见图 3(b)。深度为 10 cm 的钢筋直径为 0.5 cm,深度为 25 cm 的钢筋直径为 1 cm。GPR 天线距地面 10 cm, B-scan 路径沿 x 轴方向,每个合成孔径扫描位置在 图中用黑色圆点表示。发射信号为高斯微分脉冲, 中心频率为 1 GHz。



图 3 仿真数据成像实验的场景说明

图 4(a)是使用本文所提 RCB 算法进行成像的 归一化结果。考虑到 BP 算法是传统的非自适应算 法中的典型代表,且可以充分考虑介质的分层现象, 其在 GPR 成像理论和实际中都已得到深入研究和 广泛应用,故本文选取 BP 算法的结果与 RCB 算法 进行比较,如图 4(b)所示。

由图 4 可以看出,使用 RCB 算法可得到视觉上 非常直观的旁瓣和杂波抑制效果。为了定量描述杂 波抑制的效果,本文使用积分旁瓣比(Integrated Side Lobe Ratio, ISLR)和峰值旁瓣比(Peak Side Lobe Ratio, PSLR)对成像质量进行评价。ISLR 定 义为目标所有旁瓣能量和主瓣能量的比值:

$$ISLR = 10 \lg \left(\frac{E_{\text{total}} - E_{\text{main}}}{E_{\text{main}}} \right)$$
(25)

其中 E_{total} 和 E_{main} 分别是图像中总的能量和目标主



瓣能量。PSLR 定义为目标第一副瓣峰值和主瓣峰 值的幅度之比:

$$PSLR = 20 \lg \left(\frac{I_{side}}{I_{peak}} \right)$$
(26)

其中 I_{side} 和 I_{peak} 分别是图像目标处旁瓣的最大幅值 和主瓣的最大幅值。

表1给出了两种算法成像结果中各目标的ISLR 和 PSLR 值,可见与 BP 算法相比,RCB 算法各个 指标均有所下降,这说明 RCB 算法的成像结果中能 量更加集中在目标区域,即其更好地抑制了非目标 区域的干扰。在图 4 中通过观察两种成像算法结果 中目标峰值处的主瓣-3 dB 宽度,对于左上方目标, 在 *x*方向上,RCB 算法为 BP 算法的 0.81 倍,在 *z* 方向上,RCB 算法为 BP 算法的 0.80 倍;对于右下 方目标,在 *x*方向上,RCB 算法为 BP 算法的 0.89 倍,在 *z*方向上,RCB 算法为 BP 算法的 0.67 倍。 主瓣宽度的缩小进一步说明 RCB 算法在分辨率上 也较 BP 算法有一定程度的提高。

表1 仿真数据成像结果性能对比

			BP 算法	RCB 算法
ISLR (dB)	左上方目标		7.89	4.52
	右下方目标		7.01	3.33
PSLR (dB)	左上方目标	x方向	-15.41	-26.70
		z方向	-1.04	-2.48
	右下方目标	x方向	-18.01	-24.27
		z方向	-1.21	-3.43

第 2 个实验使用实测数据进行分析,一个装满 纯净水的矿泉水瓶被埋于沙坑中,如图 5(a)所示。 沙子的相对介电常数为 2.37。水瓶的长度方向沿 *y* 轴放置,中心深度为 17 cm,水瓶主体部分横截面 直径为 7 cm。天线距地面 40 cm, B-scan 路径沿 *x*



图4仿真数据成像结果对比



图 5 实测数据成像实验的场景说明

轴方向,横穿水瓶中心,每个合成孔径扫描位置在 图 5(a)中用黑色圆点表示,水瓶的 B-scan 横截面示 意图如图 5(b)所示。本实验中所使用的发射信号与 实验1中相同。

图 6 是分别使用 RCB 算法和 BP 算法进行成像的结果,表 2 给出了两种算法成像结果的 ISLR 和 PSLR,再次说明了 RCB 算法的干扰抑制性能。

为了更好地观察到 RCB 算法在分辨率上的性能,图 7 给出了两种算法成像结果中峰值点位置在 *x*和*z*两个方向的剖面图。考虑目标峰值处的主瓣-3 dB 宽度,在*x*方向上,RCB 算法为 BP 算法的 0.75 倍,在*z*方向上,RCB 算法为 BP 算法的 0.71 倍,





性能		BP 算法	RCB 算法
ISLR (dB)		2.37	-1.34
PSLR (dB)	x方向	-13.31	-18.60
	z方向	-3.20	-5.94

再次说明 RCB 算法可以在一定程度上提高成像分辨率。

5 结束语

现有的 GPR 成像算法均属于独立于数据的非 自适应信号处理方法,考虑到依赖于数据的自适应 信号处理方法在干扰抑制方面的优良性能,本文将 RCB 理论应用于 GPR 成像中,不仅大幅降低了成 像结果中旁瓣和杂波的能量,并在一定程度上提高 了成像分辨率。但是在成像质量提高的同时,由于 RCB 算法中涉及大量的矩阵求逆运算,其计算量也 急剧增加,为此如何提高 RCB 算法的计算效率将成 为下一步的研究重点。



x(m)

(a) x 轴方向剖面图





图 7 成像结果峰值点处剖面图比较

参考文献

归一化幅值

 [1] 粟毅,黄春琳,雷文太. 探地雷达理论与应用[M]. 北京:科学 出版社,2006:1-10. Su Yi, Huang Chun-lin, and Lei Wen-tai. Theory and Applications of Ground Penetrating Radar [M]. Beijing: Science Press, 2006: 1–10.

- [2] Khan U S, Al-Nuaimy W, and Abd El-Samie F E. Detection of landmines and underground utilities from acoustic and GPR images with a cepstral approach [J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2010, 21(7): 731–740.
- [3] Zhou L and Su Y. A GPR imaging algorithm with artifacts suppression[C]. Proceedings of the 13th Internarional Conference on Ground Penetrating Radar, Lecce, Italy, 2010: 331–337.
- [4] Chen Lei and Shan Ouyang. A time-domain beamformer for UWB through-wall imaging [C]. IEEE Region 10 Conference, Taipei, China, 2007: 1–4.
- [5] Zyada Z, Matsuno T, Hasegawa Y, et al. Advances in GPRbased landmine automatic detection [J]. Journal of the Franklin Institute, 2011, 348(1): 66–78.
- [6] Schmelzbach C, Tronicke J, and Dietrich P. Threedimensional hydrostratigraphic models from groundpenetrating radar and direct-push data [J]. Journal of Hydrology, 2011, 398(3/4): 235–245.
- [7] Dafflon B, Irving J, and Barrash W. Inversion of multiple intersecting high-resolution crosshole GPR profiles for hydrological characterization at the Boise Hydrogeophysical Research Site(BHRS)[J]. Journal of Applied Geophysics, 2011, 73(4): 305–314.
- [8] Hugenschmidt J, Kalogeropoulos A, Soldovieri F, et al.. Processing strategies for high-resolution GPR concrete inspections [J]. NDT & E International, 2010, 43(4): 334–342.
- Benitz G R. High-definition vector imaging [J]. Proceedings of the 31st Lincoln Laboratory Journal, 1997, 10(2): 147–170.
- [10] Zatman M. Comments on theory and applications of covariance matrix tapers for robust adaptive beamforming [J].

IEEE Transactions on Signal Processing, 2000, 46(6): 1796–1800.

- [11] Wu R, Bao Z, and Ma Y. Control of peak sidelobe level in adaptive arrays [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1996, 44(10): 1341–1347.
- [12] Lee C C and Lee J H. Robust adaptive array beamforming under steering vector errors [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1997, 45(1): 168–175.
- [13] Li J, Stoica P, and Wang Z. On robust Capon beamforming and diagonal loading [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(7): 1702–1715.
- [14] Xie Y, Guo B, Xu L, et al. Multi-static adaptive microwave imaging for early breast cancer detection [C]. Proceedings of 39th ASILOMAR Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, Calif, USA, 2005: 285–289.
- [15] Ahmad F, Amin M G, and Kassam S A. A beamforming approach to stepped-frequency synthetic aperture throughthe-wall radar imaging [C]. Proceedings of 1st IEEE International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP 2005), Puerto Vallarta, Mexico, 2005: 24–27.
- [16] Xie Y, Guo B, Li J, et al. Novel multistatic adaptive microwave imaging methods for early breast cancer detection [J]. EURASIP Journal on Applied Signal Processing, 2006: 1–13.
- 周 琳: 男, 1983年生, 博士生, 研究方向为探地雷达成像.
- 黄春琳: 男,1973年生,副教授,硕士生导师,研究方向为穿透 雷达信号处理等.
- 粟 毅: 男,1961年生,教授,博士生导师,研究方向为雷达系统、遥感信息处理等.