

# 一种矢量传感器耦合误差的校正方法

王桂宝<sup>\*①</sup> 陶海红<sup>①</sup> 王兰美<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

<sup>②</sup>(西安电子科技大学理学院 西安 710071)

**摘要:** 该文根据电磁学理论给出了电磁矢量传感器的耦合误差矩阵数学模型。利用一个辅助校正源,根据子空间理论得到存在耦合误差的导向矢量。利用理想的和存在耦合误差的导向矢量之间的关系,通过矩阵运算得到归一化误差的最小二乘解,并对各个阵元逐一校正,从而实现整个阵列耦合误差的校正;最后的数值仿真结果表明了该方法的有效性。

**关键词:** 电磁矢量传感器; 误差校正; 耦合误差

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)07-1558-04

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.01167

## A Calibration Method for Mutual Coupling Across a Vector Sensor

Wang Gui-bao<sup>①</sup> Tao Hai-hong<sup>①</sup> Wang Lan-mei<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(Key Lab for Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

<sup>②</sup>(School of Science, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** Based on the theory of electromagnetics, the mutual coupling matrix model between the elements of an electromagnetic vector sensor is put forward in this paper. Using one reference signal source and according the subspace theory, the coupled array manifold is obtained. According the relation between the coupled and the uncoupled array manifolds and by matrix operations, the least squares solution of normalized coupling matrix is obtained. The whole array is calibrated by array elements being calibrated one by one. Finally, the simulation results demonstrate that this approach is correct and effective.

**Key words:** Electromagnetic vector sensor; Error calibration; Mutual coupling errors

### 1 引言

电磁矢量传感器阵列信号处理高分辨算法要求阵列处于理想状态。当电磁矢量传感器的各通道不是完全隔离时,通道之间存在相互耦合,即存在通道耦合误差,数据模型与实际阵列流形存在偏差,高分辨算法的性能急剧下降甚至完全失效<sup>[1-5]</sup>。

标量天线阵列的耦合误差校正方面国内外学者已做了大量的研究<sup>[6-8]</sup>,但电磁矢量传感器感应的是信号的电磁场矢量,电磁场矢量是包含到达角和极化角的4维参数,标量天线阵列的阵元输出为反映信号强度和绝对相位的复幅度,它仅是到达角的函数;且电磁矢量传感器耦合误差矩阵不具有标量天线阵列耦合误差矩阵的托普利茨(Toeplitz)矩阵或循环矩阵等特殊矩阵结构,所以标量天线阵列的误差校正方法不能应用于电磁矢量传感器阵列。在电磁矢量传感器误差校正方面文献[9-11]做了一些

研究工作,但关于电磁矢量传感器阵列耦合误差的估计和校正,国内外尚未见到相关研究报道。本文利用一个辅助校正源,根据阵列接收数据相关矩阵特征分解及子空间理论,通过简单的矩阵运算实现了整个阵列耦合误差的校正。

### 2 耦合误差数据模型

图1所示,理想电磁矢量传感器由3个相同的电偶极子和3个相同的小磁环构成,其空间排列两两相互垂直。假设一个单位功率远场、窄带完全极化横电磁波(Transverse Electro-Magnetic wave, TEM)信号入射到理想电磁矢量传感器上,在直角坐标系中信号的电磁场矢量可表示为<sup>[1]</sup>

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \cos \theta \sin \varphi & \cos \varphi \\ -\sin \theta & 0 \\ -\sin \varphi & -\cos \theta \cos \varphi \\ \cos \varphi & -\cos \theta \sin \varphi \\ 0 & \sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \gamma e^{j\eta} \\ \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (1)$$

2011-11-10 收到, 2012-04-13 改回

长江学者和创新团队发展计划(IRT0954), 国家自然科学基金(60971108)和中央高校基础业务费(K50510070008)资助课题

\*通信作者: 王桂宝 gbwang@stu.xidian.edu.cn

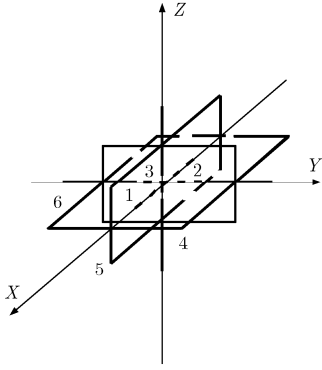


图 1 电磁矢量传感器

式(1)中,  $\theta \in [0, \pi]$  为信号的俯仰角,  $\varphi \in [0, 2\pi]$  为方位角,  $\gamma \in [0, \pi/2]$  为辅助极化角,  $\eta \in [-\pi, \pi]$  为极化相位差。

实际的电磁矢量传感器的各通道间存在相互耦合, 通道间的互感耦合与天线的形状和相对位置有关。当电磁矢量传感器的 6 个组成天线间仅仅存在耦合误差, 不存在幅相误差时, 根据电磁矢量传感器的结构图, 在图中, 1,2,3 是 3 个完全相同的偶极子天线且位置是等价的, 4,5,6 是 3 个完全相同的小磁环天线且位置是等价的; 根据天线形状和相对位置它们之间的互耦满足:  $M_{12} = M_{13} = M_{23} = C$ ,  $M_{45} = M_{46} = M_{56} = C$ ,  $M_{14} = M_{25} = M_{36} = B$ ;  $M_{15} = M_{16} = M_{24} = M_{26} = M_{34} = M_{35} = D$ ; 天线间不存在幅相误差, 则  $M_{11} = M_{22} = M_{33} = M_{44} = M_{55} = M_{66} = A$ 。

根据互耦互易性原理:

$$M_{21} = M_{31} = M_{32} = C, M_{54} = M_{64} = M_{65} = C, M_{41} = M_{52} = M_{63} = B; M_{51} = M_{61} = M_{42} = M_{62} = M_{43} = M_{53} = D;$$

根据上面的分析, 第  $i$  个电磁矢量传感器的耦合误差矩阵  $\mathbf{A}_i^{er}$  可表示为

$$\mathbf{A}_i^{er} = \begin{bmatrix} A_i & C_i & C_i & B_i & D_i & D_i \\ C_i & A_i & C_i & D_i & B_i & D_i \\ C_i & C_i & A_i & D_i & D_i & B_i \\ B_i & D_i & D_i & A_i & C_i & C_i \\ D_i & B_i & D_i & C_i & A_i & C_i \\ D_i & D_i & B_i & C_i & C_i & A_i \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中  $A_i, B_i, C_i, D_i$  代表大小不等的耦合误差参数, 当电磁矢量传感器的组成天线间不存在耦合误差, 则式(2)的耦合误差矩阵将退化为  $6 \times 6$  的单位矩阵, 所以  $A_i$  是在 1 附近扰动的随机变量,  $B_i, C_i, D_i$  为在 0 附近扰动的随机变量。

当第  $i$  个电磁矢量传感器存在耦合误差时, 接收

的单位功率电磁信号的电磁场矢量为

$$\mathbf{a}'_i = \mathbf{A}_i^{er} \mathbf{a} \quad (3)$$

实际电磁矢量传感器的各个组成天线(小磁环或偶极子)间彼此相互独立工作是不可能的, 必然会存在耦合误差。耦合误差使得基于理想电磁矢量传感器的参数估计方法的性能急剧下降甚至完全失效, 因此必须进行校正。耦合误差校正就是要消除耦合误差的影响或求解耦合误差矩阵。

### 3 耦合误差有源校正方法

#### 3.1 归一化耦合误差矩阵

电磁矢量传感器耦合误差矩阵的归一化形式是

$$\bar{\mathbf{A}}_i^{er} = \begin{bmatrix} 1 & \bar{C}_i & \bar{C}_i & \bar{B}_i & \bar{D}_i & \bar{D}_i \\ \bar{C}_i & 1 & \bar{C}_i & \bar{D}_i & \bar{B}_i & \bar{D}_i \\ \bar{C}_i & \bar{C}_i & 1 & \bar{D}_i & \bar{D}_i & \bar{B}_i \\ \bar{B}_i & \bar{D}_i & \bar{D}_i & 1 & \bar{C}_i & \bar{C}_i \\ \bar{D}_i & \bar{B}_i & \bar{D}_i & \bar{C}_i & 1 & \bar{C}_i \\ \bar{D}_i & \bar{D}_i & \bar{B}_i & \bar{C}_i & \bar{C}_i & 1 \end{bmatrix} = \frac{\mathbf{A}_i^{er}}{A_i} \quad (4)$$

其中  $\bar{C}_i = C_i / A_i$ ,  $\bar{B}_i = B_i / A_i$ ,  $\bar{D}_i = D_i / A_i$  代表归一化耦合误差变量。根据关系式  $\mathbf{a}'_i = \mathbf{A}_i^{er} \mathbf{a} = A_i \bar{\mathbf{A}}_i^{er} \mathbf{a}$  得:  $[\bar{\mathbf{A}}_i^{er}]^{-1} \mathbf{a}'_i = A_i \mathbf{a}$ ,  $A_i$  是在 1 附近扰动的耦合误差变量, 对于第  $i$  个电磁矢量传感器,  $A_i$  是确定常数, 经过校正之后, 耦合误差的影响可以消除, 接收信号的幅度变为原来的  $A_i$  倍。

#### 3.2 归一化耦合误差矩阵的估计

假设有一窄带、远场、完全极化 TEM 校正源信号  $s(t)$  入射到由  $L$  个电磁矢量传感器构成的极化敏感阵列上, 且信号的入射角  $(\theta, \phi)$  和极化角  $(\gamma, \eta)$  为已知, 在  $t_1$  时刻, 接收阵列的输出信号  $\tilde{\mathbf{z}}(t_1)$  为

$$\tilde{\mathbf{z}}(t_1) = [\mathbf{z}_1(t_1), \dots, \mathbf{z}_L(t_1)]^T = \mathbf{b} \mathbf{s}(t_1) + \mathbf{N}(t_1) \quad (5)$$

式中  $\mathbf{z}_i(t_1) = \mathbf{A}_i^{er} \mathbf{a} q_i s(t_1) + \mathbf{N}_i(t_1)$  表示第  $i$  ( $i = 1, \dots, L$ ) 个电磁矢量传感器的输出,  $s(t_1) = E e^{j(\frac{2\pi c}{\lambda} t_1 + \varphi)}$  表示到达坐标原点的接收信号,  $c$  表示光速,  $\lambda$  为入射信号的波长,  $\mathbf{N}(t_1)$  表示接收阵列输出的  $6L \times 1$  加性高斯白噪声矢量,  $\mathbf{b}$  为信号导向矢量:

$$\mathbf{b} = [\mathbf{a}'_1 q_1, \dots, \mathbf{a}'_L q_L]^T \quad (6)$$

式中  $q_i = e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(x_i u + y_i v + z_i w)}$  为接收信号在第  $i$  个阵元和原点之间的相位差,  $(x_i, y_i, z_i)$  为第  $i$  个阵元的空间坐标,  $[u, v, w] = [\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta]$  表示入射信号的传播方向。

利用  $\tilde{\mathbf{z}}(t_1)$  的多次采样数据, 计算接收信号自相关矩阵  $\mathbf{R}$ :

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}[\tilde{\mathbf{z}}(t_1)\tilde{\mathbf{z}}^H(t_1)] = \mathbf{b}\mathbf{R}_s\mathbf{b}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (7)$$

$\mathbf{R}_s = \mathbf{E}[s(t_1)s(t_1)^H]$  为入射信号的自相关函数,  $\sigma^2$  是白噪声功率,  $\mathbf{I}$  是  $6L \times 6L$  的单位矩阵; 当仅存在单个目标时, 对  $\mathbf{R}$  进行特征分解,  $\mathbf{R}$  的最大特征值对应的特征矢量为  $\mathbf{E}_s$ , 根据子空间理论知, 特征矢量  $\mathbf{E}_s$  与信号导向矢量  $\mathbf{b}$  张成相同的子空间<sup>[2]</sup>, 即

$$\mathbf{E}_s = \delta\mathbf{b} \quad (8)$$

其中  $\delta$  为一未知复常数。

定义选择矩阵如下:

$$\mathbf{J}_i = [\mathbf{0}_{1 \times (i-1)} \quad \mathbf{1} \quad \mathbf{0}_{1 \times (L-i)}] \otimes \mathbf{I}_6 \quad (9)$$

$$\mathbf{J}_i\mathbf{E}_s = \delta\mathbf{a}'_i q_i \quad (10)$$

$$\mathbf{a}'_i = \frac{\mathbf{J}_i\mathbf{E}_s}{\delta q_i} \quad (11)$$

$$\tilde{\mathbf{a}}'_i = \delta\mathbf{a}'_i = \frac{\mathbf{J}_i\mathbf{E}_s}{q_i} = \delta\mathbf{A}_i^{er} \mathbf{a} \quad (12)$$

对式(12)进行矩阵运算得到误差估计的最小二乘解:

$$\begin{bmatrix} A'_i \\ C'_i \\ B'_i \\ D'_i \end{bmatrix} = \delta \begin{bmatrix} A_i \\ C_i \\ B_i \\ D_i \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{a}(1) & \mathbf{a}(2) + \mathbf{a}(3) & \mathbf{a}(4) & \mathbf{a}(5) + \mathbf{a}(6) \\ \mathbf{a}(2) & \mathbf{a}(1) + \mathbf{a}(3) & \mathbf{a}(5) & \mathbf{a}(4) + \mathbf{a}(6) \\ \mathbf{a}(3) & \mathbf{a}(1) + \mathbf{a}(2) & \mathbf{a}(6) & \mathbf{a}(4) + \mathbf{a}(5) \\ \mathbf{a}(4) & \mathbf{a}(5) + \mathbf{a}(6) & \mathbf{a}(1) & \mathbf{a}(2) + \mathbf{a}(3) \\ \mathbf{a}(5) & \mathbf{a}(4) + \mathbf{a}(6) & \mathbf{a}(2) & \mathbf{a}(1) + \mathbf{a}(3) \\ \mathbf{a}(6) & \mathbf{a}(4) + \mathbf{a}(5) & \mathbf{a}(3) & \mathbf{a}(1) + \mathbf{a}(2) \end{bmatrix}}_{\text{def } \mathbf{P}} \cdot \tilde{\mathbf{a}}'_i \quad (13)$$

式中  $[\cdot]^\#$  表示伪逆矩阵。从式(8)和式(13)可以看出该方法在数据相关矩阵特征分解的基础上, 根据子空间原理和通过简单的矩阵运算便可以得到耦合误差的估计, 不需要搜索和配对运算, 计算量小。

根据式(2)得

$$\tilde{\mathbf{A}}_i^{er} = \begin{bmatrix} A'_i & C'_i & C'_i & B'_i & D'_i & D'_i \\ C'_i & A'_i & C'_i & D'_i & B'_i & D'_i \\ C'_i & C'_i & A'_i & D'_i & D'_i & B'_i \\ B'_i & D'_i & D'_i & A'_i & C'_i & C'_i \\ D'_i & B'_i & D'_i & C'_i & A'_i & C'_i \\ D'_i & D'_i & B'_i & C'_i & C'_i & A'_i \end{bmatrix} = \delta\mathbf{A}_i^{er} \quad (14)$$

归一化耦合误差矩阵  $\overline{\mathbf{A}}_i^{er}$  为:  $\overline{\mathbf{A}}_i^{er} = \tilde{\mathbf{A}}_i^{er} / A'_i = \mathbf{A}_i^{er} / A_i$  式中  $A_i$  为在 1 附近扰动的耦合误差变量。

### 3.3 阵列输出响应的补偿

将第  $i$  个待校正电磁矢量传感器的接收数据  $\mathbf{z}_i(t_1)$  左乘耦合误差矩阵的逆矩阵  $(\overline{\mathbf{A}}_i^{er})^{-1}$ , 得到校正后的接收数据  $\bar{\mathbf{z}}_i(t_1)$ , 忽略噪声有

$$\bar{\mathbf{z}}_i(t_n) = (\overline{\mathbf{A}}_i^{er})^{-1}\mathbf{z}_i(t_n) = A_i q_i \mathbf{a}_s(t_n) = A_i \mathbf{X}_i(t_n) \quad (15)$$

从式(15)可以看出, 校正后电磁矢量传感器接收数据  $\bar{\mathbf{z}}_i(t_n)$  与不存在耦合误差时的接收数据  $\mathbf{X}_i(t_n)$  (忽略噪声)相差一个常数  $A_i$ 。

## 4 校正源参数选择

为了保证式(13)成立, 要求  $\mathbf{P}$  必须是列满秩的, 即:  $\text{rank}(\mathbf{P}) = 4$ 。当  $(\theta_1, \phi_1, \gamma_1, \eta_1) = (45^\circ, 0^\circ, 45^\circ, 0^\circ)$  或者  $(180^\circ), (\theta_1, \phi_1, \gamma_1, \eta_1) = (45^\circ, 45^\circ, 45^\circ, 0^\circ)$  或者  $(180^\circ), (\theta_1, \phi_1, \gamma_1, \eta_1) = (45^\circ, 45^\circ, 45^\circ, 0^\circ)$  或者  $(180^\circ)$ ,  $\mathbf{P}$  为非列满秩矩阵, 因此在选取校正源时, 信号参数不能取上述 6 组值。

## 5 计算机仿真

TEM 信号源参数为  $(\theta, \phi, \gamma, \eta) = (20^\circ, 60^\circ, 30^\circ, 90^\circ)$ , 当电磁矢量传感器的组成天线间不存在耦合误差, 则式(2)的耦合误差矩阵将退化为  $6 \times 6$  的单位矩阵, 所以  $A_i$  是在 1 附近扰动的随机变量,  $B_i, C_i, D_i$  为在 0 附近扰动的随机变量。假设耦合误差变量  $A_i$  服从  $[1-0.2, 1+0.2]$  的均匀分布,  $B_i, C_i, D_i$  均服从  $[-0.2, 0.2]$  的均匀分布, 仿真时采用 500 次快拍, 200 次独立实验。

图 2 和图 3 分别给出了方位角和俯仰角在校正前、后的估计值与真实值的关系, 在信噪比 0~30 dB 情况下, 校正前信号到达角的估计值与标准值有较大偏差, 方位角偏差接近  $20^\circ$  度, 俯仰角偏差约为  $8.5^\circ$ , 且随信噪比的增加偏差几乎不变, 校正前存在严重的偏差, 这是由于耦合误差的存在使原有的参数估计高分辨(本文采用的是 ESPRIT 方法)方法的性能严重下降; 但校正后信号到达角的估计值与真实值吻合的很好, 方位角和俯仰角的偏差均小于  $0.5^\circ$ , 且偏差随信噪比的增加而减小, 校正后的估计是无偏估计, 仿真结果看出本文方法的估计精度高。

图 4 给出了耦合误差变量估计的标准偏差与信噪比的关系, 当信噪比大于 15 dB 时, 耦合误差变量的估计偏差小于 0.01, 因为耦合误差变量的估计值与真实值相差一个常数  $A_i$  ( $A_i$  是在 1 附近取值的一个误差变量, 对于给定的阵列是一个常量), 导致耦合误差变量的估计精度不如到达角的估计精度高。

## 6 结束语

本文从电磁学的角度分析了电磁矢量传感器 6 个组成天线间的互耦, 并给出了耦合误差的数学模型。利用一个信号源, 根据子空间方法得到单个阵

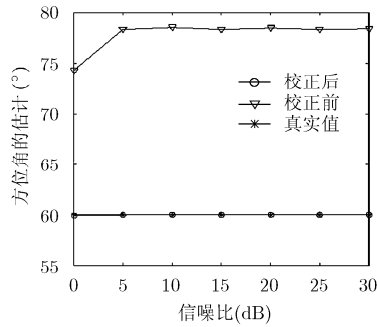


图2 校正前方位角估计值与真实值的关系

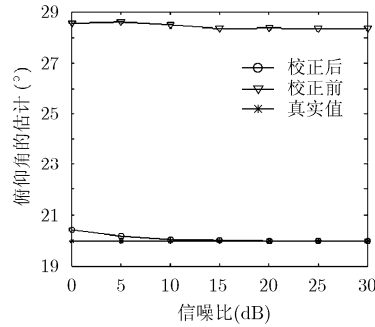


图3 俯仰角估计值与真实值的关系

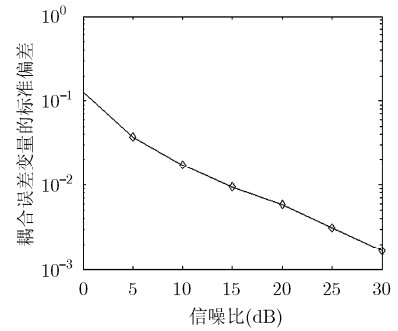


图4 耦合误差变量的标准偏差与信噪比

元的电磁场矢量，通过矩阵运算得到其归一化耦合误差变量，根据所得到的耦合误差矩阵校正其接收数据。用相同的方法对各个阵元逐一校正，实现对整个电磁矢量传感器阵列的校正。该方法给出了耦合误差估计的最小二乘解，不需要搜索和配对运算，计算量小，信噪比为 0 dB 时到达角的估计精度可达到  $0.5^\circ$ ，相对于普通的标量阵列误差校正方法，该方法的估计精度高。关于该方法的性能分析以及耦合误差的自校正方法作者将继续研究。

### 参考文献

- [1] Nehorai A and Paldi E. Vector-sensor array processing for electromagnetic source localization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(2): 376-398.
- [2] Wong K T and Zoltowski M D. Uni-vector-sensor ESPRIT for multisource azimuth, elevation, and polarization estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1997, 45(10): 1467-1474.
- [3] Wong K T and Zoltowski M D. Root-MUSIC-based direction-finding and polarization estimation using diversely polarized possibly collocated antennas [J]. *IEEE Antennas Wireless Propagation Letters*, 2004, 3: 129-132.
- [4] 徐友根, 刘志文. 电磁矢量传感器阵列相干信号波达方向和极化参数的同时估计: 空间平滑方法[J]. *通信学报*, 2004, 25(5): 28-38.  
Xu You-gen and Liu Zhi-wen. Simultaneous estimation of 2-D DOA and polarization of multiple coherent sources using an electromagnetic vector sensor array[J]. *Journal of China Institute of Communications*, 2004, 25(5): 28-38.
- [5] 韩引海, 孙勇, 赵俊渭. 遗传算法在矢量传感器对目标进行定向中的应用[J]. *电子与信息学报*, 2007, 29(3): 747-750.  
Han Yin-hai, Sun Yong, and Zhao Jun-wei. Genetic algorithm applied to bearing of target by acoustic vector-sensor [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(3): 747-750.
- [6] Kim Jung-tai, Hyun Jong-yang, Byung Wook-jung, et al. Blind calibration for a linear array with gain and phase error using independent component analysis [J]. *IEEE Antennas Wireless Propagation Letters*, 2010, 9: 1259-1262.
- [7] 杨洁, 刘聪锋. 阵元位置误差校正Toeplitz预处理算法[J]. *西安电子科技大学学报*, 2011, 38(2): 93-98.  
Yang Jie and Liu Cong-feng. Array location error calibrating algorithm based on Toeplitz pre-processing [J]. *Journal of Xidian University*, 2011, 38(2): 93-98.
- [8] 程春悦, 吕英华, 张洪欣. 恒模信号波达方向和阵列天线互耦系数的联合估计算法[J]. *北京邮电大学学报*, 2006, 29(3): 73-75.  
Cheng Chun-yue, Lü Ying-hua, and Zhang Hong-xin. Union estimation algorithm for DOA of CM signal and mutual coupling coefficients of array antennas[J]. *Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications*, 2006, 29(3): 73-75.
- [9] Wong K T and Zoltowski M D. Closed-form direction and polarization finding with arbitrarily spaced electromagnetic vector-sensors at unknown locations [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2000, 48(5): 671-681.
- [10] Wong K T and Yuan X. Vector cross-product direction-finding with an electromagnetic vector-sensor of six orthogonally oriented but spatially noncollocating dipoles/loops [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(1): 160-171.
- [11] 王兰美, 廖桂生, 王洪洋. 矢量传感器误差校正与补偿[J]. *电子与信息学报*, 2006, 28(1): 92-95.  
Wang Lan-mei, Liao Gui-sheng, and Wang Hong-yang. Calibration and remedy for vector-sensor [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2006, 28(1): 92-95.

王桂宝：男，1977年生，博士生，研究方向为极化阵列误差校正和滤波算法。

陶海红：女，1976年生，教授，研究方向为信号处理与检测、高速实时信号处理。

王兰美：女，1975年生，副教授，研究方向为极化阵列参数估计和误差校正算法。