

基于改进正交匹配追踪算法的压缩感知雷达成像方法

刘记红* 黎湘 徐少坤 庄钊文

(国防科技大学空间电子信息技术研究所 长沙 410073)

摘要: 运算复杂度高是基于压缩感知(CS)的雷达成像方法走向实用亟待克服的难题。该文利用雷达目标散射率分布的稀疏性,研究了基于改进正交匹配追踪(OMP)算法的2维联合压缩成像方法。首先建立了步进频雷达回波的稀疏表示模型,根据稀疏字典和压缩测量的2维可分离特性,提出一种改进的OMP算法用于雷达图像形成,大大提高了计算效率,并很容易扩展到其他贪婪类算法中。从理论上对几种CS成像算法的性能及资源需求进行了分析比较,表明所提供的算法相比常规的CS算法在存储量和计算量上均具有显著的优势,仿真及暗室数据实验验证了所提成像算法的有效性。

关键词: 雷达成像; 压缩感知; 2维可分离; 正交匹配追踪(OMP); 快速重构

中图分类号: TN957.52

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)06-1344-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.01097

Compressed Sensing Radar Imaging Methods Based on Modified Orthogonal Matching Pursuit Algorithms

Liu Ji-hong Li Xiang Xu Shao-kun Zhuang Zhao-wen

(Institute of Space Electronic Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: High computational complexity is a problem that radar imaging technique based on Compressed Sensing (CS) must overcome for practical applications. In the light of the sparsity of radar target reflectivity, this paper studies 2D joint compressive imaging methods based on modified Orthogonal Matching Pursuit (OMP) algorithms. The sparse representation model of stepped frequency radar echo is established and analyzed, according to the 2D separability of sparse dictionary and compressive measurement, an improved OMP algorithm is proposed for radar image formation, which improves the computational efficiency greatly and can be extended to other greedy algorithms easily. Theoretical comparison and analysis indicate that the proposed methods possess prominent superiority over storage and computation compared to conventional CS algorithms, experiments from both simulated data and measured data verify their validity.

Key words: Radar imaging; Compressed Sensing (CS); 2D separability; Orthogonal Matching Pursuit (OMP); Fast reconstruction

1 引言

高频区雷达目标散射特性可由少数重要散射中心来刻画^[1],其回波具有潜在的稀疏性,因而压缩感知(Compressed Sensing, CS)^[2,3]对稀疏或可压缩信号的直接信息采样特性对于宽带雷达成像处理具有极大的吸引力和应用前景。基于压缩感知的雷达成像技术能够有效缓解高分辨雷达系统的数据采集和存储压力,提高数据利用率,近年来已受到国内外学者和科研机构的广泛关注,并陆续取得了一些研究成果^[4-8]。但是,压缩感知在大大降低数据采集

量的同时,必须将高度非线性的稀疏约束并入重构过程,付出的代价是信号重构算法的软件成本^[9]。重构精度和计算量是一对矛盾,目前使用频率较高的两类算法是凸优化和贪婪追踪。其中,凸优化通过求解一个凸规划问题的最小值来近似目标信号,需要的测量数少、精度高,但计算复杂;贪婪类算法通过迭代创建近似,在重构精度和计算量之间取得了较好的平衡,并由于较低的计算复杂度一直受到人们的青睐。

对于CS雷达成像而言,如何根据具体情况选择或设计快速有效的重构算法是一个有待研究的问题。作为最早的贪婪算法之一,正交匹配追踪(OMP)对于后来的各种改良算法和新提出的算法都具有重要的指导意义。从现有的研究结果来看,对OMP计

2011-10-24 收到, 2012-01-13 改回

国家自然科学基金委杰出青年基金(61025006)和国家自然科学基金(61171133)资助课题

*通信作者: 刘记红 ljh632@163.com

算量的改善通常以损失些许重构性能为代价, 而性能的改善则以较高的运算量或存储量为成本^[10-13]。例如, 基于相关系数的OMP用感知矩阵和测量矢量间的相关系数取代内积估计信号支撑域, 改善了重构概率, 但运算量约是标准OMP的3倍^[13]。事实上, 测量矩阵的结构特性对重构算法的实现有重大影响, 很多应用中测量矩阵的大尺寸或稠密性使其难以显式地在计算机中存储, 同时给计算带来严重负担^[14]。若2维稀疏信号字典中的每个原子能够表示为两个矢量的Kronecker积, 则字典是2维可分离的, 文献[15]基于该特性提出了一种快速OMP(Fast OMP, FOMP)算法, 并用于双站MIMO雷达的2维角估计问题。文献[16]研究了2维可分离CS框架在光学压缩成像中的应用及其在降低计算量、存储量等方面的意义。

针对CS成像运算复杂度高的问题, 本文依据雷达回波稀疏字典及压缩测量矩阵的2维可分离特性, 重点研究了CS成像的快速重构算法。首先分析了步进频雷达回波的稀疏性, 构造稀疏表示字典, 在此基础上建立了基于CS的2维联合压缩测量和成像模型。然后利用由稀疏字典和感知矩阵构成的有效测量矩阵的结构特性, 提出一种改进的OMP(Modified OMP, MOMP)算法用于雷达图像重构, 大大降低了存储量和计算量, 提高了成像效率, 同时提供了相关系数准则下的实现方法。另外, 将FOMP引入2维联合成像中, 给出了具体的成像步骤。从理论上对几种贪婪成像算法的性能及资源需求进行了分析比较, 并通过仿真和暗室数据进行了实验验证。

2 雷达回波信号表示模型

对于频率步进雷达, 设雷达的初始频率为 f_0 , 频率步长为 Δf , 带宽 $B = (N-1)\Delta f$, N 为频率步进数。在远场及小角度范围观测条件下, 相干混频处理后第 m 个视角下第 n 个采样频点的回波数据可表示为^[17]

$$u_{n,m} = \sum_{i=1}^I \delta_i \exp \left\{ -j2\pi (f_0 + n\Delta f) \cdot \frac{2(x_i \cos \theta_m - y_i \sin \theta_m)}{c} \right\} \approx \sum_{i=1}^I \delta_i \exp \left(-j2\pi f_0 \frac{2x_i}{c} \right) \exp \left(-j2\pi n\Delta f \frac{2x_i}{c} \right) \cdot \exp \left(j2\pi \frac{2y_i m \Delta \theta}{\lambda_n} \right) \quad (1)$$

其中 $n = 0, 1, \dots, N-1$, $m = 0, 1, \dots, M-1$, I 为目标上的等效散射中心数目, $\delta_i \triangleq \delta(x_i, y_i)$ 为第 i 个散射中心的散射强度, $\theta_m \triangleq \theta(t_m) = m\Delta\theta$ 为慢时间 t_m

时刻目标的旋转角, $\Delta\theta$ 为角采样步长, c 为电磁波传播速度, $\lambda_n = c/f_n = c/(f_0 + n\Delta f)$ 。

式(1)中第1个指数项只与散射点位置有关, 不妨令 $\delta'_i = \delta_i \exp(-j4\pi f_0 x_i/c)$ 。若在观测目标空间范围内对散射率函数进行离散采样, 可得2维散射率分布 $\delta = [\delta_{pq}]_{P \times Q}$, 其中 $\delta_{pq} = \delta'(x_p, y_q)$, $x_p \approx p\Delta x'$, $y_q \approx q\Delta y'$, $\Delta x' = c/(2(P-1)\Delta f)$, $\Delta y' = \lambda_0/(2(Q-1)\Delta\theta)$ 分别为纵向和横向离散间隔, $\lambda_0 = c/f_0$, $p = 0, 1, \dots, P-1$, $q = 0, 1, \dots, Q-1$ 。当 $P = N$, $Q = M$ 时, $\Delta x'$, $\Delta y'$ 分别对应传统FFT成像方法的纵向和横向分辨率。若 $P = JN$, $Q = J'M$ (J, J' 分别为 x 方向和 y 方向的超分辨率倍数), 则有望获得改善的雷达图像分辨率。一般而言, $\lambda_n \approx \lambda_0$, 则式(1)可写为

$$u_{n,m} = \sum_{q=0}^{Q-1} \sum_{p=0}^{P-1} \delta_{pq} \exp \left(-j2\pi \frac{pn}{P} \right) \cdot \exp \left(j2\pi \frac{qm}{Q} \right) = \sum_{p=0}^{P-1} \exp \left(-j2\pi \frac{pn}{P} \right) \sum_{q=0}^{Q-1} \delta_{pq} \exp \left(j2\pi \frac{qm}{Q} \right) \quad (2)$$

上述的离散化处理等价于用一个2维网格对目标空间进行剖分, 网格宽度分别为 $\Delta x'$, $\Delta y'$, 如图1所示。当某一个网格交点的坐标 (x_p, y_q) 上存在等效散射中心时, 此网格点上的散射强度 $\delta_{pq} \neq 0$; 反之, $\delta_{pq} = 0$ 。由于目标所涵盖的仅是一部分网格交点, 且目标仅包含有限个等效散射中心, PQ 个网格交点中绝大多数位置上都不存在散射中心, 因此目标散射率分布 δ 具有很强的稀疏性。

注意到式(2)中的指数项是2维可分离的, 为便于分析, 不妨用矩阵形式来表达。令 $\mathbf{U} = [u_{n,m}]_{N \times M}$ 表示测得的回波数据矩阵, $\mathbf{\Psi}_r = [\exp(-j2\pi pn/P)]_{N \times P}$, $\mathbf{\Psi}_d = [\exp(j2\pi qm/Q)]_{M \times Q}$ 分别表示 x 和 y 方向的离散傅里叶字典, 则

$$\mathbf{U} = \mathbf{\Psi}_r \mathbf{\delta} \mathbf{\Psi}_d^T \quad (3)$$

为得到目标2维散射率分布 δ 的估计, 通常的方法是将2维模型通过行列堆叠转化成1维形式, 根据

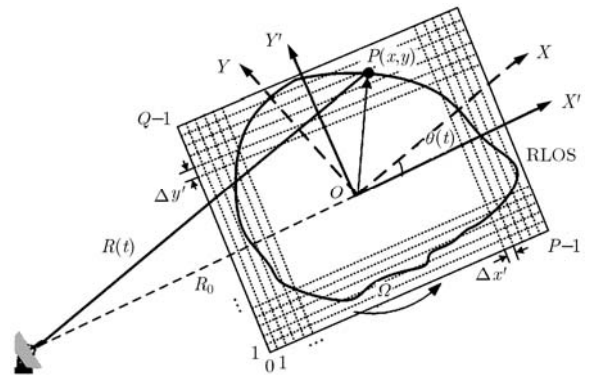


图1 雷达目标几何关系示意图

估计结果通过重排得到 δ 。令 $\mathbf{u} = \text{vec}(\mathbf{U})$, $\boldsymbol{\sigma} = \text{vec}(\delta)$, $\boldsymbol{\Psi} = \boldsymbol{\Psi}_d \otimes \boldsymbol{\Psi}_r$, 其中 $\text{vec}(\ast)$ 表示将矩阵按列堆叠成1维列矢量。则

$$\mathbf{u} = (\boldsymbol{\Psi}_d \otimes \boldsymbol{\Psi}_r) \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\sigma} \quad (4)$$

综上, 我们得到了2维ISAR回波信号的稀疏表示模型, 其中稀疏字典 $\boldsymbol{\Psi}$ 是2维可分离的, 其原子可分解为两个矢量的Kronecker积。

3 基于压缩感知的2维联合成像

3.1 2维联合压缩采样模型

压缩感知过程可分为两步: 一是设计一个与稀疏基不相干的测量矩阵对信号进行观测, 二是利用非线性优化从测量数据中重构信号。非线性优化是CS重构信号的手段, 也是从低分辨观测中恢复出高分辨信号所必需付出的软件代价。

为基于CS对雷达观测数据进行成像, 可通过行列堆叠过程将2维压缩测量模型转化为1维的线性系统形式。令 $\mathbf{u}^{(m)} = [u_{0,m}, u_{1,m}, \dots, u_{N-1,m}]$, $\boldsymbol{\Psi}^{(m)} = [\boldsymbol{\Psi}_{n,(q-1)P+p}]_{N \times PQ}$, 其中, $n = 0, 1, \dots, N-1$, $m = 0, 1, \dots, M-1$, $p = 0, 1, \dots, P-1$, $q = 0, 1, \dots, Q-1$, 则根据式(2)可得第 m 个视角下的回波数据模型为

$$\mathbf{u}^{(m)} = \boldsymbol{\Psi}^{(m)} \boldsymbol{\sigma} \quad (5)$$

其中 $\boldsymbol{\Psi}^{(m)}$ 表示第 m 个视角下的稀疏字典。令 $\mathbf{e}^{(m)}$ 表示仅第 m 个元素为1, 其他元素均为0的 M 维行矢量, 则 $\boldsymbol{\Psi}^{(m)} = (\mathbf{e}^{(m)} \boldsymbol{\Psi}_d) \otimes \boldsymbol{\Psi}_r = (\mathbf{e}^{(m)} \otimes \mathbf{I}_N) (\boldsymbol{\Psi}_d \otimes \boldsymbol{\Psi}_r) = (\mathbf{e}^{(m)} \otimes \mathbf{I}_N) \boldsymbol{\Psi}$, \mathbf{I}_N 表示 $N \times N$ 的单位矩阵。

测量过程可视为一个矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 作用到目标信号上, 标准时间采样对应的 $\boldsymbol{\Phi}$ 为单位矩阵。本文选择一种简单且易于工程实现的压缩测量方案, 即随机地在少数频点及少数观测角处采样, 对应的测量矩阵由随机选择单位矩阵的一些行构成。设距离向和方位向的采样数分别为 K, L ($K \ll N$, $L \ll M$), 方位向测量矩阵为 $\boldsymbol{\Phi}_d$, 第 l 个视角下的测量矩阵为 $\boldsymbol{\Phi}_r^{(l)}$, 则对应的压缩测量模型可表示为

$$\mathbf{y}^{(l)} = \boldsymbol{\Phi}_r^{(l)} \mathbf{u}^{(l)} = \boldsymbol{\Phi}^{(l)} \boldsymbol{\Psi}^{(l)} \boldsymbol{\sigma} \quad (6)$$

其中 $l = 0, 1, \dots, L-1$, 对应的是随机选择后的视角顺序。令 $\mathbf{y} = [\mathbf{y}^{(1)}, \mathbf{y}^{(2)}, \dots, \mathbf{y}^{(L)}]$, $\boldsymbol{\Psi}' = [\boldsymbol{\Psi}^{(1)}, \boldsymbol{\Psi}^{(2)}, \dots, \boldsymbol{\Psi}^{(L)}]$, $\boldsymbol{\Phi}' = \text{diag}\{\boldsymbol{\Phi}_r^{(1)}, \boldsymbol{\Phi}_r^{(2)}, \dots, \boldsymbol{\Phi}_r^{(L)}\}$, 则联合压缩采样模型为

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi}' \boldsymbol{\Psi}' \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\Theta} \boldsymbol{\sigma} \quad (7)$$

其中 $\boldsymbol{\Theta} = \boldsymbol{\Phi}' \boldsymbol{\Psi}'$ 为有效测量矩阵, 又称重构矩阵, 且 $\boldsymbol{\Psi}' = (\boldsymbol{\Phi}_d \otimes \mathbf{I}_N) \cdot \boldsymbol{\Psi}$ 。CS理论表明, 当矩阵 $\boldsymbol{\Theta}$ 满足RIP(Restricted Isometry Property)准则或不相干条件^[3]时, 通过非线性优化即可估计 $\boldsymbol{\sigma}$, 进而通过重排得到目标ISAR图像。

值得注意的是, 压缩采样前 $\boldsymbol{\Psi} = \boldsymbol{\Psi}_d \otimes \boldsymbol{\Psi}_r$ 是一个

$MN \times PQ$ 的庞大矩阵, 而压缩采样只需要构造 $KL \times PQ$ 的矩阵 $\boldsymbol{\Theta}$, 大大节约了存储空间。但是对于较大或复杂的目标而言, 此有效测量矩阵仍给有限的计算机资源带来了巨大挑战。例如, 对于包含10个散射点的目标, 设距离向和方位向压缩采样点数均为50, 离散栅格点数均为200, 即 $K = L = 50$, $P = Q = 200$, 此时构造 $\boldsymbol{\Theta}$ 需要的内存容量就达到了约763 Mbyte, 很容易使得普通的计算机不堪重负, 对应的算法复杂度也非常高, 难以应用。

尽管在每个观测视角下采用不同的测量矩阵有潜力提取更多的目标信息, 但在每个视角下采用相同的测量矩阵可以降低存储要求并将更易于硬件实现。事实上, 若各观测视角下采用相同的测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_r$, 则 $\boldsymbol{\Phi}' = \text{diag}\{\boldsymbol{\Phi}_r^{(1)}, \boldsymbol{\Phi}_r^{(2)}, \dots, \boldsymbol{\Phi}_r^{(L)}\} = \mathbf{I}_L \otimes \boldsymbol{\Phi}_r$, 压缩测量模型式(7)可写为

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= (\mathbf{I}_L \otimes \boldsymbol{\Phi}_r) \cdot (\boldsymbol{\Phi}_d \otimes \mathbf{I}_N) \cdot \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\sigma} \\ &= (\boldsymbol{\Phi}_d \otimes \boldsymbol{\Phi}_r) \cdot (\boldsymbol{\Psi}_d \otimes \boldsymbol{\Psi}_r) \boldsymbol{\sigma} \\ &= ((\boldsymbol{\Phi}_d \boldsymbol{\Psi}_d) \otimes (\boldsymbol{\Phi}_r \boldsymbol{\Psi}_r)) \boldsymbol{\sigma} = (\boldsymbol{\Theta}_d \otimes \boldsymbol{\Theta}_r) \boldsymbol{\sigma} \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $\boldsymbol{\Theta}_r = \boldsymbol{\Phi}_r \boldsymbol{\Psi}_r$, $\boldsymbol{\Theta}_d = \boldsymbol{\Phi}_d \boldsymbol{\Psi}_d$, 故有 $\boldsymbol{\Theta} = \boldsymbol{\Theta}_d \otimes \boldsymbol{\Theta}_r$ 。设 $\mathbf{Y}_{K \times L}$ 为压缩测量数据矩阵, 即 $\mathbf{y} = \text{vec}(\mathbf{Y})$, 则

$$\mathbf{Y} = \boldsymbol{\Theta}_r \boldsymbol{\delta} \boldsymbol{\Theta}_d^T \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Theta}^H \mathbf{y} &= (\boldsymbol{\Theta}_d^H \otimes \boldsymbol{\Theta}_r^H) \mathbf{y} = \text{vec}(\boldsymbol{\Theta}_r^H \mathbf{Y} (\boldsymbol{\Theta}_d^H)^T) \\ &= \text{vec}(\boldsymbol{\Theta}_r^H \mathbf{Y} \boldsymbol{\Theta}_d^*) \end{aligned} \quad (10)$$

通常 $\boldsymbol{\Theta}_r$ 和 $\boldsymbol{\Theta}_d$ 已知, 我们的目标是根据测量数据 \mathbf{Y} , 求解目标的2维散射率分布 $\boldsymbol{\delta}$ 。下面的讨论均在此基础上展开。

3.2 基于MOMP的压缩感知雷达成像

压缩感知是一个高度依赖于优化算法的理论, 减少测量数、增强稳健性和降低复杂度是重构算法致力研究的目标。贪婪算法通过每次迭代时选择一个局部最优解来逐步逼近原始信号, 实现简单, 并可以加入一些额外的先验信息改善性能, 但该类算法需要大量的矩阵矢量积运算, 对大规模数据问题存储和计算困难。

有效测量矩阵 $\boldsymbol{\Theta}$ 中每个列矢量的长度 KL 和列数 PQ 均很大, 因此在其中搜索与残余信号相关性最大的列矢量时计算复杂度相当高。由式(10)可对常用的贪婪算法做出改进, 这里以基础的OMP算法为例分析, 很容易扩展到其他贪婪类算法的实现当中。改进的OMP算法可描述如表1。显然, MOMP算法的关键在于步骤(2)和步骤(3), 避免了大型有效测量矩阵 $\boldsymbol{\Theta}$ 的存储和计算, 只需存储 $\boldsymbol{\Theta}_r$ 和 $\boldsymbol{\Theta}_d$, 从而显著降低了存储量, 使得算法效率大大提高。

若采用相关系数取代内积来评估测量矩阵列矢量和残余信号矢量之间的相关性, 定义两个 N 维矢

表 1 基于 MOMP 的 CS 雷达成像方法

输入: Θ_r , Θ_d , 压缩测量数据矩阵 \mathbf{Y} , 目标散射率分布的稀疏度 L , 残余信号能量阈值 $\Delta\epsilon$;

输出: 目标 2 维散射率的估计 $\hat{\delta}$ 。

- (1) 初始化: $\mathbf{y} = \text{vec}(\mathbf{Y})$, 残余信号矢量 $\mathbf{r} = \mathbf{y}$, 索引集 $\Omega = \emptyset$, 迭代次数 $k = 1$;
- (2) 寻找有效测量矩阵 Θ 中与残余信号矢量 \mathbf{r} 相关性最大的列对应的索引 λ_k , 即 $\lambda_k = \arg \max_{1 \leq j \leq PQ} |\Theta_{\cdot,j}^H \mathbf{r}|$, 具体途径是将 \mathbf{r} 重排成 $K \times L$ 矩阵 \mathbf{R} , 通过关系式 $\Theta^H \mathbf{r} = (\Theta_d^H \otimes \Theta_r^H) \mathbf{r} = \text{vec}(\Theta_r^H \mathbf{R} (\Theta_d^H)^T) = \text{vec}(\Theta_r^H \mathbf{R} \Theta_d^H)$ 计算;
- (3) 由索引关系 $\lambda_k = (q-1) \times P + p$, 得到 Θ 中对应的列向量 $\phi_k = \Theta_d(:, q) \otimes \Theta_r(:, p)$, 更新索引集 $\Omega = \Omega \cup \{\lambda_k\}$ 和用于估计的矩阵 $\Theta_\Omega = [\Theta_\Omega, \phi_k]$, 即 Θ_Ω 是由 Θ 中 Ω 指示的列构成的矩阵;
- (4) 最小二乘估计 $\hat{\sigma}_k = \arg \min \|\mathbf{r} - \Theta_\Omega \sigma\|_2$;
- (5) 更新残余信号 $\mathbf{r} = \mathbf{y} - \Theta_\Omega \hat{\sigma}_k$, 令 $k = k + 1$;
- (6) 判断是否满足 $k > I$ 或 $\|\mathbf{r}\|_2 \leq \Delta\epsilon$, 若满足, 则停止迭代; 若不满足, 则重复步骤(2)~(5);
- (7) 将 $\hat{\sigma}_k$ 重排成一个 $P \times Q$ 矩阵 $\hat{\delta}$, 即为所求的目标 2 维散射率分布。

量 \mathbf{x} 和 \mathbf{y} 的相关系数为 $\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}}$ 。令 \mathbf{r} 的均值为 $\bar{\mathbf{r}}$,

Θ , Θ_r 和 Θ_d 的均值矢量(对矩阵中每一列元素求和构成的矢量)分别为 $\bar{\Theta}$, $\bar{\Theta}_r$ 和 $\bar{\Theta}_d$, 则 $\bar{\Theta} = \bar{\Theta}_d \otimes \bar{\Theta}_r$ 。对 \mathbf{r} 及 Θ 的列矢量分别进行白化处理(去均值), 令 $\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}}$, $\Theta' = \Theta - \mathbf{1}_{KL \times 1} \cdot \bar{\Theta}$, $\Theta_r' = \mathbf{1}_{K \times 1} \cdot \bar{\Theta}_r$, $\Theta_d' = \mathbf{1}_{L \times 1} \cdot \bar{\Theta}_d$, 其中 $\mathbf{1}_{KL \times 1}$ 表示 KL 维的全 1 列矢量, 且 $\mathbf{1}_{KL \times 1} = \mathbf{1}_{L \times 1} \otimes \mathbf{1}_{K \times 1}$, 则

$$\begin{aligned} \Theta' &= \Theta - (\mathbf{1}_{L \times 1} \otimes \mathbf{1}_{K \times 1}) \cdot (\bar{\Theta}_d \otimes \bar{\Theta}_r) \\ &= \Theta_d \otimes \Theta_r - \Theta_d' \otimes \Theta_r' \end{aligned} \quad (11)$$

令 $\mathbf{z} = \Theta'^H \mathbf{r}'$ 表示白化处理后有效测量矩阵 Θ 的列矢量与残余信号矢量 \mathbf{r} 的内积, $\mathbf{SD}_r = \sum_{i=1}^{KL} |r'_i|^2 = \sum_{i=1}^{KL} |(r_i - \bar{r})|^2 = \mathbf{r}'^H \mathbf{r}'$ (考虑回波数据的复值特性)表示 \mathbf{r} 的标准偏差, \mathbf{SD}_Θ 表示由 Θ 各个列矢量的标准偏差构成的矢量, 可在迭代前预先计算并存储。为避免存储量和计算量的大幅度增加, 按式(12)计算 \mathbf{SD}_Θ :

$$\begin{aligned} \mathbf{SD}_\Theta &= \sum_{i=1}^{KL} |\Theta'_{i,*}|^2 = \text{diag}(\Theta'^H \Theta') = \text{diag}((\Theta_d \otimes \Theta_r \\ &\quad - \Theta_d' \otimes \Theta_r')^H (\Theta_d \otimes \Theta_r - \Theta_d' \otimes \Theta_r')) \\ &= \text{diag}((\Theta_d^H \otimes \Theta_r^H - \Theta_d'^H \otimes \Theta_r'^H) \cdot (\Theta_d \otimes \Theta_r \\ &\quad - \Theta_d' \otimes \Theta_r')) = \text{diag}(\Theta_d^H \Theta_d) \otimes \text{diag}(\Theta_r^H \Theta_r) \\ &\quad - 2 \text{Re}(\text{diag}(\Theta_d^H \Theta_d') \otimes \text{diag}(\Theta_r^H \Theta_r')) \\ &\quad + \text{diag}(\Theta_d'^H \Theta_d') \otimes \text{diag}(\Theta_r'^H \Theta_r') \end{aligned} \quad (12)$$

式中 $\Theta_d^H \Theta_d' = \Theta_d^H \cdot (\mathbf{1}_{L \times 1} \cdot \bar{\Theta}_d) = L \cdot \bar{\Theta}_d^H \bar{\Theta}_d$, $\Theta_d^H \Theta_d' = (\mathbf{1}_{L \times 1} \cdot \bar{\Theta}_d)^H \cdot (\mathbf{1}_{L \times 1} \cdot \bar{\Theta}_d) = [\bar{\Theta}_d^H, \bar{\Theta}_d^H, \dots, \bar{\Theta}_d^H] \cdot [\bar{\Theta}_d, \bar{\Theta}_d, \dots, \bar{\Theta}_d]^T = L \cdot \bar{\Theta}_d^H \bar{\Theta}_d$, 同理, $\Theta_r^H \Theta_r' = \Theta_r^H \Theta_r' = K \cdot \bar{\Theta}_r^H \bar{\Theta}_r$ 。故式(12)可简化为

$$\begin{aligned} \mathbf{SD}_\Theta &= \text{diag}(\Theta_d^H \Theta_d) \otimes \text{diag}(\Theta_r^H \Theta_r) \\ &\quad - KL \cdot \text{diag}(\bar{\Theta}_d^H \bar{\Theta}_d) \otimes \text{diag}(\bar{\Theta}_r^H \bar{\Theta}_r) \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $\text{diag}(\Theta_d^H \Theta_d) = \left[\sum_{l=1}^L |\Theta_{d,lq}|^2 \right]_{Q \times 1}$, $\text{diag}(\Theta_r^H \Theta_r) = \left[\sum_{k=1}^K |\Theta_{r,kp}|^2 \right]_{P \times 1}$, $\text{diag}(\bar{\Theta}_d^H \bar{\Theta}_d) = \left[|\bar{\Theta}_{d,q}|^2 \right]_{Q \times 1}$, $\text{diag}(\bar{\Theta}_r^H \bar{\Theta}_r) = \left[|\bar{\Theta}_{r,p}|^2 \right]_{P \times 1}$, 据此可进一步减少计算量。

则 \mathbf{r} 与 Θ 列矢量的相关系数可表示为

$$C_{\text{cor},j} = \frac{z_j}{\mathbf{SD}_{\Theta,j} \cdot \mathbf{SD}_r}, C_{\text{cor}} = [C_{\text{cor},j}]_{PQ \times 1} = \frac{\Theta'^H \mathbf{r}'}{\mathbf{SD}_\Theta \cdot \mathbf{SD}_r} \quad (14)$$

其中 $j = 1, 2, \dots, PQ$, $\Theta'^H \mathbf{r}'$ 的计算过程同 $\Theta^H \mathbf{r}$ 。

因此, 将 MOMP 第 k 次迭代中步骤(2)的最佳相关列矢量索引改为 $\lambda_k = \arg \max_{1 \leq j \leq PQ} |C_{\text{cor},j}|$, 其他步

骤保持不变, 即可得到基于相关系数的 MOMP 算法, 简称为 CorMOMP。CorMOMP 同时利用了重构矩阵的 2 维可分离性和相关系数的标准化特点, 在降低存储量和计算量的同时提高了重构概率。

3.3 基于 FOMP 的压缩感知雷达成像

Liu 等人^[15]针对双站 MIMO 雷达 2 维角估计问题提出的 FOMP 算法, 也适用于其它字典中每个原子能被表示为两个矢量 Kronecker 积的 2 维稀疏信号模型。显然, 本文中的雷达回波属于此类 2 维稀疏信号, 故可基于 FOMP 算法快速成像。具体地, 基于 FOMP 的 CS 成像方法如表 2 所示。

该算法由于在相关性搜索过程中取消了大量的矩阵矢量积计算, 大大提高了 OMP 的计算效率。在步骤(2)和步骤(3)中, 主峰的选择可通过首先归一化所有峰值, 然后选择超过一定门限(如 0.5)的归一化峰值来实现。此外, 合适地包含少量临近主峰的额外列矢量到所选集合 Ω_a , Ω_b 中, 将扩展非零元素的可能位置, 提高算法的稳定性。

3.4 算法性能分析

本质上, 基于 CS 的成像算法是将成像系统的复杂度从前端硬件转移到后端重构算法的软件设计中。文中基于改进 OMP 算法的 2 维联合成像方法有效提高了步进频雷达系统的数据利用率, 并通过利用稀疏字典结构上的先验信息改善成像效率。从存储空间上看, 2 维联合模型下直接采用 OMP 或其

表2 基于 FOMP 的 CS 雷达成像方法

输入: Θ_r , Θ_d , 压缩测量数据矩阵 \mathbf{Y} , 目标散射率分布的稀疏度 L , 残余信号能量阈值 $\Delta\epsilon$;

输出: 目标 2 维散射率的估计 $\hat{\delta}$ 。

- (1) 初始化残余信号矢量 $\mathbf{r} = \text{vec}(\mathbf{Y})$, 残余分量矩阵 $\mathbf{R} = \mathbf{Y}$, 索引集 $\Omega = \emptyset$;
- (2) 寻找 \mathbf{R} 的列与 Θ_r 中每个列矢量内积和的主峰集 $\Omega_a = \text{main_peaks}(\sum_{1 \leq p \leq P} |(\Theta_r^{(p)})^H \mathbf{R}_{:,1}|)$;
- (3) 寻找 \mathbf{R} 的行与 Θ_d 中每个列矢量内积和的主峰集 $\Omega_b = \text{main_peaks}(\sum_{1 \leq q \leq Q} |(\Theta_d^{(q)})^H (\mathbf{R}_{k,*})^T|)$;
- (4) 选择 Ω_a 与 Ω_b 的交叉点作为非零元的可能位置集合, $\mathbf{A} = \{x = (x_b - 1) \times P + x_a \mid x_a \in \Omega_a, x_b \in \Omega_b\}$, 用 Θ 中相应的列矢量构造一个子矩阵 Θ_A ;
- (5) 在子矩阵 Θ_A 中, 寻找与 \mathbf{r} 最相关的列矢量索引 $\lambda = \arg \max_{j \in \Omega} |\mathbf{r}^H \Theta_{A,j}|$, 令 $\Omega = \Omega \cup \{\lambda\}$;
- (6) 最小二乘估计 $\hat{\sigma} = \arg \max \|\mathbf{r} - \Theta_{\Omega} \sigma\|_2$;
- (7) 更新残余信号 $\mathbf{r} = \mathbf{r} - \Theta_{\Omega} \hat{\sigma}$, 将 \mathbf{r} 重排成一个 $M \times N$ 矩阵 \mathbf{R} , 重复步骤(5)-(7) I 次或直至 $\|\mathbf{r}\|_2 \leq \Delta\epsilon$;
- (8) 将 $\hat{\sigma}_k$ 重排成一个 $P \times Q$ 矩阵 $\hat{\delta}$, 即为所求的目标 2 维散射率分布。

他非线性优化算法需要的存储量为 $O(KLPQ)$, 而 MOMP, CorMOMP 和 FOMP 仅需要 $O(KP) + O(LQ)$ 大小的存储空间, 大大节约了内存需求。

从计算复杂度上看, 贪婪类算法的计算负担主要来自残余信号与测量矩阵 Θ 列矢量间的内积计算和伪逆计算过程。常规 OMP 算法通常通过矩阵矢量积 $\Theta^H \mathbf{r}_{k-1}$ 计算内积最大值, 对于非结构化稠密矩阵每次迭代的时间是 $O(KLPQ)$, 估计步骤中第 k 次

迭代需要 $O(kKL)$ 的边际成本, 故 OMP 总的运算复杂度为 $O(KLPQ)$ 。本文所提 MOMP 算法每次迭代中步骤(2)消耗的时间为 $O(KLP + LPQ)$, 估计步骤同常规 OMP 算法, 故 MOMP 总的运算复杂度为 $O(ILP(K + Q))$ 。CorMOMP 算法中 \mathbf{SD}_{Θ} 的计算耗费 $O(KP + LQ + PQ)$ 的边际成本, 每次迭代中最大相关系数的搜索耗时 $2 \times O(KLP + LPQ)$, 其他步骤同常规 OMP 算法, 故总的运算复杂度约为 $2 \times O(ILP(K + Q))$ 。FOMP 方法的步骤(2)和步骤(3)可分别于时间 $O(KLP)$, $O(KLQ)$ 内实现, 集合 Ω_a 和 Ω_b 中的列矢量索引个数均占据各自矩阵相对较小的部分, 如假定比例分别为 a, b (a, b 均为小于 1 的正数), 则步骤(5)将耗时 $ab \cdot O(KLPQ)$, 故 FOMP 总的运算复杂度约为 $ab \cdot O(KLPQ)$ 。

综上, 以 OMP 为基础的几种雷达图像重构算法的资源需求如表 3 所示。显然, 在同等测量条件下, 本文所提的成像算法相比常规 CS 算法节约了大量的存储空间和运算开销。

4 实验结果及分析

4.1 仿真数据

设雷达发射带宽 1 GHz 的步进频信号, 工作频率为 9.5-10.5 GHz, 频率步进数 $N = 101$, 步长为 10 MHz, 观测方位角范围为 $-2.8^\circ \sim 2.9^\circ$, 采样点数 $M = 101$ 。目标为由 7 个散射点构成的弹头模型, 根据点散射模型生成回波数据, 添加 15 dB 的高斯复噪声, 目标散射点分布及 FFT 成像结果如图 2 所示。定义距离向和方位向的测量压缩比 r 分别为 N/K , M/L , 假设目标散射点数已知。图 3 给出了距离向和方位向的测量压缩比均取为 4 时的 CS 成

表3 成像算法资源需求比较

算法	OMP	MOMP	CorMOMP	FOMP
存储量	$O(KLPQ)$	$O(KP) + O(LQ)$	$O(KP) + O(LQ)$	$O(KP) + O(LQ)$
运算量	$O(KLPQ)$	$O(ILP(K + Q))$	$2 \times O(ILP(K + Q))$	$ab \cdot O(KLPQ)$

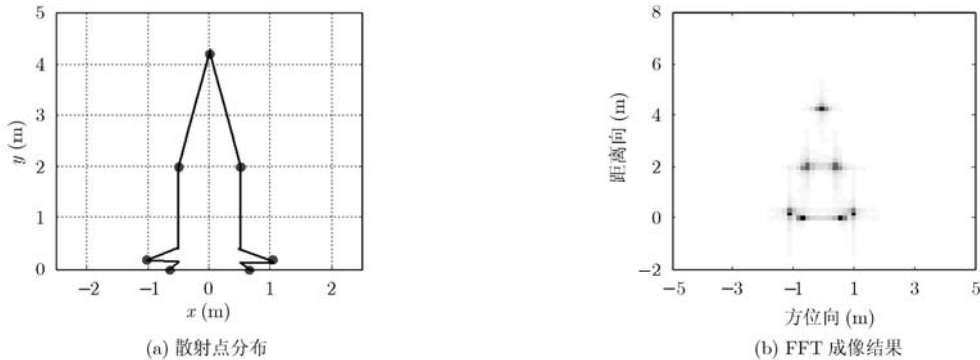


图2 仿真目标散射点分布及 FFT 成像结果

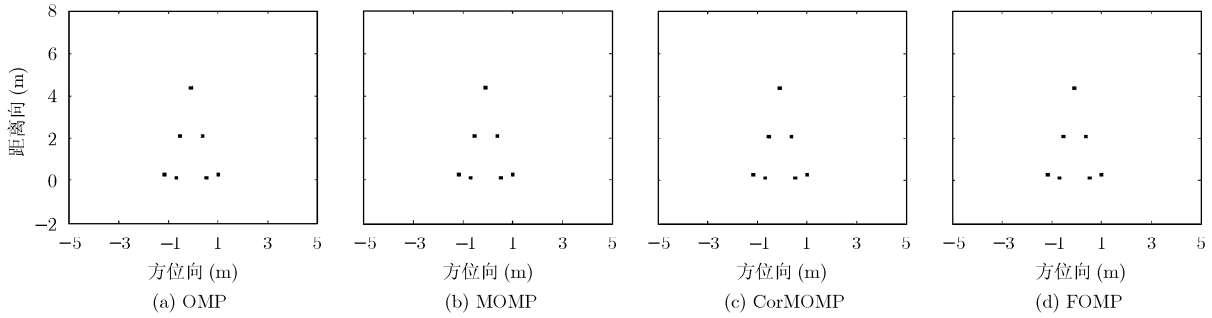


图 3 基于 CS 的仿真数据成像结果

像结果，其中图 3(a)-图 3(d)依次为 OMP, MOMP, CorMOMP 和 FOMP 的重构结果。可见，相比传统 FFT 方法，CS 方法能利用较少的回波数据得到改善的成像结果，显著降低了旁瓣和杂波的影响，使得散射点分布更为清晰。

为分析比较各成像算法的运算复杂度，这里把 CPU 时间作为一种粗略衡量标准，表 4 列出了不同压缩比下各算法的 CPU 运行时间。为方便起见，距离向和方位向的测量压缩比设为相同，即表中 $r = 4$ 表示距离向和方位向的压缩比均为 4。从统计结果可以看出，各算法运行时间随着压缩比的降低(测量数增加)而增加，其中最耗费存储资源的常规 OMP 算法增加较为明显，改进后的 OMP 算法均大大提高了运算速度，且本文所提 MOMP 方法的改善最为显著，与理论分析结果一致。

表 4 不同压缩比下各成像算法运行时间比较(s)

算法	OMP	MOMP	CorMOMP	FOMP
$r = 4$	0.9531	0.0313	0.0625	0.0313
$r = 3$	1.8906	0.0313	0.0625	0.0625
$r = 2$	5.6094	0.0625	0.0938	0.0938

4.2 暗室数据

暗室测量目标的外形尺寸如图 4(a)所示。测量雷达采用扫频方式，扫频间隔为 20 MHz，观测方位间隔为 0.2° 。采用 8-10 GHz、方位角 $0^\circ-10^\circ$ 范围内的测量数据验证所提 CS 成像算法的性能，图 4(b)给出了 FFT 方法的成像结果。距离向和方位向的测量压缩比分别取为 4 和 2，CS 方法成像结果如图 5 所示。

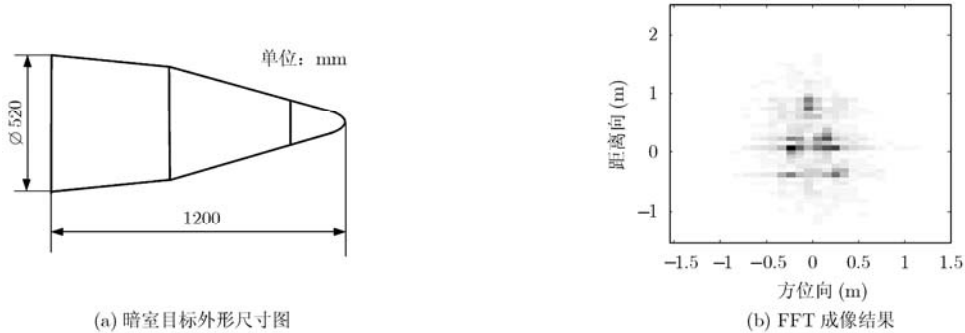


图 4 暗室目标外形尺寸图及 FFT 成像结果

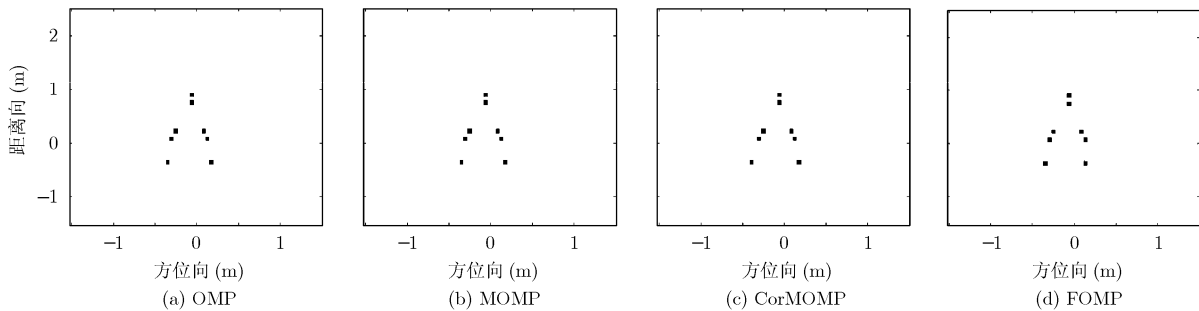


图 5 基于 CS 的暗室数据成像结果

从图 5 结果不难看出, 所提 CS 成像算法对于暗室数据也是有效的。相比传统 FFT 方法, CS 方法能够利用较少的测量数据得到高度聚焦的 ISAR 图像, 图中散射点分布清晰, 更凸显了目标的轮廓和结构信息。相对于常规重构算法, 本文用于雷达图像形成的算法效率明显提高, 更有利于满足实时成像的需求。实际中, 由于测量噪声的影响或迭代参数选取不够精确, 重构结果中可能会有些许杂波或虚假信息出现, 且所需的运行时间与迭代停止准则密切相关, 这是算法需要进一步完善的地方。

5 结束语

压缩感知用于处理大规模数据问题的瓶颈之一就是解码复杂度, 如何有效降低重构算法的复杂度是 CS 成像亟待解决的一个难题。本文利用目标散射率分布的稀疏性, 建立并分析了步进频雷达回波的稀疏表示模型。根据稀疏字典及压缩测量的 2 维可分离特性, 提出一种改进的 OMP 算法用于雷达图像重构, 并分析了相关系数准则下的实现方法, 同时将 FOMP 引入到此类雷达成像问题中。相比常规 CS 算法, 所提算法在降低存储量的同时大大提高了重构效率。从理论上对几种贪婪类 CS 成像方法的性能及资源需求进行了分析比较, 并通过仿真及暗室数据进行了实验验证。所提 MOMP 算法很容易扩展到其他贪婪类算法中, 且适用于所有 2 维可分离的成像问题。

参考文献

- [1] 黄培康, 殷红成, 许小剑. 雷达目标特性[M]. 北京: 电子工业出版社, 2006: 229-237.
- [2] Donoho D L. Compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [3] Candes E J and Wakin M B. An introduction to compressive sampling [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 21-30.
- [4] Herman M and Strohmer T. High-resolution radar via compressive sensing [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(6): 2275-2284.
- [5] Tello M, Lopez-Dekker P, and Mallorqui J J. A novel strategy for radar imaging based on compressive sensing [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2010, 48(12): 4285-4295.
- [6] Ender J H G. On compressive sensing applied to radar [J]. *Signal Processing*, 2010, 90(5): 1402-1414.
- [7] Potter L C, Ertin E, Parker J T, et al.. Sparsity and compressed sensing in radar imaging [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2010, 98(6): 1006-1020.
- [8] Patel V M, Easley G R, Healy D M, et al.. Compressed synthetic aperture radar [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4(2): 244-254.
- [9] 焦李成, 杨淑媛, 刘芳, 等. 压缩感知回顾与展望[J]. *电子学报*, 2011, 39(7): 1651-1662.
Jiao Li-cheng, Yang Shu-yuan, Liu Fang, et al.. Development and prospect of compressive sensing [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39(7): 1651-1662.
- [10] Majumdar A, Krishnan N, Pillai S R B, et al.. Extensions to orthogonal matching pursuit for compressed sensing [C]. 2011 National Conference on Communications (NCC), Bangalore, Jan. 28-30, 2011: 1-5.
- [11] Huang S S and Zhu J B. Recovery of sparse signals using OMP and its variants: convergence analysis based on RIP[J]. *Inverse Problems*, 2011, 27(3): 1-14.
- [12] Jin J, Gu Y T, and Mei S L. An improved greedy algorithm for signal recovery from random measurements [C]. 2010 IEEE 10th International Conference on Signal Processing (ICSP), Beijing, Oct. 24-28, 2010: 82-85.
- [13] Fu N, Cao L R, and Peng X Y. A modified orthogonal matching algorithm using correlation coefficient for compressed sensing [C]. 2011 IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC), Binjiang, May 10-12, 2011: 1-5.
- [14] Tropp J A and Wright S J. Computational methods for sparse solution of linear inverse problems [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2010, 98(6): 948-958.
- [15] Liu Y, Wu M Y, and Wu S J. Fast OMP algorithm for 2D angle estimation in MIMO radar [J]. *Electronics Letters*, 2010, 46(6): 444-445.
- [16] Rivenson Y and Stern A. Compressed imaging with a separable sensing operator [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2009, 16(6): 449-452.
- [17] 杜小勇, 胡卫东, 郁文贤. 基于稀疏成份分析的逆合成孔径雷达成像技术[J]. *电子学报*, 2006, 34(3): 491-495.
Du Xiao-yong, Hu Wei-dong, and Yu Wen-xian. ISAR imaging techniques based on sparse component analysis[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2006, 34(3): 491-495.

刘记红: 女, 1983 年生, 博士生, 研究方向为压缩感知与雷达信号处理。

黎湘: 男, 1967 年生, 教授, 研究方向为空间信息处理、自动目标识别及智能信号处理。

徐少坤: 男, 1983 年生, 博士生, 研究方向为成像雷达对抗、信息融合。

庄钊文: 男, 1958 年生, 教授, 研究方向为自动目标识别、卫星导航定位等。