

干扰对齐的分集检测算法研究

王勤民^{*①②} 张忠培^① 结凤克^② 党志军^②

^①(电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室 成都 611731)

^②(解放军信息工程大学理学院 郑州 450002)

摘要: 为了优化干扰对齐的检测算法,在分析其信号空间特点的基础上,该文提出了分集检测算法。该算法把信号在信号空间中的投影作为检测向量,以达到提高接收信噪比的目的。仿真结果表明与现有算法相比,当干扰对齐条件严格满足时,分集检测算法有明显的增益,而且,分集度越高,增益越显著。

关键词: 信号处理;预编码;干扰对齐;分集检测;子空间投影

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)06-1393-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.01039

Research on Diversity Detection Algorithm for Interference Alignment

Wang Qin-min^{①②} Zhang Zhong-pei^① Jie Feng-ke^② Dang Zhi-jun^②

^①(National Key Laboratory of Science and Technology on Communications,

University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

^②(Institute of Science, Information Engineering University PLA, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: In order to achieve the optimal detection algorithm for interference alignment, a diversity detection algorithm is proposed based on analyzing the feature of signal subspace. In this algorithm, the projection of desired signal onto signal subspace is served as detection vector to maximize received signal-to-noise-ratio. Numerical results show that the proposed algorithm outperforms existing schemes when the interference alignment conditions are satisfied strictly. Furthermore, with the increasing of diversity degree, the benefit of the algorithm becomes more and more obvious.

Key words: Signal processing; Precoding; Interference alignment; Diversity detector; Subspace projection

1 引言

干扰对齐(Interference Alignment, IA)是一种有效的干扰管理机制,通过预编码技术使干扰在接收端重叠在一起,以彻底消除干扰对期望信号的影响^[1]。与忽略干扰、解码/消除干扰以及正交接入(避免干扰)等现有处理干扰的方法不同,IA通过压缩干扰所占的信号维度,使系统获得最大自由度(Degree Of Freedom, DOF)^[2]。由于可以彻底消除干扰,能够显著提高系统容量,IA技术受到了广泛的关注^[3]。

IA能够在时域、频域以及空域中得到实现。但由于时域和频域的IA需要系统严格同步,在实际系统中难以实现,所以空域IA是研究的重点^[4]。空域IA就是在多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)干扰信道中,利用多天线提供的信

号维度进行对齐。为了实现IA为每个用户提供一半系统DOF的理论增益^[1],大量关于IA的研究工作集中在构建预编码向量的方案及在接收端的检测算法上。预编码方案可以分为两类,直接法和迭代法。其中直接法能够直接得到预编码向量的闭式解,相应的检测算法有迫零^[5]及最小均方误差^[3]等算法。这些算法实现相对简单,但要求具有所有信道的理想信道状态信息。而迭代法则是根据上行信道与下行信道之间的互易性,通过收发双方交替迭代,最小化目标函数来得到预编码向量。其中最具代表性的是Gomadam等人^[6]提出的分布式IA以及最大信干噪比(Max Signal-to-Interference-Noise-Ratio, Max-SINR)的算法。其中分布式IA的目标是最小化干扰泄露量,而Max-SINR则是最大化接收SINR。迭代算法中检测向量是干扰的协方差矩阵最小特征值对应的特征向量。很多文献对该迭代算法做了进一步的分析研究以及改进工作^[7-11]。迭代算法复杂度高,收敛速度慢,但它给出了IA容量的上限^[11]。

尽管这些检测算法可以有效地消除干扰,但它

2011-10-09 收到, 2012-02-09 改回

国家重大科研专项(2010ZX0300304)资助课题

*通信作者: 王勤民 wqinmin@163.com

们不是严格最优的。尤其当 IA 条件严格满足时, 信号空间是多维的, 最优检测向量不是信号空间的某个基向量, 而是多个基向量的线性组合。本文提出的分集检测算法, 是用于空间投影的方法搜索检测向量, 与其它算法相比, 增益明显。

文中黑体表示向量或矩阵, \mathbf{A}^H 与 \mathbf{A}^{-1} 分别表示矩阵 \mathbf{A} 的共轭转置及逆矩阵, $|\bullet|$ 表示矩阵范数, $\text{span}(\mathbf{x})$ 表示矩阵 \mathbf{x} 的列向量张成的空间, 而 $r(\mathbf{x})$ 与 $\text{null}(\mathbf{x})$ 分别表示矩阵 \mathbf{x} 的秩与零空间。

2 信号模型

在 K 用户的干扰信道中, K 个源节点分别独立地同时发送数据给 K 个目的节点, 目的节点既能接收到期望信号, 也可接收到来自于其它源节点的干扰(图 1), 且用户之间数据不共享。源节点和目的节点分别配置 M 和 N 个天线, 该信道模型可表示为 K 用户 ($N \times M$)。由源节点 j 到目的节点 i 之间的信道矩阵是 \mathbf{H}_{ij} , \mathbf{x}_j 为用户 j 的数据。所有用户数据 $\mathbf{x}_j (j = 1, 2, \dots, K)$ 经过相应的预编码矩阵 \mathbf{v}_j 及信道 \mathbf{H}_{ij} , 在目的节点 i 处相加得到接收信号 \mathbf{y}_i 。

$$\mathbf{y}_i = \sum_{j=1}^K \mathbf{H}_{ij} \mathbf{v}_j \mathbf{x}_j + \mathbf{n}_i, \quad j = 1, 2, \dots, K \quad (1)$$

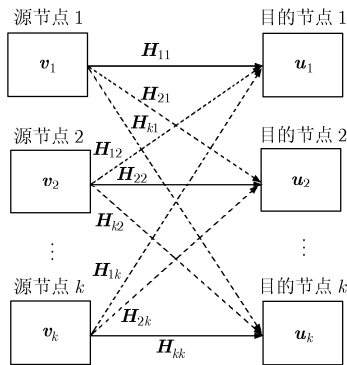


图 1 K 用户 MIMO 干扰信道的结构

其中 \mathbf{n}_i 为加性高斯白噪声, 是复高斯向量, 均值为 0, 方差为 $E[\mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^H] = \sigma_n^2 \mathbf{I}_N$ 。因为 IA 要求干扰在接收端张成相同的空间, 所以

$$\text{span}(\mathbf{H}_{ik} \mathbf{v}_k) = \text{span}(\mathbf{H}_{ij} \mathbf{v}_j), \quad \forall j \neq k, \quad i \neq k, j \neq i, i, j, k = 1, 2, \dots, K \quad (2)$$

若目的节点采用归一化的列向量 \mathbf{u}_i 作为检测器, 则 \mathbf{x}_i 的估计为

$$\hat{\mathbf{x}}_i = \mathbf{u}_i^H \mathbf{y}_i = \mathbf{u}_i^H \sum_{j=1}^k \mathbf{H}_{ij} \mathbf{v}_j \mathbf{x}_j + \mathbf{u}_i^H \mathbf{n}_i \quad (3)$$

而系统总容量可以表示为

$$R = \sum_{i=1}^K \log_2 \left| \mathbf{I} + \frac{\mathbf{u}_i^H \mathbf{H}_{ii} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \mathbf{H}_{ii}^H \mathbf{u}_i}{\mathbf{u}_i^H \left(\sum_{k \neq i} \mathbf{H}_{ik} \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H \mathbf{H}_{ik}^H + \sigma^2 \right) \mathbf{u}_i} \right| \quad (4)$$

为简单起见, 这里考虑每个用户仅有单个 DOF 的情况, 但该算法也适用于多个 DOF 的情况。

3 IA 分集检测算法

对 MIMO 干扰网络来说, 要彻底消除干扰且得到期望信号, 预编码向量和检测向量需要满足以下条件

$$\mathbf{u}_i^H \mathbf{H}_{ik} \mathbf{v}_k = 0, \quad \forall i \neq k \quad (5)$$

$$|\mathbf{u}_i^H \mathbf{H}_{ii} \mathbf{v}_i| > 0, \quad \forall i \in (1, 2, \dots, K) \quad (6)$$

以上条件表明检测向量与相应的干扰是正交的, 而与期望信号不正交。通常在研究 IA 问题时仅考虑式(5), 而认为在信道没有特殊结构的情况下, 式(6)是自然满足的^[6]。在式(5)中, 共有 $K(K-1)$ 个约束方程以及 $K(M+N-2)$ 个独立的变量^[9]。所以, 实现 IA 的充分必要条件就是线性方程组式(5)有解, 即

$$N_e \leq N_v \Rightarrow M + N \geq K + 1 \quad (7)$$

其中 N_e 与 N_v 分别表示式(5)中独立方程以及独立变量的数量。当式(7)中等号成立时, 式(5)有唯一解, 称为 IA 条件恰好满足。此时, 虽然可以消除干扰, 但期望信号也可能严重衰减, 所以, 仅在高信噪比 (Signal-to-Noise-Ratio, SNR), 对期望信号衰减不敏感时, 才能够得到预期的效果。但若式(7)中不等号成立时, 式(5)有无穷多个解, 此情况称为 IA 条件严格满足。此时, 在满足 IA 条件的前提下, 由于有空闲 DOF 的存在, 仍然有优化检测向量的可能。

下面介绍 IA 分集检测算法的工作原理。由式(1)得用户 i 的接收信号为 $\mathbf{H}_{ii} \mathbf{v}_i \mathbf{x}_i$, 为使接收信噪比最大, 根据最大比合并原则, 检测向量需要与期望信号的方向一致, 所以, 检测向量为 $\mathbf{H}_{ii} \mathbf{v}_i / |\mathbf{H}_{ii} \mathbf{v}_i|$ ^[9]。但此时, 由于式(5)不满足, 系统存在严重的干扰, 实际的 SINR 很低。为了彻底消除干扰, 检测向量需要与干扰正交。因为用户 i 的干扰空间为 $\mathbf{C}_i = \text{span}(\sum_{j \neq i} \mathbf{H}_{ij} \mathbf{v}_j)$, 而信号空间 $\mathbf{S}_i = \text{null}(\mathbf{C}_i^H)$, 则当且仅当检测向量 $\mathbf{u}_i \in \mathbf{S}_i$ 时, 满足 IA 式(5)。此时, 干扰对期望信号没有影响, 则式(3)中期望信号的估计可以写为

$$\hat{\mathbf{x}}_i = \mathbf{u}_i^H \mathbf{y}_i = \mathbf{u}_i^H \mathbf{H}_{ii} \mathbf{v}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{u}_i^H \mathbf{n}_i \quad (8)$$

令 $\mathbf{s}_i = \mathbf{H}_{ii} \mathbf{v}_i$, 考虑到 $|\mathbf{u}_i| = 1$ 并忽略噪声的影响, 该估计的功率可表示为

$$|\hat{x}_i| = |\mathbf{u}_i^H \mathbf{s}_i \mathbf{x}_i| = |\mathbf{u}_i^H| |\mathbf{s}_i| |\mathbf{x}_i| |\cos \theta_i| = |\mathbf{s}_i| |\mathbf{x}_i| |\cos \theta_i| \quad (9)$$

其中 θ_i 是 \mathbf{s}_i 与检测向量 \mathbf{u}_i 之间的夹角。式(9)表明, $|\hat{x}_i|$ 与 θ_i 密切相关, 且 θ_i 越小, 则 $|\hat{x}_i|$ 越大。由以上讨论可知, IA 的最优线性检测向量由式(10)给出

$$\mathbf{u}_i = \arg \max_{\mathbf{u}_i \in \mathcal{S}_i} (|\cos \theta_i|) \quad (10)$$

由投影定理^[12]可知, 当 \mathbf{u}_i 的方向与 \mathbf{s}_i 在 \mathcal{S}_i 中投影相同时, θ_i 最小, 而 $|\cos \theta_i|$ 最大, 因此

$$\mathbf{u}_i = P_{\mathcal{S}_i} \mathbf{s}_i / |P_{\mathcal{S}_i} \mathbf{s}_i| \quad (11)$$

其中 $P_{\mathcal{S}_i} = \mathbf{S}_i (\mathbf{S}_i^H \mathbf{S}_i)^{-1} \mathbf{S}_i^H$ 是沿干扰向子空间 \mathcal{S}_i 的投影算子。而在分布式 IA 中, 检测向量 $\bar{\mathbf{u}}_i$ 是干扰的协方差矩阵 \mathbf{Q}_i 最小特征值所对应特征向量^[6], 其中,

$$\mathbf{Q}_i = \sum_{j \neq i} \mathbf{H}_{ij} \mathbf{v}_j \mathbf{v}_j^H \mathbf{H}_{ij}^H$$

$$\begin{aligned} r(\mathbf{Q}_i) &= r \left(\sum_{j \neq i} \mathbf{H}_{ij} \mathbf{v}_j \mathbf{v}_j^H \mathbf{H}_{ij}^H \right) \\ &= r(\mathbf{H}_{ij} \mathbf{v}_j \mathbf{v}_j^H \mathbf{H}_{ij}^H) \leq r(\mathbf{v}_j) = 1 \end{aligned} \quad (12)$$

式(12)表明理论上 \mathbf{Q}_i 的秩为 1。当 IA 条件恰好成立时, \mathbf{Q}_i 只有一个最小的零特征值, 信号空间 \mathcal{S}_i 也是 1 维的, \mathbf{s}_i 在信号空间 \mathcal{S}_i 中的投影与 \mathbf{Q}_i 的最小特征值所对应的特征向量相等, 因此, 分集 IA 与分布式 IA 是等价的。但若 IA 条件严格成立, 虽然理论上 \mathbf{Q}_i 的秩仍然等于 1, \mathbf{Q}_i 有多个零特征值。但实际上由于噪声的影响, 矩阵 \mathbf{Q}_i 是满秩的, 最小特征值仍然只有一个(虽然多个小特征值异常接近)。此时 $\bar{\mathbf{u}}_i$ 仅 \mathcal{S}_i 中某个特定基向量的方向一致, 而 \mathbf{u}_i 是 \mathcal{S}_i 中多个基向量的线性组合, 如图 2 所示。显然, 除了 \mathbf{u}_i 恰好等于 $\bar{\mathbf{u}}_i$ 的极端情况, 用 \mathbf{u}_i 作为检测向量时, 其衰减因子 $|\cos \theta_i|$ 更大, 接收信噪比更高。IA 分集接收算法的步骤如表 1 所示。

4 系统性能分析

在数值模拟中, 所有算法的预编码向量通过分布式 IA 的方案得到。为了比较分布式 IA 和分集 IA 衰减因子 $|\cos \theta_i|$ 的差别, 在 3 用户(3×3)场景下, 我们重复信道 10^6 次, 并给出了统计上的 $|\cos \theta_i|$ 的

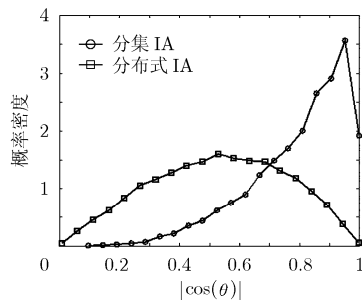


图 3 分布式 IA 与分集 IA 在 3 用户(3×3)情况下衰减因子的比较

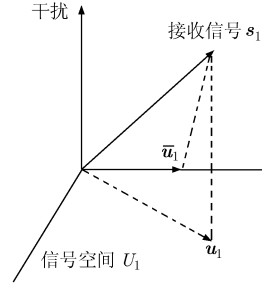


图 2 分布式 IA 与分集 IA 检测向量的比较

表 1 IA 分集接收算法的步骤

分集检测算法

- (1)用文献[6]中的算法 1 得到 IA 的预编码向量 $\mathbf{v}_i (i=1, 2, \dots, K)$;
- (2)计算干扰空间 $\mathcal{C}_i = \text{span} \left(\sum_{j \neq i} \mathbf{H}_{ij} \mathbf{v}_j \right)$;
- (3)根据 $\mathcal{S}_i = \text{null}(\mathbf{C}_i^H)$ 计算信号空间;
- (4)由式(11)得到检测向量 \mathbf{u}_i ;
- (5)根据式(4)计算系统容量。

概率密度, 如图 3 所示。从图中可以看出分集 IA 的衰减因子在接近于 1 的部分密度较大, 而分布式 IA 衰减因子在 0.5 左右的密度最大。所以分集 IA 期望可以更高的概率减小信号损失, 获得较高的接收信噪比。图 4 中给出了 SNR=5 dB, 3 用户(3×3)情况下, 接收信噪比的积累分布函数 CDF 的比较情况。从图中可以看出分集 IA 在接收信噪比优于分布式 IA, 但与 Max-SINR 相比, 还有较大的差距。这主要是因为分集 IA 的衰减因子比分布式 IA 的大, 接收 SNR 也较强。而 Max-SINR 由于考虑了噪声的影响, 是理论上的极限, 所以其性能要优于 IA, 不管是分布式 IA, 还是分集 IA。

为了考察分集 IA 的性能, 比较了各种算法在系统容量和差错概率方面的差别。其中, 系统容量的比较由图 5 给出。可以看出, 在 3 用户(2×2)情况下, 分布式 IA 与分集 IA 的容量是相等的。原因是此时式(7)中等号成立, IA 条件恰好满足, \mathbf{s}_i 在 \mathcal{S}_i 中的投影就是 \mathbf{Q}_i 的最小特征值对应的特征向量, 不存

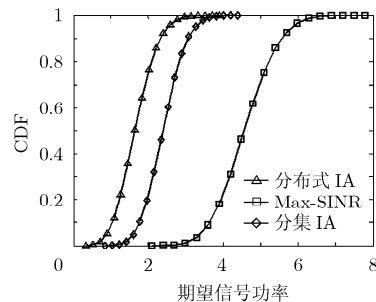


图 4 各种算法接收信噪比的比较

在任何分集增益。图 5 还表明, Max-SINR 在 SNR 小于 15 dB 时有增益。因为, 在低 SNR 时, 噪声与干扰相比, 不能忽略, 所以 Max-SINR 把噪声考虑进来是有增益的。而高 SNR 时, 干扰是影响通信性能的主要因素, 噪声可以忽略, 此时, Max-SINR 的增益也可以忽略。而对于 3 用户(3×3)的情况, 式(7)中不等号严格成立, 信号空间 S_i 是 2 维的, 分集 IA 可以得到分集增益。此时, 检测向量 u_i 是 S_i 基向量的线性组合, 方向与 s_i 在 S_i 中的投影相同, 而 \bar{u}_i 是 S_i 中与 s_i 夹角最小的基向量, 显然分集 IA 对应的 θ_i 更小, 此时分集检测方案比分布式 IA 有 3.5 dB 左右的增益。而且随着 SNR 的增加, 分集 IA 与 Max-SINR 在容量上差距越来越小, 二者趋近于一致。图 6 则给出了系统容量与接收分集度的关系。虽然 3 用户(2×3)与(3×2)情况下, 系统的天线数量相等, 但由于(3×2)的接收分集度为 1, 性能要优于没有接收分集度的(2×3)情况。同理接收分集度为 2 的(4×2)情况性能优于接收分集度为 1 的(3×3)。另外, 虽然(3×3)与(3×2)的总天线数量不等, 但它们的接收分集度相同, 二者采用分集 IA 时的容量相差无几。因此, 在 IA 条件严格满足时, 接收分集度越高, 分集 IA 的性能越好。在比较差错概率时, 采用无差错控制编码的 BPSK 调制方式, 如图 7 所示。从图中可以看出, 当 IA 条件严格满足时(3 用户(3×3)), 在整个 SNR 的取值范围内, 分集 IA 都严格

优于分布式 IA 的。而在无接收分集增益(3 用户(2×2))时, 分布式 IA 与分集 IA 的差错概率相差无几。但若分别与相应的 Max-SINR 相比, 性能有较大差距。需要指出的是虽然 Max-SINR 的性能超过 IA, 但很难应用于实际的通信系统, 只能作为理论上的极限。首要原因是其预编码向量并不仅仅与信道有关, 还与 SNR 有关, 即不同的 SNR, 预编码向量也不同, 要得到其预编码向量, 必须对 SNR 进行逐点迭代, 与 IA 的预编码向量仅与信道有关相比, 其复杂度过高; 而且该算法并不能保证收敛^[7]。从图中还可以看出, 所有的 IA 方案, 在高 SNR 时, 不存在误码平台, 这主要是因为 IA 能够彻底消除干扰。

虽然, 这里仅以迭代算法为例来研究分集检测算法, 但它适用于所有 IA 方案。只要 IA 条件是严格满足的, 分集检测算法相对于其它检测算法就会有增益, 与预编码方案无关。

5 结束语

本文用子空间投影的方法, 研究了 IA 分集检测算法的性能。当信号空间为多维时, 最优的检测向量不是信号空间的单个基向量, 而是所有基向量的线性组合, 即多维的信号空间可以提供分集增益。此算法在 IA 条件严格满足时, 能够提高系统的可靠性, 降低差错概率, 而且接收分集度越高, 其性能越好。若把分集的思想应用到预编码向量的迭代更新过程中, 有望进一步优化系统的性能。

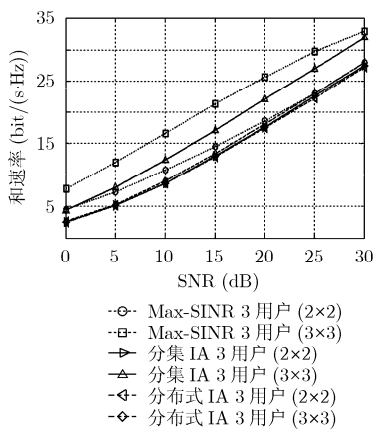


图 5 各种算法系统容量的比较

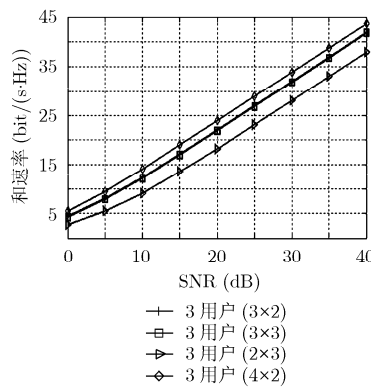


图 6 接收分集度不同时分集 IA 系统容量的比较

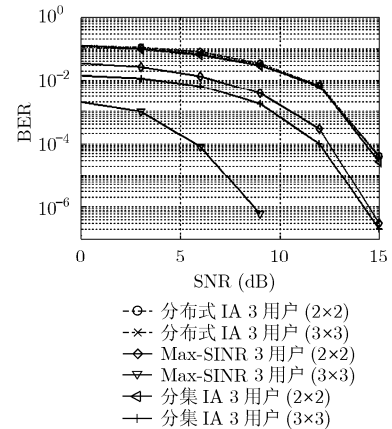


图 7 各种算法误码率的比较

参考文献

[1] Cadambe V R and Jafar S A. Interference alignment and degrees of freedom of the K-user interference channel[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2008, 54(8): 3425-3441.

[2] Zheng L and Tse D N C. Diversity and multiplexing: a fundamental tradeoff in multiple-antenna channels[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2003, 49(5): 1073-1096.

[3] Sung H, Park S H, Lee K J, et al. Linear precoder designs for K-user interference channels[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2010, 9(1): 291-301.

[4] Behrang Nosrat-Makouei, Andrews J G, and Heath R W Jr.

- User admission in MIMO interference alignment networks [C]. 2011 IEEE International Conference on Speech and Signal Processing, Czech Republic, 2011: 3360–3363.
- [5] Nosrat-Makouei B, Andrews J G, and Heath R W. MIMO interference alignment over correlated channels with imperfect CSI[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 59(6): 2783–2794.
- [6] Gomadam K, Cadambe V R, and Jafar S A. Approaching the capacity of wireless networks through distributed interference alignment [C]. 2008 IEEE Global Telecommunications Conference, New Orleans, LO, 2008: 1–6.
- [7] Peters S W and Heath R W Jr. Cooperative algorithms for MIMO interference channels[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2011, 60(1): 206–218.
- [8] Santamaria I, Gonzalez O, Heath R W, *et al.* Maximum sum-rate interference alignment algorithms for MIMO channels [C]. 2010 IEEE Global Telecommunications Conference, Miami, FL, 2010: 1–6.
- [9] Ning H, Ling C, and Leung K K. Feasibility condition for interference alignment with diversity[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, 57(5): 2902–2912.
- [10] Shen H, Li B, Tao M, *et al.* MSE-based transceiver designs for the MIMO interference channel[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2010, 9(11): 3480–3489.
- [11] Gomadam K, Cadambe V R, and Jafar S A. A distributed numerical approach to interference alignment and applications to wireless interference networks[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, 57(6): 3309–3322.
- [12] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 657–673.
- Zhang X D. *Matrix Analysis and Applications*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 657–673.
- 王勤民: 男, 1975年生, 博士生, 讲师, 研究方向为干扰对齐及空时编码.
- 张忠培: 男, 1967年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为移动通信及抗干扰通信.