基于二元二值序列构造四元低相关区序列集

李玉博* 许成谦 李 刚
(燕山大学信息科学与工程学院 秦皇岛 066004)

摘 要：该文基于长度为 $N=ML+r$ 的具有理想二值自相关特性的二元序列，构造了一类四元低相关区序列集。得到的序列集参数如相关区长度和序列数目等在一定范围内可以灵活设定。当 $r\neq 0$ 可以同时构造出多个具有相同参数的四元低相关区序列集。当 $r=0$ 时得到的低相关区序列集中序列数目接近甚至达到理论界限。该文方法可以为准同步 CDMA 扩频通信系统提供更多的低相关区序列。

关键词：二元二值序列；低相关区；四元低相关区序列集；逆 Gray 映射
中图分类号：TN911.2 **文献标识码**： A **文章编号**：1009-5896(2012)05-1174-05
DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.00980

Construction of Quaternary Low Correlation Zone Sequence Set Using Binary Sequence with Ideal Two-level Autocorrelation

Li Yu-bo Xu Cheng-qian Li Gang
(*College of Information Science & Engineering*, *Yanshan University*, *Qinhuangdao* 066004, *China*)

Abstract: Based on a binary sequence with ideal two-level autocorrelation with period $N=ML+r$, a construction of quaternary Low Correlation Zone (LCZ) sequence set is proposed. The parameters of the resultant quaternary LCZ sequence sets such as length of LCZ and set size are flexible. When $r\neq 0$, multiple LCZ sets with the same parameters can be constructed, and when $r=0$, the set size of LCZ sequence set is optimal or almost optimal with respect to the theoretical bound. As a result, the proposed method can be used to construct more LCZ sequences suitable for QS-CDMA systems.

Key words: Binary sequence with two-level autocorrelation; Low Correlation Zone (LCZ); Quaternary LCZ sequence set; Inverse Gray mapping

1 引言

在准同步CDMA系统中，只要求用户信号同步误差控制在一定范围之内，比如一个或几个码片周期，就可以很好地降低甚至消除多径干扰和多址干扰。这就要求所使用的扩频序列在零延时附近具有很低的相关函数值，这类扩频序列集称为低相关区(LCZ)序列集。低相关区序列集的性能直接影响到准同步CDMA系统的性能，因此，具有良好性能的低相关区序列集成为目前研究的热点。近些年来提出很多LCZ序列集的构造方法。文献[1]基于Gordon-Mills-Welch(GMW) 序列构造了二元LCZ序列集，文献[2]推广了文献[1]构造法，提出了一种P元LCZ序列集的构造方法。文献[3]利用子域分解思想提出了一类更为系统的LCZ序列集构造法，包括上述几种LCZ序列集构造法作为特殊情况。文献[4]提出一类基于交织思想的LCZ序列集构造法。由这种交织法可知，只要构造出满足条件的基序列集就可以得到一类LCZ序列集。另外，还有一些四元LCZ序列集的研究，文献[5]基于有限域到 Z_4 环的映射函数，利用具有理想自相关函数的二元伪随机序列构造了一类四元低相关区序列集。这类环上的低相关区序列集依Tang-Fan-Matsufuji理论界[6]是最佳的。文献[7]基于Gray映射，利用具有理想自相关的二元序列或二元低相关区序列集可以构造序列数目接近理论界限的四元低相关区序列集。这类LCZ序列集可以灵活地设定相关区长度，序列数目等参数。文献[8]扩展了四元LCZ序列集的数目，基于二值自相关二元序列，同时构造了多个具有相同参数 $(N,M,L,1)$ 的四元LCZ序列集。文献[9]利用参数为 $(N,M,L,1)$ 的LCZ序列集构造得到了参数为 $(2N,2M,L,2)$ 的LCZ序列集，得到的四元LCZ序列集参数受初始序列集参数的限制。文献[10]构造了参数为 $(2(2^n-1),$ $2(2^e-1),(2^n-1)/(2^e-1),2)$，其相关区大小是固定的。

2011-09-21 收到，2012-02-01 改回
国家自然科学基金(60872061, 60971126, 61172094)和河北省教育厅基金(2010286)资助课题
*通信作者：李玉博 liyubo6316@ysu.edu.cn

本文给出了一种新的四元LCZ序列集构造方法，利用长度为 $N=ML+r$ 的二值自相关二元序列做为初始序列构造了相关区内最大相关值幅度为2的且参数可以灵活设定的四元LCZ序列集。当 $r\neq 0$ 可以同时构造出多个具有相同参数 $(2N,2M,L,2)$ 的四元LCZ序列集。当 $r=0$ 时得到的LCZ序列集中序列数目接近甚至达到理论界限。同已有的方法相比可以得到更多的LCZ序列集，应用到准同步CDMA系统中可以支持更多的用户。

2　基本概念及引理

定义 1　设 $a=(a(0),a(1),\cdots,a(N-1))$ 和 $b=(b(0),b(1),\cdots,b(N-1))$ 是两个周期为 N 的 p 元序列，$a(t),b(t)\in Z_p$。如果存在一个整数 $0\le\tau<N$ 使得 a 和 b 满足 $a_t=b_{t+\tau}$，则称序列 a 和 b 移位等价。否则就称为移位不等价。序列 a 和 b 的周期互相关函数定义为

$$R_{a,b}(\tau)=\sum_{t=0}^{N-1}\omega^{a(t)-b(t+\tau)},\ 0\le\tau<N \tag{1}$$

其中 $\omega=e^{2\pi\sqrt{-1}/p}$。如果 $a=b$，则式(1)称为序列 a 的自相关函数，表示为 $R_a(\tau)$。

定义 2　设一个二元序列 $c=(c(0),c(1),\cdots,c(N-1))$，如果其自相关函数满足

$$R_c(\tau)=\begin{cases}N, & \tau=0\ (\mathrm{mod}\,N)\\ \delta, & \tau\neq 0\ (\mathrm{mod}\,N)\end{cases} \tag{2}$$

序列 c 称为自相关二值二元序列。如果有 $\delta=-1$，则序列 c 称为具有理想二值自相关的二元序列。

定义 3　设 $S=\{s_i(t)|0\le i\le M-1\}$ 是一个由 M 个长度为 N 的序列组成的序列集。设 $s_i,s_j\in S$，当 $|\tau|<L$ 且 $i\neq j$ 或者 $0<|\tau|<L$ 且 $i=j$ 时，若序列相关函数满足

$$\left|R_{s_i,s_j}(\tau)\right|\le\varepsilon \tag{3}$$

ε 为一个与序列周期 N 相比很小的正数，则称序列集 S 是一个低相关区 (LCZ) 序列集，表示为 $\mathrm{LCZ}(N,M,L,\varepsilon)$。

定义 4[7]　定义一个 $Z_2\times Z_2$ 到 Z_4 的映射如下：

$$\phi[0,0]=0,\ \phi[0,1]=1,\ \phi[1,1]=2,\ \phi[1,0]=3 \tag{4}$$

ϕ 称为逆 Gray 映射。利用逆 Gray 映射可以将二元序列对应到四元序列，设 $b_1=(b_1(0),b_1(1),\cdots,b_1(N-1))$ 和 $b_2=(b_2(0),b_2(1),\cdots,b_2(N-1))$ 是两个二元序列，利用逆 Gray 映射构造四元序列 $s=(s(0),s(1),\cdots,s(N-1))$ 如下：

$$s(t)=\phi[b_1(t),b_2(t)] \tag{5}$$

则有

$$\omega^{s(t)}=\frac{1}{2}(1+\omega)(-1)^{b_1(t)}+\frac{1}{2}(1-\omega)(-1)^{b_2(t)} \tag{6}$$

引理 1[7]　设 a_1,a_2,b_1,b_2 是 4 个周期为 N 的二元序列，s_1 和 s_2 是两个由式(7)得到的周期为 N 的四元序列。

$$s_1(t)=\phi[a_1(t),b_1(t)],\ s_2(t)=\phi[a_2(t),b_2(t)] \tag{7}$$

则序列 s_1 和 s_2 的互相函数为

$$R_{s_1,s_2}(\tau)=\frac{1}{2}\left[R_{a_1,a_2}(\tau)+R_{b_1,b_2}(\tau)\right]+\frac{\omega}{2}\left[R_{a_1,b_2}(\tau)-R_{b_1,a_2}(\tau)\right] \tag{8}$$

引理 2[7]　设 a 是一个周期为 N 的二元序列，s_1 和 s_2 是两个由式(9)得到的周期为 N 的四元序列。

$$\left.\begin{aligned}s_1(t)=\phi\left[a(t+e_{1,0}),a(t+e_{1,1})\right]\\ s_2(t)=\phi\left[a(t+e_{2,0}),a(t+e_{2,1})\right]\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

其中 $(e_{1,0},e_{1,1})$ 和 $(e_{2,0},e_{2,1})$ 称为移位序列，$e_{i,0},e_{i,1}\in\{0,1,2,\cdots,N-1\}$，$i=1,2$。序列 s_1 和 s_2 移位不等价当且仅当 $e_{1,0}-e_{2,0}\neq e_{1,1}-e_{2,1}$。

引理 3[11]　设 a_i，a_j，b_i，b_j 是周期为 N 的二元序列，N 为奇数。构造4个长度为 $2N$ 的二元序列。

$$\left.\begin{aligned}s_{i,0}(t)&=\begin{cases}a_i(t), & t\equiv 0(\mathrm{mod}\,2)\\ a_i(t), & t\equiv 1(\mathrm{mod}\,2)\end{cases}\\ s_{i,1}(t)&=\begin{cases}b_i(t), & t\equiv 0(\mathrm{mod}\,2)\\ b_i(t)\oplus 1, & t\equiv 1(\mathrm{mod}\,2)\end{cases}\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

$$\left.\begin{aligned}s_{j,0}(t)&=\begin{cases}a_j(t), & t\equiv 0(\mathrm{mod}\,2)\\ a_j(t), & t\equiv 1(\mathrm{mod}\,2)\end{cases}\\ s_{j,1}(t)&=\begin{cases}b_j(t), & t\equiv 0(\mathrm{mod}\,2)\\ b_j(t)\oplus 1, & t\equiv 1(\mathrm{mod}\,2)\end{cases}\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

其中 $\oplus$ 表示模2相加。则有式(12)-式(14)成立。

$$R_{s_{i,0},s_{j,0}}(\tau)=2R_{a_i,a_j}(\tau) \tag{12}$$

$$R_{s_{i,1},s_{j,1}}(\tau)=\begin{cases}2R_{b_i,b_j}(\tau), & \tau\equiv 0(\mathrm{mod}\,2)\\ -2R_{b_i,b_j}(\tau), & \tau\equiv 1(\mathrm{mod}\,2)\end{cases} \tag{13}$$

$$R_{s_{i,0},s_{j,1}}(\tau)=R_{s_{i,1},s_{j,0}}(\tau)=0 \tag{14}$$

引理 4[11]　利用引理3中得到的二元序列 $s_{i,0}$，$s_{i,1}$，$s_{j,0}$，$s_{j,1}$ 构造两个四元序列 $q_i(t)=\phi[s_{i,0}(t),s_{i,1}(t)]$，$q_j(t)=\phi[s_{j,0}(t),s_{j,1}(t)]$，$0\le t\le 2N-1$。则有式(15)成立。

$$R_{q_i,q_j}(\tau)=\begin{cases}R_{a_i,a_j}(\tau)+R_{b_i,b_j}(\tau), & \tau\equiv 0(\mathrm{mod}\,2)\\ R_{a_i,a_j}(\tau)-R_{b_i,b_j}(\tau), & \tau\equiv 1(\mathrm{mod}\,2)\end{cases} \tag{15}$$

引理 5[6]　对于一个参数为 (N,M,L,ε) 的LCZ序列集，有式(16)成立。

$$ML-1\le\frac{N-1}{1-\varepsilon^2/N}\tag{16}$$

下节首先给出一类移位序列的构造方法。

3 移位序列的构造

设 $N=ML+r$，$L>2$，$0\le r<L$，令 $M'=M$。

(1)当 $r=0$，M 为奇数时，构造移位序列集 $E=\{(e_{i,0},e_{i,1}),0\le i\le M-1\}$，其中

$$(e_{i,0},e_{i,1})=(iL,(M-1-i)L)\tag{17}$$

(2)当 $r\neq 0$，M 为奇数时，构造移位序列集 $E^{\Delta}=\{(e_{i,0}^{\Delta},e_{i,1}^{\Delta}),0\le i\le M-1\}$，其中

$$(e_{i,0}^{\Delta},e_{i,1}^{\Delta})=\begin{cases}(iL,(M-1-i)L+\Delta), & 0\le i<\dfrac{M-1}{2}\\ (iL+\Delta,(M-1-i)L+\Delta), & i=\dfrac{M-1}{2}\\ (iL+\Delta,(M-1-i)L), & \dfrac{M-1}{2}<i\le M-1\end{cases}\tag{18}$$

(3)当 $r\neq 0$，M 为偶数时，构造移位序列集 $E^{\Delta}=\{(e_{i,0}^{\Delta},e_{i,1}^{\Delta}),0\le i\le M-1\}$，其中

$$(e_{i,0}^{\Delta},e_{i,1}^{\Delta})=\begin{cases}(iL,(M-1-i)L+\Delta), & 0\le i\le\dfrac{M}{2}-1\\ (iL+\Delta,(M-1-i)L), & \dfrac{M}{2}\le i\le M-1\end{cases}\tag{19}$$

其中 $\Delta\in\{0,1,\cdots,r\}$。

下节定理1给出了四元LCZ序列集构造法中移位序列需满足的条件，本节得到的移位序列集 E 或 E^{Δ} 满足条件，当 $r\neq 0$ 时，根据 Δ 取不同的值可以得到多个满足条件的移位序列集 E^{Δ}，从而对应得到多个四元LCZ序列集。移位序列性能的具体证明见文献[7,8]。

4 四元LCZ序列集构造法

步骤1 设 $a=(a(0),a(1),\cdots,a(N-1))$ 是一个长度为 $N=ML+r$ 具有理想二值自相关特性二元序列，N 为奇数。构造移位序列 $E=\{(e_{i,0},e_{i,1}),0\le i\le M'-1\}$，其中 $e_{i,0},e_{i,1}\in\{0,1,\cdots,N-1\}$。

步骤2 利用序列 a 构造长度为 $2N$ 的二元序列如下：

$$\left.\begin{aligned}s_{i,0}(t)&=\begin{cases}a(t+e_{i,0}), & t\equiv 0(\mathrm{mod}\,2)\\ a(t+e_{i,0}), & t\equiv 1(\mathrm{mod}\,2)\end{cases}\\ s_{i,1}(t)&=\begin{cases}a(t+e_{i,1}), & t\equiv 0(\mathrm{mod}\,2)\\ a(t+e_{i,1})\oplus 1, & t\equiv 1(\mathrm{mod}\,2)\end{cases}\end{aligned}\right\}\tag{20}$$

其中 $0\le i\le M'-1$，$0\le t\le 2N-1$。

步骤3 构造四元序列集 $U=U^1\cup U^2$，$U^1=\{u_i^1,0\le i\le M'-1\}$，$U^2=\{u_i^2,0\le i\le M'-1\}$。其中

$$u_i^1(t)=\phi[s_{i,0}(t),s_{i,1}(t)],\quad u_i^2(t)=\phi[s_{i,1}(t),s_{i,0}(t)]\tag{21}$$

定理1 设定 L 为一个正整数，$0<L<N$。若对于任意 $0\le i\neq j\le M'-1$，移位序列满足 $\min\{e_{i,0}-e_{j,0},\ e_{i,1}-e_{j,1}\}\ge L$ 且 $e_{i,1}-e_{i,0}\neq e_{j,1}-e_{j,0}$，其中 $e_{i,0}-e_{j,0}$ 和 $e_{i,1}-e_{j,1}$ 都是模 N 运算。则序列集 U 是一个四元低相关区序列集 $\mathrm{LCZ}(2N,2M',L,2)$。

证明 相关函数计算分4种情况讨论。

情况1：计算 u_i^1 和 u_j^1 互相关函数，根据引理4有

$$R_{u_i^1,u_j^1}(\tau)=\begin{cases}R_a(\tau+e_{j,0}-e_{i,0})+R_a(\tau+e_{j,1}-e_{i,1}),\\ \qquad\tau\equiv 0(\mathrm{mod}\,2)\\ R_a(\tau+e_{j,0}-e_{i,0})-R_a(\tau+e_{j,1}-e_{i,1}),\\ \qquad\tau\equiv 1(\mathrm{mod}\,2)\end{cases}\tag{22}$$

由 $\min\limits_{0\le i\neq j\le M'-1}\left\{e_{i,0}-e_{j,0},e_{i,1}-e_{j,1}\right\}\ge L$ 可得，当 $i\neq j$，$0\le\tau<L$ 时，有 $\tau+e_{j,0}-e_{i,0}\neq 0(\mathrm{mod}\,N)$，$\tau+e_{j,1}-e_{i,1}\neq 0(\mathrm{mod}\,N)$。由序列 a 的自相关特性可知此时有

$$R_{u_i^1,u_j^1}(\tau)=\begin{cases}-2, & \tau\equiv 0(\mathrm{mod}\,2)\\ 0, & \tau\equiv 1(\mathrm{mod}\,2)\end{cases}\tag{23}$$

当 $i=j$，$0<\tau<L$ 时，有 $\tau+e_{j,0}-e_{i,0}=\tau\neq 0(\mathrm{mod}\,N)$，$\tau+e_{j,1}-e_{i,1}=\tau\neq 0(\mathrm{mod}\,N)$，此时同样有

$$R_{u_i^1,u_j^1}(\tau)=\begin{cases}-2, & \tau\equiv 0(\mathrm{mod}\,2)\\ 0, & \tau\equiv 1(\mathrm{mod}\,2)\end{cases}\tag{24}$$

当 $i=j$，$\tau=0$ 时，有 $R_{u_i^1,u_j^1}(\tau)=2N$。

情况2：计算 u_i^1 和 u_j^2 的互相关函数，根据引理3有

$$\begin{aligned}R_{u_i^1,u_j^2}(\tau)&=\frac{1}{2}\left[R_{s_{i,0},s_{j,1}}(\tau)+R_{s_{i,1},s_{j,0}}(\tau)\right]\\ &\quad+\frac{\omega}{2}\left[R_{s_{i,0},s_{j,0}}(\tau)-R_{s_{i,1},s_{j,1}}(\tau)\right]\\ &=\begin{cases}\omega\left(R_a(\tau+e_{j,0}-e_{i,0})-R_a(\tau+e_{j,1}-e_{i,1})\right),\\ \qquad\tau\equiv 0(\mathrm{mod}\,2)\\ \omega\left(R_a(\tau+e_{j,0}-e_{i,0})+R_a(\tau+e_{j,1}-e_{i,1})\right),\\ \qquad\tau\equiv 1(\mathrm{mod}\,2)\end{cases}\end{aligned}\tag{25}$$

由 $\min\limits_{0\le i\neq j\le M'-1}\left\{e_{i,0}-e_{j,0},e_{i,1}-e_{j,1}\right\}\ge L$ 可得，当 $i\neq j$，$0\le\tau<L$ 时，或者当 $i=j$，$0<\tau<L$ 时，均有 $\tau+e_{j,0}-e_{i,0}\neq 0(\mathrm{mod}\,N)$，$\tau+e_{j,1}-e_{i,1}\neq 0(\mathrm{mod}\,N)$。

由序列a的自相关特性可知此时有

$$R_{u_i^1,u_j^2}(\tau)=\begin{cases}0, & \tau\equiv 0(\bmod 2)\\ -2\omega, & \tau\equiv 1(\bmod 2)\end{cases} \tag{26}$$

当$i=j$，$\tau=0$时，由序列a的自相关特性可知此时有$R_{u_i^1,u_j^2}(\tau)=0$。

情况3：　计算u_i^2和u_j^1的互相关函数，根据引理3有

$$\begin{aligned}R_{u_i^2,u_j^1}(\tau)&=\frac{1}{2}\left[R_{s_{i,1},s_{j,0}}(\tau)+R_{s_{i,0},s_{j,1}}(\tau)\right]\\&\quad+\frac{\omega}{2}\left[R_{s_{i,1},s_{j,1}}(\tau)-R_{s_{i,0},s_{j,0}}(\tau)\right]\\&=\begin{cases}\omega\left(R_a(\tau+e_{j,1}-e_{i,1})-R_a(\tau+e_{j,0}-e_{i,0})\right),\\ \quad\tau\equiv 0(\bmod 2)\\ -\omega\left(R_a(\tau+e_{j,1}-e_{i,1})+R_a(\tau+e_{j,0}-e_{i,0})\right),\\ \quad\tau\equiv 1(\bmod 2)\end{cases}\end{aligned} \tag{27}$$

同样由$\min\limits_{0\le i\ne j\le M'-1}\left\{e_{i,0}-e_{j,0},e_{i,1}-e_{j,1}\right\}\ge L$可得，当$i\ne j$，$0\le\tau<L$时，或者当$i=j$，$0<\tau<L$时，均有$\tau+e_{j,0}-e_{i,0}\ne 0(\bmod N)$，$\tau+e_{j,1}-e_{i,1}\ne 0(\bmod N)$。由序列$a$的自相关特性可知此时有

$$R_{u_i^2,u_j^1}(\tau)=\begin{cases}0, & \tau\equiv 0(\bmod 2)\\ 2\omega, & \tau\equiv 1(\bmod 2)\end{cases} \tag{28}$$

当$i=j$，$\tau=0$时，由序列a的自相关特性可知此时有$R_{u_i^1,u_j^2}(\tau)=0$。

情况4：　计算u_i^2和u_j^2的互相关函数，同情况1类似。

综合上述几种情况可得，对于任何序列$u_i^r,u_j^s\in U$，$r,s=\{1,2\}$，$0\le i,j\le M'-1$，都有式(29)成立：

$$\left|R_{u_i^r,u_j^s}(\tau)\right|=\begin{cases}2N, & r=s,i=j,\ \tau=0\\ 2\text{或}0, & r=s,i=j,\ 0<\tau<L\\ 2\text{或}0, & r=s,i\ne j,\ 0\le\tau<L\\ 2\text{或}0, & r\ne s,\quad 0\le\tau<L\end{cases} \tag{29}$$

序列集U是一个LCZ$(2N,2M',L,2)$。　　证毕

5 LCZ序列集性能分析

定理 2　由定理1得到的LCZ$(2N,2M',L,2)$参数具有下面性质：

(1)当$r=0$，M为奇数时，若$N>8$，$L>4$，则得到的四元LCZ序列集U中序列数目达到理论界限。若$N>8$，$2<L\le 4$，则序列集U中序列数目比理论界限少1个。

(2)当$r\ne 0$时，若参数满足$2MLr+4ML+2r^2-2<(ML+r-2)L$。则序列集$U$中序列数目达到理论界限。

证明　对于定理1得到的序列集LCZ$(2N,2M',L,2)$，设M_o表示序列数目的理论上限。根据引理5可得

$$M_o=\left(\frac{2N-1}{1-4/2N}+1\right)\Big/L=\frac{2N^2-2}{(N-2)L} \tag{30}$$

若$r=0$且M为奇数，将$N=ML$代入式(30)得

$$M_o=2M+\left\lfloor\frac{4+6/(N-2)}{L}\right\rfloor \tag{31}$$

当$N>8$，$L>4$时，可得$M_o=2M$。由移位序列构造过程可知$M'=M$，即$2M'=M_o$，故此时序列集中序列数目达到理论界限。当$N>8$，$2<L\le 4$时，可得$M_o=2M+1$。$2M'=M_o-1$，故此时序列集中序列数目比理论界限少1个。

若$r\ne 0$，将$N=ML+r$代入式(30)可得

$$M_o=2M+\left\lfloor\frac{2MLr+4ML+2r^2-2}{(ML+r-2)L}\right\rfloor \tag{32}$$

当$2MLr+4ML+2r^2-2<(ML+r-2)L$时，可得$M_o=2M$，此时有$2M'=M_o$，故序列集中序列数目达到理论界限。　　证毕

在实际应用中，不同的应用场合对序列集参数的要求不同。所以序列数目和相关区长度等参数可以灵活设定的LCZ序列集具有更大的应用价值。表1列出了目前已有的几种四元LCZ序列集构造方法。

由表1可以看出，本文可以构造出相关区内最大相关值幅度为2且序列数目和相关区长度在一定范围内可以灵活设定的四元LCZ序列集。同文献[7,8]

表1 几种四元LCZ序列集构造法的比较

构造方法	序列集参数	初始序列或序列集	LCZ长度和序列数目是否灵活设定
文献[5]	$(2^n-1,2^e-1,(2^n-1)/(2^e-1),1)$	长度为2^n-1的二元二值序列	否
文献[7]	$(ML+r,M,L,1)$	长度为$ML+r$的二元二值序列	是
文献[8]	$(ML+r,M,L,1)$	长度为$ML+r$的二元二值序列	是
文献[9]	$(2N,2M,L,2)$	参数为$(N,M,L,1)$的四元LCZ序列集	否
文献[10]	$(2(2^n-1),2(2^e-1),(2^n-1)/(2^e-1),2)$	长度为2^n-1的二元二值序列	否
本文方法	$(2(ML+r),2M,L,2)$	长度为$ML+r$的二元二值序列	是

的方法相比，基于长度相同的初始序列，本文得到的LCZ序列集中序列数目和序列长度都是文献[7,8]所得结果的两倍，因而可以支持更多的通信用户。同文献[9,10]方法相比，本文可以通过式 $N=ML+r$ 来灵活设定序列数目、相关区长度等参数，因而得到的序列集可以适用到更多的场合。

例 1 利用长度为 11 的 Legendre 序列做为初始序列，$a=(10100011101)$。设 $M=L=3$，$r=2$。根据 $\varDelta=0,1,2$ 取值可得 3 个移位序列集：$E^0=\{(0,6),(3,3),(6,0)\}$，$E^1=\{(0,7),(4,4),(7,0)\}$ 和 $E^2=\{(0,8),(5,5),(8,0)\}$。对应得到四元序列集 U_0，U_1，U_2：

$$U_0=\begin{Bmatrix}(2021103331331300122202)\\(1012321230301032303212)\\(2221321311133302302000)\\(2023301113113100322202)\\(3032123210103012101232)\\(2223123133311102102000)\end{Bmatrix}$$

$$U_1=\begin{Bmatrix}(3121003320320301122312)\\(0123212303010323032121)\\(2212312011233032031003)\\(1323001120120103322132)\\(0321232101030121012323)\\(2232132033211012013001)\end{Bmatrix}$$

$$U_2=\begin{Bmatrix}(2120003230230311123213)\\(1232123030103230321210)\\(2122021012230331301033)\\(2320001210210133321231)\\(3212321010301210123230)\\(2322023032210113103011)\end{Bmatrix}$$

可以验证，上面 3 个四元序列集都是参数为 LCZ(22, 6,3,2) 的低相关区序列集。

6 结束语

本文提出了一种基于二值自相关二元序列构造四元低相关区序列集的方法。利用长度为 $N=ML+r$ 的具有理想二值自相关特性的二元序列做为初始序列，得到的序列集参数为 LCZ($2N$,$2M$, L,2)。$r=0$ 时序列数目接近甚至可以达到理论界限，并且低相关区长度可以灵活设定以满足不同的应用要求。当 $r\neq 0$ 时，可以同时构造出多个具有相同参数的四元 LCZ 序列集。从而可以为准同步 CDMA 系统提供更多的 LCZ 序列集。

参 考 文 献

[1] Long B Q, Zhang P, and Hu J D. A generalized QS-CDMA system and the design of new spreading codes[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 1998, 47(4): 1268–1275.

[2] Tang X H and Fan P Z. A class of pseudonoise sequence over GF(p) with low correlation zone[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2001, 47(4): 1644–1649.

[3] Gong G, Golomb S W, and Song H Y. A note on low correlation zone signal sets[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(7): 2575–2581.

[4] Tang X H and Fan P Z. Generalized d-form sequence and LCZ sequences based on the interleaving technique[C]. Proceedings 7th International Symposium on Communication Theory and Applications (ISCTA'03), July 13–18, Ambleside, UK, 2003: 276–281.

[5] Kim S H and Jang J W. New constructions of quaternary low correlation zone sequences[J]. *IEEE Transactions on Informaction Theory*, 2005, 51(4): 1469–1477.

[6] Tang X H, Fan P Z, and Matsufuji S. Lower bounds on the maximum correlation of sequence set with low or zero correlation zone [J]. *Electronics Letters*, 2000, 36(6): 551–552.

[7] Chung J H and Yang K. New design of quaternary low correlation zone sequence sets and quaternary Hadamard matrices[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2008, 54(8): 3733–3737.

[8] Xu C Q, Li Y B, Liu K, *et al*.. New method to extend the number of quaternary LCZ sequence sets[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2011, E94-A(9): 1881–1885.

[9] Jang J W, Kim Y S, and Kim S H. New extension method of quaternary low correlation zone sequence sets[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2010, E93-A(2): 557–560.

[10] Ferruh Ozbudak and Elif Saygi. A new class of quaternary LCZ sequence sets[J]. *Designs, Codes and Cryptography*, 2011 (DOI 10.1007/s10623-011-9504-2).

[11] Lim T, No J S, and Chung H. New construction of quaternary sequences with good correlation using binary sequences with good correlation[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2011, E94-A(8): 1701–1705.

李玉博： 男，1985 年生，博士生，研究方向为扩频序列设计.

许成谦： 男，1961 年生，教授，博士生导师，研究方向为编码理论、密码学、信号设计.

李　刚： 男，1979 年生，讲师，研究方向为编码理论研究、最佳离散信号设计.