

# 一种改进的基于波前重构的圆周 SAR 三维成像算法

王本君 闵锐\* 皮亦鸣  
(电子科技大学电子工程学院 成都 611731)

**摘要:** 与传统的直线 SAR 相比, 圆周 SAR(CSAR)具有对场景进行 3 维成像的能力。该文提出了一种基于波前重构的圆周 SAR 3 维成像的新方法, 该算法通过补偿掉雷达运动轨迹引入的相位项的方法实现了图像的聚焦, 避免了 Hankel 函数的计算, 从而大大降低了算法实现的复杂度。仿真与实测 CSAR 数据成像结果验证了该算法的有效性。

**关键词:** 圆周合成孔径雷达; 3 维成像; 波前重构

**中图分类号:** TN957.52

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2012)06-1351-05

**DOI:** 10.3724/SP.J.1146.2011.00954

## An Improved Wavefront Reconstruction Method for Circular SAR 3D Imaging

Wang Ben-jun Min Rui Pi Yi-ming

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

**Abstract:** The Circular Synthetic Aperture Radar (CSAR), unlike the linear SAR, has the capability to extract three-dimensional imaging information of a target scene. In this paper, a novel CSAR wavefront reconstruction method is proposed for three-dimensional imaging. The proposed method compensates the effects of the phase components introduced by the radar's trajectory to form reconstructed image, which avoids calculating the complicated Hankel function. Thus the complexity of the algorithm can be reduced. Finally, the validity of the presented method is clarified by both simulated data and experimental data sets.

**Key words:** Circular Synthetic Aperture Radar (CSAR); Three-dimensional imaging; Wavefront reconstruction

### 1 引言

由于具有高分辨成像能力, 合成孔径雷达(SAR)在民用和军事领域得到广泛应用, 然而在有些应用场合如高精度测绘、精确打击等, 传统 SAR 系统所提供的 2 维成像信息已不能满足需要。与传统的直线 SAR 相比, 圆周 SAR 能以较简单的模式获得目标更为全面的散射信息。圆周 SAR 成像由于其特殊的圆周孔径, 常规的 SAR 成像算法, 如 RD, CS 等已不再适用。时域相关(TDC)算法与后向投影(BP)算法可用于圆周 SAR 成像, 且其成像机理简单, 成像结果较为精确, 但这两种算法计算量较大, 因此可以作为其他算法的验证算法<sup>[1,2]</sup>。基于平面波近似的一类成像算法虽然可以提高运算速度, 但仅适用于远场成像, 在近场 CSAR 成像中, 该类算法的成像精度较差<sup>[3]</sup>。

文献[4-6]根据波方程的基本理论, 提出了适用于圆周 SAR 的 3 维成像算法。该算法首先将探测场景沿高度向分割成若干个高度层, 然后利用匹配滤波技术形成一系列的 2 维图像, 最后将得到的 2 维图像序列通过 3 维重建技术生成 3 维图像。该算法在匹配滤波时需要计算复杂的 Hankel 函数。基于该算法, 本文提出了新的 CSAR 3 维成像算法。新算法通过补偿掉雷达运动轨迹引入的相位项的方法得到 2 维图像, 避免了 Hankel 函数的计算, 从而大大降低了算法实现的复杂度。

### 2 CSAR 成像的信号模型

图 1 为 CSAR 系统的几何关系示意图。雷达在高为  $H$  的平面以半径  $R_{gc}$  沿圆周匀速运动, 雷达在空间域中的坐标为  $(R_{gc} \cos \theta, R_{gc} \sin \theta, H)$ , 其中  $\theta \in [0, 2\pi)$  表示慢时间方位角域。当雷达沿圆周轨迹运动时, 其波束始终覆盖整个以原点为中心、半径为  $R_0$  的圆形场景。为分析简便, 假设所有散射点均位于地面(3.2 节将对散射点分布于 3 维空间的情况进行分析), 目标散射特性为  $f(x, y)$ , 则雷达接收的回波信号经快时间匹配滤波后可表示为

2011-09-16 收到, 2012-02-24 改回

中央高校基金(ZYGX2009Z005)和电子科技大学青年基金(JX0803)资助课题

\*通信作者: 闵锐 minrui@uestc.edu.cn

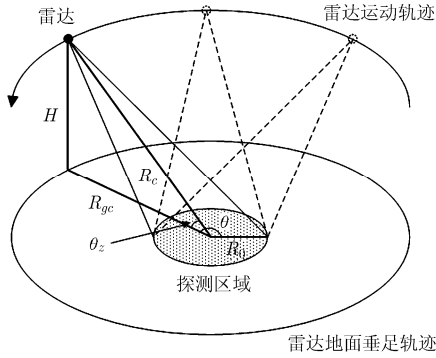


图1 CSAR 系统几何关系示意图

$$s(\omega, \theta) = \int_y \int_x f(x, y) \exp[-j2kR(\theta)] dx dy \quad (1)$$

式中  $R(\theta)$  为雷达与散射点的距离, 满足

$$R(\theta) = \sqrt{(x - R_{gc} \cos \theta)^2 + (y - R_{gc} \sin \theta)^2 + H^2}$$

利用广义帕斯瓦尔定理, 并以极坐标的形式表示 2 维空间频率<sup>[4-6]</sup>, 式(1)可写为

$$s(\omega, \theta) = \int_{\phi} \int_{\rho} \rho F_p(\rho, \phi) W_1(\theta - \phi) W_2(\rho, \omega) \cdot \exp[-j\sqrt{4k^2 - \rho^2} H - j\rho R_{gc} \cos(\theta - \phi)] d\rho d\phi \quad (2)$$

该 CSAR 信号模型是后续成像处理的基础。

### 3 CSAR 波前重构 3 维成像算法

本文中提出的 CSAR 3 维成像算法首先将原始 CSAR 回波数据转换到地平面, 以消除雷达平台高度  $H$  的影响, 然后将地平面 CSAR 信号谱中雷达运动轨迹半径带来的相位项补偿掉, 获得地平面的目标 2 维空间频率谱, 最后将地平面的目标 2 维空间频率谱乘以相位函数, 得到任意高度平面的目标 2 维空间频率谱, 对空间频率谱做 2 维逆傅里叶变换即可得到不同高度面的 2 维图像序列, 从而形成 3 维图像。

#### 3.1 CSAR 地平面 2 维聚焦

为获得场景图像, 首先要消除回波数据中雷达平台高度的影响, 即将原始的斜平面 CSAR 数据转化到地平面。定义地平面快时间频率为  $\omega_g$ , 其波数为  $k_g = \omega_g/c$ ,  $k_g$  与  $\rho$  存在的对应关系为  $\rho = 2k_g$ , 由文献[4], 地平面 CSAR 回波信号可通过下式解得

$$s_g(\omega_g, \theta) = \int_{\omega} \Lambda^{-1}(\omega_g, \omega) s(\omega, \theta) d\omega \\ = \rho \int_{\phi} F_p(\rho, \phi) W_1(\theta - \phi) \cdot \exp[-j\rho R_{gc} \cos(\theta - \phi)] d\phi \quad (3)$$

式中  $\Lambda^{-1}(\omega_g, \omega)$  为系统核  $\Lambda(\omega, \omega_g)$  的逆, 核函数  $\Lambda(\omega, \omega_g) = W_2(\rho, \omega) \exp(-j\sqrt{4k^2 - \rho^2} H)$ 。

根据广义帕斯瓦尔定理, 式(3)可化为

$$s_g(\omega_g, \theta) = \int_y \int_x f(x, y) \exp[-j2k_g R_g(\theta)] dx dy \quad (4)$$

式中  $R_g(\theta) = \sqrt{(x - R_{gc} \cos \theta)^2 + (y - R_{gc} \sin \theta)^2}$ 。转换到地平面后的 CSAR 信号, 即式(4), 已不包含雷达高度  $H$  的相关量。为获得目标图像, 还需要消除回波数据中雷达运动轨迹半径的影响, 为实现这一目的, 首先, 对式(4)做关于方位角的傅里叶变换, 即  $S_g(\omega_g, \xi)$

$$= \int_y \int_x f(x, y) \int_0^{2\pi} \exp[-j(2k_g R_g(\theta) + \xi\theta)] d\theta dx dy \quad (5)$$

直接计算式(5)中关于  $\theta$  的积分很困难, 我们可以借助驻定相位定理来计算它的近似值。为计算简便, 我们将目标坐标从直角坐标系  $(x, y)$  变换到极坐标系  $(r, \varphi)$ , 利用基本的三角知识和正弦定理, 并忽略掉不影响成像结果的复常数<sup>[7-11]</sup>, 可求得式(5)的近似值为

$$S_g(\omega_g, \xi) = \int_y \int_x f(x, y) \exp[-j\mu(\omega_g, \xi)] dx dy \quad (6)$$

式中, 相位函数  $\mu(\omega_g, \xi)$  为

$$\mu(\omega_g, \xi) = \sqrt{4k_g^2 R_{gc}^2 - \xi^2} + \sqrt{4k_g^2 r^2 - \xi^2} \\ + \xi \arcsin \frac{\xi}{2k_g R_{gc}} + \xi \arcsin \frac{\xi}{2k_g r} + \xi\varphi - \pi\xi \quad (7)$$

式(7)表示的相位函数由两部分构成: 一部分为目标空间坐标的相关项  $\gamma(\omega_g, \xi)$ , 另一部分为雷达运动轨迹的相关项  $\varepsilon(\omega_g, \xi)$ 。 $\gamma(\omega_g, \xi)$  和  $\varepsilon(\omega_g, \xi)$  可表示为

$$\gamma(\omega_g, \xi) = \sqrt{4k_g^2 r^2 - \xi^2} + \xi \arcsin \frac{\xi}{2k_g r} + \xi\varphi \quad (8)$$

$$\varepsilon(\omega_g, \xi) = \sqrt{4k_g^2 R_{gc}^2 - \xi^2} + \xi \arcsin \frac{\xi}{2k_g R_{gc}} - \pi\xi \quad (9)$$

为将原始的 2 维回波数据转换为空间域中的目标图像, 我们需要通过式(10)补偿掉雷达运动轨迹半径的影响。

$$S'(\omega_g, \xi) = S_g(\omega_g, \xi) \cdot \exp[j\varepsilon(\omega_g, \xi)] \\ = \int_y \int_x f(x, y) \exp \left[ -j \left( \sqrt{4k_g^2 r^2 - \xi^2} \right. \right. \\ \left. \left. + \xi \arcsin \frac{\xi}{2k_g r} + \xi\varphi \right) \right] dx dy \quad (10)$$

对式(10)做关于  $\xi$  的逆傅里叶变换, 可得

$$S(\rho, \theta) = \int_y \int_x f(x, y) \exp[-j\rho r \cos(\theta - \varphi)] dx dy \quad (11)$$

显然  $S(\rho, \theta)$  为目标特性在极坐标系中的空间频率谱, 将  $S(\rho, \theta)$  从极坐标系变换到直角坐标系, 我们可以得到在直角坐标系中的频谱  $F(k_x, k_y)$ , 对  $F(k_x, k_y)$  做 2 维逆傅里叶变换, 即可得到目标图像  $f(x, y)$ 。

### 3.2 3 维空间中成像高度平面变换

上述 CSAR 成像是基于目标位于地平面的假设, 因此成像结果可看作是目标的 3 维特性函数  $f(x, y, z)$  在  $z = 0$  平面的 2 维分布即  $f(x, y, 0)$ 。而实际上, 我们是在需要对在不同的  $(x, y)$  点有不同高度值的 3 维目标进行 3 维成像。

对于 3 维目标场景, 散射点高度为  $z(x, y)$ , 则散射点与雷达间的距离应调整为式(12):

$$R(\theta) = \sqrt{(x - R_{gc} \cos \theta)^2 + (y - R_{gc} \sin \theta)^2 + [z(x, y) - H]^2} \quad (12)$$

现考虑  $|z(x, y)| \ll R_c$  的情况, 此时, 式(12)可近似为

$$R(\theta) \approx \sqrt{(x - R_{gc} \cos \theta)^2 + (y - R_{gc} \sin \theta)^2 + H^2} - \sin \theta_z \cdot z(x, y) \quad (13)$$

将式(13)代入式(1), 通过 3.1 节的推导可得在任意高度面的目标 2 维空间频率谱为

$$F_{xy}(k_x, k_y, z) = F_{xy}(k_x, k_y, 0) \cdot \exp\left(-j\sqrt{k_x^2 + k_y^2} \tan \theta_z \cdot z\right) \quad (14)$$

其中  $F_{xy}(k_x, k_y, 0)$  即为 3.1 节推导的地平面目标 2 维空间频率谱  $F(k_x, k_y)$ 。对  $F_{xy}(k_x, k_y, z)$  做关于空间频率  $k_x$  和  $k_y$  的 2 维逆傅里叶变换即可得到不同高度处的目标 2 维图像, 进而得到目标的 3 维图像  $f(x, y, z)$ 。

### 3.3 算法流程

通过上述分析, 为了将时间空间域中的原始 CSAR 数据转化为空间域中的目标图像, 本文提出了一种改进的基于波前重构的 3 维成像算法, 其步骤如下:

步骤 1 CSAR 回波信号经快时间匹配滤波, 得到快时间频率-方位角域信号  $s(\omega, \theta)$ ;

步骤 2 计算逆核函数  $\Lambda^{-1}(\omega_g, \omega)$ , 将斜平面 CSAR 数据转换为地平面数据  $s_g(\omega_g, \theta)$ ;

步骤 3 对地平面 CSAR 信号  $s_g(\omega_g, \theta)$  做关于慢时间方位角的傅里叶变换, 变换后的信号乘以相位函数  $\exp[j\epsilon(\omega_g, \xi)]$ , 得到极坐标系下的目标特性函数的空间频率谱  $S(\rho, \theta)$ ;

步骤 4 将  $S(\rho, \theta)$  从极坐标系映射到直角坐标系, 得到空间频率谱  $F_{xy}(k_x, k_y, 0)$ ;

步骤 5 将地平面的空间频率谱  $F_{xy}(k_x, k_y, 0)$  乘以相位函数  $\exp\left(-j\sqrt{k_x^2 + k_y^2} \tan \theta_z \cdot z\right)$ , 得到任意高度处的目标 2 维空间频率谱  $F_{xy}(k_x, k_y, z)$ ;

步骤 6 对  $F_{xy}(k_x, k_y, z)$  做 2 维逆傅里叶变换, 得到任意高度处的 2 维图像, 不同高度处的 2 维图像序列构成 3 维图像。

### 3.4 算法性能分析

与文献[4,5]中的算法相比, 该算法避免了 Hankel 函数的计算, 降低了算法实现的复杂度, 提高了计算效率。对于原算法, 在成像处理中需要计算 Hankel 函数  $H_\xi(\rho R_{gc} \cos \theta_z)$  的值, Hankel 函数可以表示为  $H_\xi(x) = J_\xi(x) \pm iY_\xi(x)$ , 其中  $J_\xi(x)$  称为第 1 类 Bessel 函数,  $Y_\xi(x)$  称为第 2 类 Bessel 函数。

在算法流程上, 本算法与原算法的不同主要体现在步骤 3 中得到  $s_g(\omega_g, \theta)$  之后求解  $S(\rho, \theta)$  的过程中。在该步骤中, 两种方法均需要经过一次 FFT 与一次 IFFT, 此外原算法中还需要计算 Hankel 函数, 而本方法则需要计算相位项  $\epsilon(\omega_g, \xi)$ 。对于  $360^\circ$  的圆周合成孔径, 方位向频率域  $\xi$  值为整数, 为计算 Hankel 函数, 需计算整数阶的第 1 类和第 2 类 Bessel 函数。对于第 1 类 Bessel 函数, 其计算量与精度有关, 而精度由泰勒展开式的阶数  $m$  决定。整数阶第 1 类 Bessel 函数  $J_\xi(x)$  的  $m$  阶泰勒展开式的运算量为  $O(m^2)$ , 对于  $N$  点的  $\xi$ , 总运算量为  $NO(m^2)$ , Hankel 函数  $H_\xi(x)$  运算量大于  $J_\xi(x)$  的运算量, 但仍可视为  $NO(m^2)$ 。典型情况下该值远大于两次 FFT 的运算量 ( $N$  点 FFT 运算量为  $O(N \log_2 N)$ )。而对于每计算一次  $\xi$  对应的相位项  $\epsilon(\omega_g, \xi)$ , 其运算量仅为 5 次乘法、3 次加法和 1 次求反三角函数, 对于  $N$  点的  $\xi$ , 其计算量也小于 FFT 的运算量。

## 4 仿真与实测数据处理

本节将通过多个点目标的仿真和 GTRI (Georgia Tech Research Institute) 3 维转台数据的处理, 来验证算法的有效性。

首先, 我们通过对多个点目标的仿真来验证算法的有效性。假设雷达探测的 3 维场景中分布多个 (本文取为 11 个) 单位散射强度的散射点, 散射点分布于 4 个高度面, 其具体位置如表 1 所示。雷达在 50 m 高度面沿圆周轨迹运动, 其波束始终指向场景中心并覆盖整个场景, 波束入射角为  $60^\circ$ 。雷达发射信号的载频为 9.6 GHz, 带宽为 1.2 GHz。雷达沿方位角数据采样区间为  $[0, 2\pi)$ 。

利用本文提出的成像算法, 在高度为 -1.2 m, -0.4 m, 0.4 m 和 1.2 m 的高度面生成的 4 幅 2 维图像如图 2 所示。从图中可以看出, 散射点只有在所在高度层才能很好地聚焦, 在图像中表现为亮点; 而散焦的散射点在图像中表现为幅度较低的圆环 (由于散焦点对应的圆环的幅度很低, 为能在图像中较好地显示出来, 图 2 中显示的图像幅度为实际图像幅度的对数)。由 2 维图像序列构建的 3 维图像如

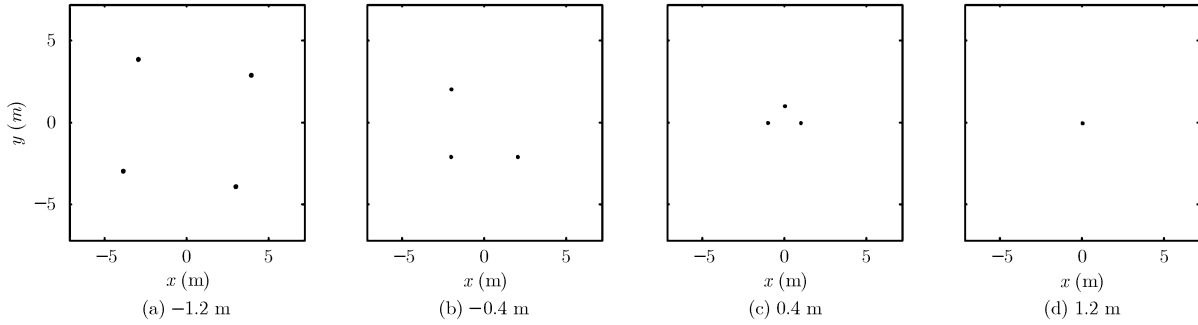


图 2 不同高度层的 2 维图像

表 1 3 维场景中散射点的分布

散射点序号	位置坐标		
	$x$ (m)	$y$ (m)	$z$ (m)
1	0	0	1.2
2	1	0	0.4
3	0	1	0.4
4	-1	0	0.4
5	-2	2	-0.4
6	-2	-2	-0.4
7	2	-2	-0.4
8	4	3	-1.2
9	-3	4	-1.2
10	-4	-3	-1.2
11	3	-4	-1.2

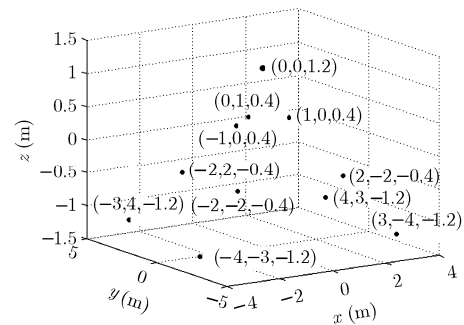


图 3 3 维图像

图 3 所示。显然利用本文中的成像算法，我们获得了较为精确的 3 维图像。

为进一步验证算法的有效性，我们利用实际数据对真实场景进行成像。本文中选取的数据为 GTRI 3 维转台数据中的一部分<sup>[1,4]</sup>，其中部分相关参数如表 2 所示。

利用本文中提出的算法，我们得到场景在  $z =$

-1.25 m 和 0.75 m 高度处的 2 维切片如图 4 所示。散射点只有在其所在高度面才能很好地聚焦，偏离其所在高度越大，散焦越严重。图 4 中  $z = 0.75$  m 高度面(图 4(a))中的两个角反射器聚焦程度相对较好，而炮管在  $z = 0.75$  m 高度面(图 4(b))聚焦程度相对较好。

### 5 结论

本文提出了一种改进的基于波前重构的适用于圆周 SAR 系统的 3 维成像新算法。该算法在生成图像的过程中，通过补偿掉雷达运动轨迹的影响进行聚焦，避免了 Hankel 函数的计算，从而降低了算法实现的复杂度；同时该算法避免了平面波近似，保

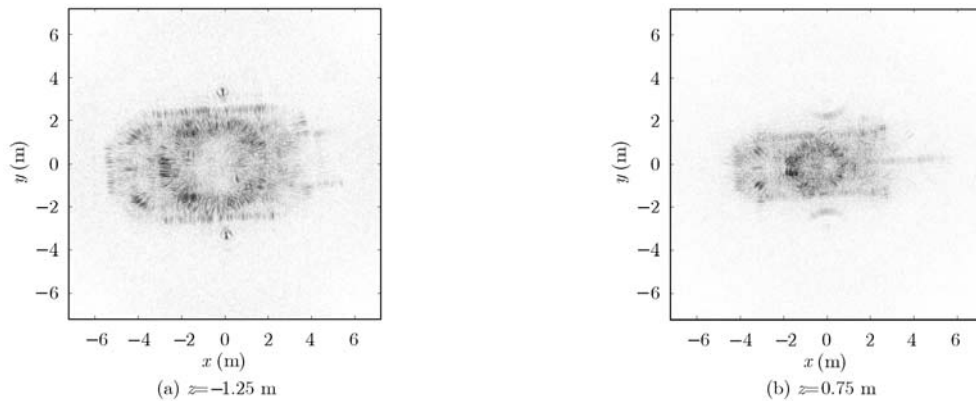


图 4 -1.25 m, 0.75 m 高度面的 2 维图像

表 2 GTRI 3 维转台数据相关参数

中心频率	9.6 GHz
极化方式	HH
雷达与场景中心的距离	52.88 m
俯仰角 $\theta_z$	30°
快时间频率采样间隔	3 MHz
快时间频率点数	221
方位角采样间隔	0.05°
方位角采样区间	$[0, 2\pi)$

证了成像结果的准确性。仿真与实际数据成像结果表明该算法是一种适用于圆周 SAR 系统的有效新算法。

### 参 考 文 献

- [1] Bryant M L, Gostin L L, and Soumekh M. 3-D E-CSAR imaging of a T-72 tank and synthesis of its SAR reconstructions[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(1): 211-227.
- [2] Sharma R. Analysis of circular aperture SAR image formation[C]. Signals, Systems and Computers, Conference Record of the Forty-Third Asilomar Conference, Pacific Grove, CA, Nov. 1-4, 2009: 482-487.
- [3] 林赞, 谭维贤, 洪文, 等. 圆迹 SAR 极坐标格式算法研究[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(12): 2802-2807.  
Lin Yun, Tan Wei-xian, Hong Wen, *et al.* Polar format algorithm for circular synthetic aperture radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(12): 2802-2807.
- [4] Soumekh M. Synthetic Aperture Radar Signal Processing with MATLAB Algorithm[M]. New York: Wiley, 1999: 491-521.
- [5] Soumekh M. Reconnaissance with slant plane circular SAR imaging[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1996, 5(8): 1252-1265.
- [6] Burki J and Barnes C F. Slant plane CSAR processing using Householder transform[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2008, 17(10): 1900-1907.
- [7] Flores-Tapia D, Thomas G, Ashtari A, *et al.* 3D breast microwave imaging based on wavefront reconstruction[C]. Proceedings of the 28th IEEE EMBS Annual International Conference, New York, Aug. 30-Sept. 3, 2006: 2542-2545.
- [8] Flores-Tapia D, Thomas G, and Pistorius S. A wavefront reconstruction method for 3-D cylindrical subsurface radar imaging[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2008, 17(10): 1908-1925.
- [9] Flores-Tapia D, Thomas G, and Pistorius S. Wavefront reconstruction of 3D cylindrical subsurface radar imagery: a study on synthetic phantoms[C]. Radar Conference, Rome, May 26-30, 2008: 1-6.
- [10] Flores-Tapia D, Thomas G, and Pistorius S. Wavefront reconstruction method for subsurface radar imagery acquired along circular and planar scan trajectories[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(3): 1346-1363.
- [11] Flores-Tapia D and Pistorius S. Spatial sampling constraints on breast microwave radar scan acquired along circular scan geometries[C]. Biomedical Imaging: From Nano to Macro, Chicago, IL, March 30-April 2, 2011: 496-499.

王本君：男，1987年生，硕士生，研究方向为雷达信号处理、SAR 3 维成像。

闵 锐：男，1978年生，讲师，研究方向为图像传输、雷达成像与信号处理。

皮亦鸣：男，1968年生，教授，博士生导师，研究方向为雷达信号处理、定位与导航、图像高速处理与传输等。