

采用 Radon-Wigner 变换的二维波达方向估计

许建忠^{*①} 孙红伟^② 孙业岐^① 段平光^①

^①(河北大学物理科学与技术学院 保定 071002)

^②(河北大学工商学院 保定 071002)

摘要: 针对宽带多线性调频信号 2 维波达方向(2-D DOA)估计精度低的问题,该文提出了一种基于 Radon-Wigner 变换(RWT)的 2-D DOA 估计方法。该方法利用 RWT 在多目标环境下能够有效抑制交叉项干扰和噪声,具有很好的时频汇聚性特点,通过峰值搜索确定目标个数并重构信号阵列,最后利用 MUSIC 空间谱分析方法实现了对多个 LFM 信号的 2-D DOA 估计。仿真实验表明,基于 RWT 的 DOA 估计方法能对非平稳信号进行有效的 2-D DOA 估计。

关键词: 信号处理; 线性调频信号; 2 维波达方向估计; Radon-Wigner 变换(RWT)

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)04-0997-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.00885

2-D Direction of Arrival Estimation Method Using Radon-Wigner Transform

Xu Jian-zhong^① Sun Hong-wei^② Sun Ye-qi^① Duan Ping-guang^①

^①(College of Physics Science and Technology, Hebei University, Baoding 071002, China)

^②(Business School, Hebei University, Baoding 071002, China)

Abstract: According to the problem of two-dimension (2-D) Direction Of Arrival (DOA) estimation accuracy low for wideband Linear Frequency Modulation (LFM) signals, a method of 2-D DOA estimation based on Radon-Wigner Transform (RWT) is proposed. In this method, by using the excellent time-frequency concentration performance of RWT which can eliminate cross interference terms and noise effectively in the background of multiple sources firstly, the number of target is determined by peak researching, and the array signal is reconstructed. Finally the MUSIC spatial spectrum analysis algorithm is used to estimate the 2-D DOA of multiple LFM signals. The simulation results show that the method based on RWT can efficiently estimate 2-D DOA for non-stationary signals.

Key words: Signal processing; Linear Frequency Modulation (LFM) signals; 2-D Direction Of Arrival (DOA) estimation; Radon-Wigner Transform (RWT)

1 引言

线性调频信号(LFM)是一种特殊的非平稳信号,在通信、雷达、声纳等系统中都有着广泛的应用,针对此类信号的波达方向(DOA)估计问题日益受到人们的重视。近年来,为对非平稳信号进行有效的 DOA 估计,国内外学者提出了不少有效的方法。文献[1-3]提出空间时频矩阵的概念,将 Wigner-Ville 分布(WVD)应用于阵列信号处理中,但在多信号情况下, WVD 存在的交叉项影响了这些方法对信号的选取和 DOA 估计的精度;文献[4]采用短时傅里叶变换建立空间时频分布,避免了 WVD 交叉

项的干扰,实现了 2 维的 DOA 估计,但存在复杂的参数配对;文献[5]利用分数阶傅里叶变换(FRFT)良好的时频聚集特性在 FRFT 域结合子空间方法实现了 LFM 信号的 2 维 DOA 估计,但该方法减少了阵列的孔径,其精度等参数存在一定的限制。

本文将 Radon-Wigner 变换(RWT)方法引入到阵列信号处理中,结合 MUSIC 算法,提出了一种基于 RWT 的 LFM 信号 2 维 DOA 估计算法,该算法能够抑制 WVD 存在的交叉项干扰,并可以同时多个 LFM 信号的 DOA 估计,具有在低信噪比情况下进行 DOA 估计的能力。仿真实验验证了该算法的有效性。

2 阵列信号模型

假设空间存在 L 个线性调频信号,入射到一个

2011-08-29 收到, 2011-12-21 改回

*通信作者: 许建忠 bdxjz@sina.com

均匀竖直平面阵上,如图 1 所示,均匀平面阵是由 $M \times N$ 个全向天线阵元等间距排列在平面上组成^[6].参考阵元为坐标原点,阵元间隔为 d ,则第 p 行, q 列阵元的输出为

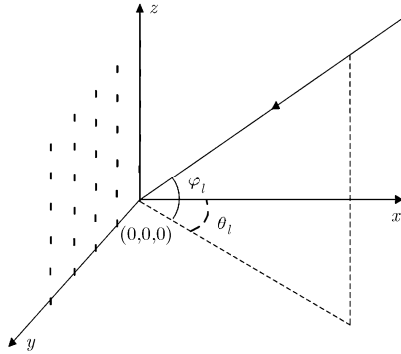


图 1 均匀平面阵竖面放置结构示意图

$$x^{pq}(t) = \sum_{l=1}^L g_l^{pq} s_l(t - \tau_l^{pq}) + n^{pq}(t) \quad (1)$$

其中 g_l^{pq} 表示 (p, q) 阵元对第 l 个信号的接收增益, $\{s_l(t)\}_{l=1}^L$ 为互不相关的线性调频信号,

$$s_l(t) = \exp \left[j2\pi \left(f_{l0}t + \frac{1}{2} \beta_l t^2 \right) \right] \quad (2)$$

式中 f_{l0} 和 β_l 分别是线性调频信号的初始频率和调频斜率, $n^{pq}(t)$ 为相互独立的高斯白噪声, τ_l^{pq} 为信号 $s_l(t)$ 在 (p, q) 阵元相对于参考阵元的延时,

$$\tau_l^{pq} = \frac{d}{c} [(p-1) \sin \theta_l \cos \varphi_l + (q-1) \sin \varphi_l] \quad (3)$$

其中 c 为电磁波传播速度, θ_l, φ_l 分别为第 l 个入射信号的方位角和俯仰角。

假设阵列中各阵元各项同性且无通道不一致、互耦等因素的影响,式(1)中的 g_l^{pq} 可以省略(即归一化为 1),将所有阵元输出写成向量形式,并将 $s_l(t)$ 代入,可以得到

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{l=1}^L \mathbf{a}_l(t) s_l(t) + \mathbf{N}(t) \quad (4)$$

其中

$$\mathbf{a}_l(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j2\pi[f_{l0}\tau_l^{12} - (1/2)\beta_l(\tau_l^{12})^2]} e^{-j2\pi\beta_l\tau_l^{12}t} \\ \vdots \\ e^{-j2\pi[f_{l0}\tau_l^{1N} - (1/2)\beta_l(\tau_l^{1N})^2]} e^{-j2\pi\beta_l\tau_l^{1N}t} \\ \vdots \\ e^{-j2\pi[f_{l0}\tau_l^{M1} - (1/2)\beta_l(\tau_l^{M1})^2]} e^{-j2\pi\beta_l\tau_l^{M1}t} \\ \vdots \\ e^{-j2\pi[f_{l0}\tau_l^{MN} - (1/2)\beta_l(\tau_l^{MN})^2]} e^{-j2\pi\beta_l\tau_l^{MN}t} \end{bmatrix} \quad (5)$$

为第 l 个信号在 $M \times N$ 平面阵列中的时变方向向量。

3 基于 Radon-Wigner 变换的阵列模型

3.1 Radon-Wigner 变换

连续解析信号 $x(t)$ 的 WVD 为

$$W(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t + \tau/2) x^*(t - \tau/2) e^{-j2\pi\tau f} d\tau \quad (6)$$

WVD 对线性调频信号具有很好的时频聚集性,但在分析多个信号时,在信号之间、信号和噪声之间存在着严重的交叉项,影响了对有用信号的检测。而 RWT 是对信号的 WVD 时频平面作直线积分投影的 Radon 变换,通过 Radon 变换对 WVD 平面进行积分可以实现对信号项的聚集和交叉项的平滑,在一定程度上能够抑制交叉项的影响。

在 WVD 时频平面中,若用 f 轴的 f_0 和斜率 β 为参数来表示直线,则当沿 $f = f_0 + \beta t$ 作直线积分时,可以得到用 (f_0, β) 表示的 RWT^[7]。

$$R(u, \alpha) = \frac{1}{|\sin \alpha|} \int_{-\infty}^{+\infty} W(t, f_0 + \beta t) dt \Big|_{f_0 = u/\sin \alpha, \beta = -\cot \alpha} \quad (7)$$

式(7)表明,若 $x(t)$ 为参数 f_0 和 β 的 LFM 信号,则积分值最大,而当参数偏离 f_0, β 时积分值迅速减小。因而对一定的 LFM 信号其 RWT 会在对应的参数 (f_0, β) 处呈现尖峰,由此在 RWT 域中可容易地将信号与交叉项区分开。同时,利用 RWT 可以实现 LFM 信号的检测^[8],并在给定虚警概率的情况下检测信号源的个数。

3.2 阵列信号的 Radon-Wigner 变换

由式(1),式(2)可知,第 (p, q) 阵元接收到的 $s_l(t)$ 为

$$s_l^{pq}(t) = \exp \left\{ -j2\pi \left[f_{l0} \tau_l^{pq} - \frac{1}{2} \beta_l (\tau_l^{pq})^2 \right] \right\} \cdot \exp \left\{ j2\pi \left[(f_{l0} - \beta_l \tau_l^{pq}) t + \frac{1}{2} \beta_l t^2 \right] \right\} \quad (8)$$

显然,式(8)中第 1 项是一个只与延时有关的常量,LFM 信号延时后并不改变信号的调频率,改变的只是初始频率和相位。对其进行 RWT,有

$$R_s(u, \alpha) = \frac{1}{|\sin \alpha|} \int_{-\infty}^{+\infty} W_s(t, f_{l0} - \beta_l \tau_l^{pq} + \beta_l t) dt \quad (9)$$

式中 $R_s(u, \alpha)$ 在 $\alpha_l = -\text{arccot} \beta_l, u_l = (f_{l0} - \beta_l \tau_l^{pq}) \cdot \sin \alpha_l^{pq}$ 时取得最大值。因此通过搜索最大值,得到 (u_l, α_l) 值,由此可以得到重构的阵列信号为

$$\mathbf{X}_r(t) = \sum_{r=1}^L \mathbf{a}_{r_l}(t) s_{r_l}(t) + \mathbf{N}_{r_l}(t) \quad (10)$$

其中

$$s_{r_l}(t) = \exp \left\{ j2\pi \left[\frac{u_l}{\sin \alpha_l} t + \frac{1}{2} (-\cot \alpha_l) t^2 \right] \right\} \quad (11)$$

$$\mathbf{a}_{r_l}(\tau) = \begin{bmatrix} 1 \\ \exp\left\{-j2\pi\left[\frac{u_l}{\sin\alpha_l}\tau_l^{12} - \frac{1}{2}(\cot\alpha_l)(\tau_l^{12})^2\right]\right\} \\ \vdots \\ \exp\left\{-j2\pi\left[\frac{u_l}{\sin\alpha_l}\tau_l^{1N} - \frac{1}{2}(\cot\alpha_l)(\tau_l^{1N})^2\right]\right\} \\ \vdots \\ \exp\left\{-j2\pi\left[\frac{u_l}{\sin\alpha_l}\tau_l^{M1} - \frac{1}{2}(\cot\alpha_l)(\tau_l^{M1})^2\right]\right\} \\ \vdots \\ \exp\left\{-j2\pi\left[\frac{u_l}{\sin\alpha_l}\tau_l^{MN} - \frac{1}{2}(\cot\alpha_l)(\tau_l^{MN})^2\right]\right\} \end{bmatrix} \quad (12)$$

由此可见, 阵列的方向向量是延时 τ 的变量, 即方位角 θ 和俯仰角 φ 的变量。

4 基于 MUSIC 的 DOA 估计算法

将式(10)写成阵列向量形式为

$$\mathbf{X}_r(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}_r(t) + \mathbf{N}_r(t) \quad (13)$$

其中

$$\mathbf{X}_r(t) = [x_{r1}(t) \ x_{r2}(t) \ \cdots \ x_{rL}(t)]^T \quad (14)$$

$$\mathbf{S}_r(t) = [s_{r1}(t) \ s_{r2}(t) \ \cdots \ s_{rL}(t)]^T \quad (15)$$

$$\mathbf{A}_r = [a_{r1}(\tau) \ a_{r2}(\tau) \ \cdots \ a_{rL}(\tau)] \quad (16)$$

$\mathbf{N}_r(t)$ 为噪声向量。与阵列输出表达式(13)对应的协方差矩阵为^[9]

$$\mathbf{R}_{XX} = E[\mathbf{X}_r\mathbf{X}_r^H] = \mathbf{A}\mathbf{R}_{SS}\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (17)$$

式中 $\mathbf{R}_{SS} = E[\mathbf{S}_r\mathbf{S}_r^H]$ 为信号的协方差矩阵, σ^2 表示噪声功率谱密度, 由于信号和噪声相互独立, 即 \mathbf{R}_{XX} 可以分解为信号、噪声两部分。对 \mathbf{R}_{XX} 进行特征分解有

$$\mathbf{R}_{XX} = \mathbf{U}_S \sum \mathbf{U}_S^H + \mathbf{U}_N \sum \mathbf{U}_N^H \quad (18)$$

其中 \mathbf{U}_S 和 \mathbf{U}_N 分别对应了信号子空间和噪声子空间。这样, 根据 MUSIC 算法即可得到第 l 信号的空间谱为

$$P(\theta, \varphi) = \frac{1}{\mathbf{a}_{r_l}^H(\theta, \varphi)\mathbf{U}_N\mathbf{U}_N^H\mathbf{a}_{r_l}(\theta, \varphi)} \quad (19)$$

对式(19)进行 2 维谱峰搜索, 即可得到第 l 信号的方位角 θ_l 和俯仰角 φ_l 。

综合上面的内容, 基于 RWT 的 DOA 估计算法的具体步骤为:

(1) 对阵元上接收的信号进行 RWT, 得到 $R_s(u, \alpha)$, 通过峰值搜索, 求出各个 LFM 信号对应的 (u_l, α_l) ;

(2) 由式(10)~式(12)重构信号阵列模型;

(3) 由重构的信号阵列, 得到相关矩阵 \mathbf{R}_{XX} ;

(4) 对 \mathbf{R}_{XX} 进行特征分解, 得到信号子空间和噪声子空间, 由式(19)对 $P(\theta, \varphi)$ 进行最大谱峰搜索, 当 $P(\theta, \varphi)$ 为最大时, 对应的 θ 即为估计的信号入射方位角, φ 为估计的信号入射俯仰角;

(5) 存在多个 LFM 信号时, 重复(2)~(4), 分别得到各信号的波达方向。

5 仿真实验

设阵列形式为 8×8 个阵元的均匀平面阵, 阵元间距为半波长, 以均匀平面阵轴线方向为参考, 两个 LFM 信号分别以 $(5^\circ, 10^\circ)$, $(-10^\circ, 25^\circ)$ 入射到阵列上, 经去载频后的中心频率分别为 $f_{10} = 100$ MHz, $f_{20} = 80$ MHz, 调频率分别为 $\beta_1 = 80$ MHz/ μ s, $\beta_2 = 60$ MHz/ μ s, 采样率为 400 MHz, 采样快拍数为 200, 阵元噪声为相互独立的零均值高斯白噪声。

(1) DOA 估计实现 由图 2 中 RWT 的 3 维时频图可见, 在信噪比为 -5 dB 时, 两个 LFM 信号在 RWT 域中非常突出, 有着明显的尖峰, 交叉项和噪声引起的干扰很小, 可以很容易地分辨出来, 从而确定其 (u, α) 值。

图 3 为信噪比等于 -5 dB 时, 入射信号经 Radon-Wigner 变换后重构信号阵列并进行 2 维 MUSIC 空间谱估计的结果, 由其峰值位置可以得到两个信号的入射角估计分别为 $(5.163^\circ, 10.239^\circ)$, $(-9.763^\circ, 25.327^\circ)$ 。

(2) DOA 估计性能 均方根误差是描述估计性能的重要指标, 设蒙特卡罗实验次数为 N , 第 n 次实验中第 l 信号的估计结果为 $(\theta'_{nl}, \varphi'_{nl})$, 而其真实值为 (θ_l, φ_l) , 则第 l 信号的均方根误差定义为

$$\left. \begin{aligned} \text{RMSE}_{\theta_l} &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\theta'_{nl} - \theta_l)^2} \\ \text{RMSE}_{\varphi_l} &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\varphi'_{nl} - \varphi_l)^2} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中 RMSE_{θ_l} , RMSE_{φ_l} 分别为估计的方位角和俯仰角的均方根误差。

在不同的信噪比下分别进行 200 次的蒙特卡罗实验, 得到 DOA 估计值的均方根误差与信噪比的关系曲线, 并与基于 FRFT 的算法^[5]进行了比较, 如图 4 所示。由图可见在低 SNR 下本方法也具有较高的估计精度, 说明本文提出算法的有效性并优于 FRFT 算法, 在同样的信噪比下, 本文算法的估计精度优于 FRFT 算法, 其原因在于 RWT 对 LFM 信号具有更好的时频汇聚能力, 同时 RWT 中的线积分能够平滑高频振荡, 抑制噪声。

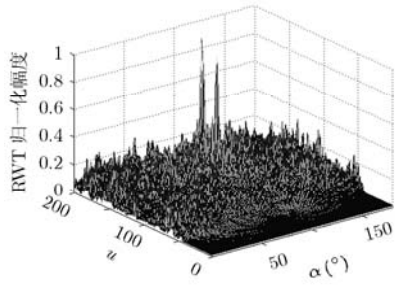


图 2 阵元信号的 Radon-Wigner 变换

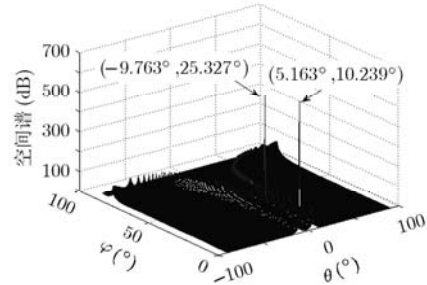


图 3 入射角度估计

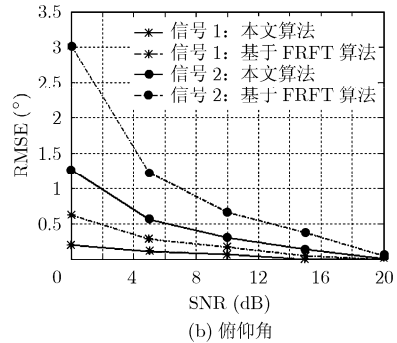
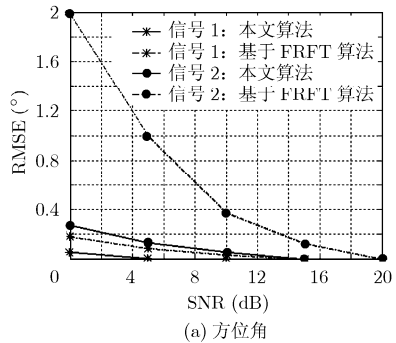
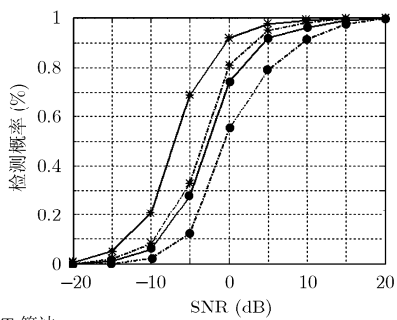
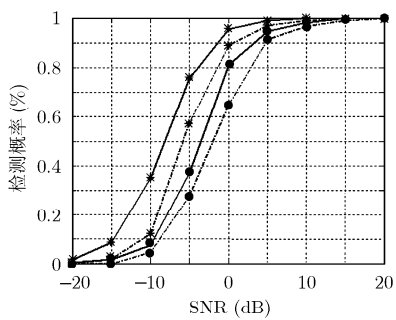


图 4 DOA 估计值的 RMSE 随 SNR 的变化曲线

图 5 给出了基于 FRFT 算法与本文算法进行 DOA 估计的检测概率随信噪比变化的比较曲线, 检测概率^[10]定义为 $P = N_r / N$, N_r 为 DOA 估计值与入射角度值相差小于 0.1° 的次数, N 为进行实验的总次数, 仿真次数同上。从仿真结果可以看到, 本文算法比基于 FRFT 算法降低了信噪比门限, 在同样的信噪比下, 本文算法的检测概率高于 FRFT 算法。

6 结束语

本文利用 RWT 可有效去除交叉项干扰并具有很好的时频汇聚性特点, 对阵元接收的 LFM 信号进行变换, 构造 RWT 域的阵列数据向量, 将阵列信号的时变方向矩阵变换为非时变方向矩阵, 从而利用 MUSIC 空间谱分析方法实现对多个 LFM 信号的 DOA 估计, 仿真实验验证了该算法的有效性。



(a) 方位角

(b) 俯仰角

图 5 检测概率随 SNR 的变化曲线

参考文献

[1] Belouchrani A and Amin M G. Time-frequency MUSIC[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 1999, 6(5): 109-110.
 [2] Gershman B and Amin M G. Wideband direction of arrival

estimation of multiple chirp signals using spatial time-frequency distribution[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2000, 7(6): 152-155.
 [3] Zhang Y, Mu W, and Amin M G. Subspace analysis of spatial

- time-frequency distribution matrices [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(4): 747-759.
- [4] 李立萍, 黄克骥, 陈天麒. 基于 STFT 的相干宽带调频信号 2-D 到达角估计 [J]. 电子与信息学报, 2005, 27(11): 1760-1764.
- Li Li-ping, Huang Ke-ji, and Chen Tian-qi. 2-D DOA estimation of coherent wide-band FM signals based on STFT[J]. *Journal of Electronic & Information Technology*, 2005, 27(11): 1760-1764.
- [5] 杨小明, 陶然. 基于分数阶傅里叶变换的线性调频信号二维波达方向估计[J]. 电子学报, 2008, 36(9): 1737-1740.
- Yang Xiao-ming and Tao Ran. 2-D DOA estimation of LFM signals based on fractional Fourier transform[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2008, 36(9): 1737-1740.
- [6] 杨雪亚, 陈伯孝. 一种新的二维角度估计的高分辨算法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(4): 953-958.
- Yang Xue-ya and Chen Bai-xiao. A high-resolution method for 2-D DOA estimation[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(4): 953-958.
- [7] 胡航. 利用 Radon-Wigner 变换提高 LFM 信号的时频 DOA 估计性能[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2009, 41(7): 26-29.
- Hu Hang. Improvement of DOA estimation performance for LFM signals using Radon-Wigner transform[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2009, 41(7): 26-29.
- [8] 张贤达, 保铮. 非平稳信号分析与处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998: 177-180.
- Zhang Xian-da and Bao Zheng. *Nonstationary Signal Analysis and Processing*[M]. Beijing: Defense Industry Press, 1998: 177-180.
- [9] 刘小河, 王建英, 郭洋, 等. 基于分数阶傅里叶变换的宽带 LFM 相干信号二维 DOA 估计[J]. 数据采集与处理, 2010, 25(3): 413-418.
- Liu Xiao-he, Wang Jian-ying, Guo Yang, et al. 2-D DOA estimation of coherent wideband LFM sources based on fractional Fourier transform[J]. *Journal of Data Acquisition & Processing*, 2010, 25(3): 413-418.
- [10] 李会勇, 侯碧波, 何子述, 等. 一种互耦条件下多径信号的 2D DOA 估计方法[J]. 信号处理, 2011, 27(4): 634-639.
- Li Hui-yong, Hou Bi-bo, He Zi-shu, et al. A novel method for multipath signals' 2D DOA estimation in the presence of mutual coupling[J]. *Signal Processing*, 2011, 27(4): 634-639.
- 许建忠: 男, 1968 年生, 博士, 研究方向为雷达信号处理、测控仿真.
- 孙红伟: 女, 1966 年生, 高级工程师, 研究方向为阵列信号处理、EDA 技术.
- 孙业岐: 男, 1957 年生, 高级实验师, 研究方向为目标检测、数据融合.
- 段平光: 男, 1980 年生, 实验师, 研究方向为数字信号处理、目标检测.