针对方向图综合的 MIMO 雷达双边自适应矩阵算法

王　勇　　刘宏伟　　纠　博*　　杨晓超
(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室　西安　710071)

摘　要：为了降低 MIMO 雷达自适应矩阵算法(Adaptive Matrix Approach, AMA)的计算复杂度和样本需求，该文提出一种双边 AMA(Two-Sided AMA, TS-AMA)算法。TS-AMA 算法将 AMA 算法的权矩阵分解成两个低维权矩阵的 Kronecker 积，从而将 AMA 算法的代价函数转化为一个双二次的代价函数。新的代价函数可以通过结合半正定规划(Semi-Definite Programming, SDP)和双迭代算法(Bi-Iterative Algorithm, BIA)有效地求解。相比 AMA 算法，TS-AMA 算法的收敛速度更快，样本需求更低，运算量更小。仿真结果说明了该算法的有效性。

关键词：MIMO 雷达；方向图综合；双边自适应矩阵算法；半正定规划；双迭代算法
中图分类号：TN958　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-5896(2012)04-0898-06
DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.00861

Beampattern Synthesis via a Two-sided Adaptive Matrix Approach for MIMO Radar

Wang Yong　　Liu Hong-wei　　Jiu Bo　　Yang Xiao-chao
(*National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an* 710071, *China*)

Abstract: To reduce the computational complexity and training samples required of Adaptive Matrix Approach (AMA), a Two-Sided AMA (TS-AMA) for MIMO radar is proposed. The proposed algorithm converts the cost function of AMA into a bi-quadratic one by decomposing the weight matrix of AMA into a Kronecker of two small dimensional weight matrices. The new cost function can be efficiently solved by combining Semi-Definite Programming (SDP) with Bi-Iterative Algorithm (BIA). The proposed algorithm has faster convergence rate, smaller training samples required and lower computational complexity comparable with that of AMA. The numerical examples are provided to demonstrate the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: MIMO radar; Beampattern synthesis; Two-Sided Adaptive Matrix Approach (TS-AMA); Semi-Definite Programming (SDP); Bi-Iteration Algorithm (BIA)

1　引言

近年来，多输入多输出(MIMO)雷达受到了广泛的关注[1−6]。根据天线的稀疏程度，MIMO 雷达可以分为分布式和集中式两大类。分布式 MIMO 雷达天线间距较大，具有空间分集增益，能提高对闪烁目标的探测能力[1,2]；集中式 MIMO 雷达天线间距较小，每个天线可以发射不同的信号波形，具有较好的波形分集能力。与传统的相控阵雷达相比，集中式 MIMO 雷达拥有更高的目标分辨能力[3]和更好的参数辨识能力[4]，并且可以根据需要进行灵活的方向图设计与波形优化[5]。

阵列信号处理的一个基本问题是方向图综合问题。根据加权方式的不同，方向图综合方法可以分为向量加权方法[6,7]和矩阵加权方法[8,9]两类。向量加权方法通过对回波进行向量加权来综合方向图，其方向图参数，比如主瓣宽度和旁瓣电平，不能精确地控制并根据不同的需要进行调整[9]。为了能更灵活地控制方向图，文献[8]提出了自适应矩阵算法(Adaptive Matrix Approach, AMA)。AMA 算法能够对方向图的主瓣宽度和旁瓣电平进行严格地控制，其代价函数是一个半正定规划(Semi-Definite Programming, SDP)，因此可以通过凸优化工具包 CVX[10]求解其全局最优解。对于 MIMO 雷达来说，AMA 算法虽然能够对发射接收双程的方向图进行灵活地控制，但算法处理的维数为发射阵元数与接收阵元数的乘积。对于较少的发射阵元和接收阵元，MIMO 雷达 AMA 算法的处理维数也可能会很大。此时其计算复杂度和样本需求将很大。在向量加权方法中，为了降低 MIMO 雷达最小方差无畸变响应

2011-08-21 收到，2011-11-25 改回
国家自然科学基金(60901067, 61001212)，新世纪优秀人才支持计划(NCET-09-0630)，长江学者和创新团队发展计划(IRT0954)和中央高校基本科研业务费专项资金联合资助课题
*通信作者：纠博　bojiu@mail.xidian.edu.cn

(Minimum Variance Distortionless Response, MVDR)算法的计算复杂度和样本需求，文献[6]给出了一种双边 MVDR 算法(Two-Sided MVDR, TS-MVDR)。TS-MVDR 算法采用权值分离的形式，通过迭代地求解两个更低维的权向量，在大大减少运算量的同时，其方向图也保证了主瓣方向不衰减并很好地抑制了干扰。但是，TS-MVDR 算法的方向图参数，比如主瓣宽度和旁瓣电平，不能精确灵活地控制。当样本数较少时，TS-MVDR 算法的方向图旁瓣较高。为了灵活地控制发射接收双程方向图并降低 MIMO 雷达 AMA 算法的运算量和样本需求，本文提出了一种 MIMO 雷达双边 AMA 算法(Two-Sided AMA, TS-AMA)。

2　MIMO 雷达信号模型

对于一个由 M 个发射天线和 N 个接收天线构成的 MIMO 雷达系统，其结构如图 1 所示。系统发射的信号矩阵可以表示为 $\boldsymbol{S}=[\boldsymbol{s}_1^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{s}_M^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{s}_m=[s_m(1),\cdots,s_m(L)]$ 表示第 $m\,(m=1,\cdots,M)$ 个发射天线所发射的编码信号，L 表示编码长度(快时间维的采样点数)。若发射信号正交，并且各阵元发射的信号功率均相等且为单位功率，则发射信号的协方差矩阵 $\boldsymbol{R}_{ss}=\boldsymbol{S}\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}/L=\boldsymbol{I}_M$，$\boldsymbol{I}_M$ 表示 $M\times M$ 维单位阵。令 θ 表示感兴趣目标的方位角，则发射导向矢量和接收导向矢量可分别表示为[4]

$$\boldsymbol{a}_t(\theta)=\left[\exp\left(-j2\pi f_0\tau_1(\theta)\right),\cdots,\exp\left(-j2\pi f_0\tau_M(\theta)\right)\right]^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{a}_r(\theta)=\left[\exp\left(-j2\pi f_0\tau_1'(\theta)\right),\cdots,\exp\left(-j2\pi f_0\tau_N'(\theta)\right)\right]^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

其中 f_0 表示发射信号的载频，$\tau_i(\theta)$ 和 $\tau_j'(\theta)$ 分别表示信号从第 i 个发射天线到达目标的时延和从目标到达第 j 个接收天线的时延。在远场条件下，MIMO 雷达接收到的信号可表示为[4,6]

$$\boldsymbol{X}=\beta\boldsymbol{a}_r(\theta)\boldsymbol{a}_t^{\mathrm{T}}(\theta)\boldsymbol{S}+\boldsymbol{Z} \tag{3}$$

其中 β 代表目标复散射系数，其正比于目标的雷达截面积(Radar Cross Section, RCS)。$\boldsymbol{Z}$ 表示剩余项，

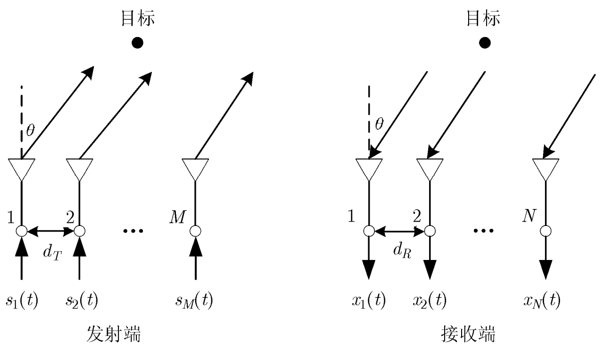


图 1 MIMO 雷达系统结构示意图

包含了干扰和噪声。假设 $\boldsymbol{Z}$ 的列向量独立同分布，服从均值为零协方差矩阵未知的复高斯分布[6]。经过脉冲压缩以后，式(3)可以转化为[6]

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{X}\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}/L=\beta\boldsymbol{a}_r(\theta)\boldsymbol{a}_t^{\mathrm{T}}(\theta)+\boldsymbol{Z}\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}/L \tag{4}$$

3　MIMO 雷达 TS-AMA 算法

3.1 TS-AMA 算法的代价函数及求解

在本小节中，首先给出 TS-MVDR 算法代价函数的等价矩阵加权形式，然后在其基础上给出 TS-AMA 算法的代价函数。在矩阵加权方式中，TS-MVDR 算法的代价函数等价于

$$\left.\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{U},\boldsymbol{V}}\ J(\boldsymbol{U},\boldsymbol{V})=\mathrm{E}\left\{\left\|\boldsymbol{U}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Y}\boldsymbol{V}\right\|_{\mathrm{F}}^2\right\}\\&\text{s.t.}\quad \left\|\boldsymbol{U}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}_r(\theta_0)\boldsymbol{a}_t^{\mathrm{T}}(\theta_0)\boldsymbol{V}\right\|_{\mathrm{F}}^2=1\\&\qquad \mathrm{rank}(\boldsymbol{U})=1\\&\qquad \mathrm{rank}(\boldsymbol{V})=1\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

其中符号 $\mathrm{E}\{\bullet\}$ 表示取期望运算，$\|\bullet\|_{\mathrm{F}}$ 表示矩阵的 Frobenius 范数，$\mathrm{rank}(\bullet)$ 表示取矩阵的秩。θ_0 表示感兴趣目标的波达角。$\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 分别表示双边加权中的接收权矩阵和发射权矩阵。式(5)可以通过用 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 分别代替文献[6]中式(11)的 $\boldsymbol{u}$ 和 $\boldsymbol{v}$ 容易地得到。我们可以发现式(5)是非凸的，因为有优化变量的秩约束[9]。当去掉秩约束后，式(5)可以转化为

$$\left.\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{P},\boldsymbol{Q}}\ J(\boldsymbol{P},\boldsymbol{Q})=\mathrm{E}\left\{\mathrm{tr}\left(\boldsymbol{P}\boldsymbol{Y}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{Y}^{\mathrm{H}}\right)\right\}\\&\qquad\qquad\quad =\mathrm{E}\left\{\mathrm{tr}\left(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{Y}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{Y}\right)\right\}\\&\text{s.t.}\quad B_r(\boldsymbol{P},\theta_0)B_t(\boldsymbol{Q},\theta_0)=1\\&\qquad \boldsymbol{P}\ge 0,\ \boldsymbol{Q}\ge 0\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

其中符号 $\mathrm{tr}(\bullet)$ 表示取矩阵对角线元素之和。$\boldsymbol{P}=\boldsymbol{U}\boldsymbol{U}^{\mathrm{H}}$，$\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{V}\boldsymbol{V}^{\mathrm{H}}$。定义接收方向图和发射方向图分别为 $B_r(\boldsymbol{P},\theta)=\boldsymbol{a}_r^{\mathrm{H}}(\theta)\boldsymbol{P}\boldsymbol{a}_r(\theta)$ 和 $B_t(\boldsymbol{Q},\theta)=\boldsymbol{a}_t^{\mathrm{T}}(\theta)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{a}_t^*(\theta)$。式(6)是式(5)的半正定松弛问题(Semi-Definite Relaxation, SDR)，可以找到全局最优解。但是式(6)不能灵活地控制方向图的主瓣宽度和旁瓣电平。当样本数较少时，其旁瓣较高。为了能够更灵活并且更精确地控制方向图，我们提出 TS-AMA 算法。其代价函数为

$$\left.\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{P},\boldsymbol{Q}}\ J(\boldsymbol{P},\boldsymbol{Q})=\mathrm{E}\left\{\mathrm{tr}\left(\boldsymbol{P}\boldsymbol{Y}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{Y}^{\mathrm{H}}\right)\right\}\\&\qquad\qquad\quad =\mathrm{E}\left\{\mathrm{tr}\left(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{Y}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{Y}\right)\right\}\\&\text{s.t.}\quad B_r(\boldsymbol{P},\theta_0)B_t(\boldsymbol{Q},\theta_0)=1\\&\qquad B_r(\boldsymbol{P},\theta_i)B_t(\boldsymbol{Q},\theta_i)=0.5,\quad i=1,2\\&\qquad B_r(\boldsymbol{P},\mu_l)B_t(\boldsymbol{Q},\mu_l)\le\varsigma,\quad \mu_l\in\Psi\\&\qquad B_r(\boldsymbol{P},\mu_l)B_t(\boldsymbol{Q},\mu_l)\ge 0.5,\quad \mu_l\in(\theta_1,\theta_2)\\&\qquad \boldsymbol{P}\ge 0,\ \boldsymbol{Q}\ge 0\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

其中$[\theta_1,\theta_2]$表示给定的 3 dB 主瓣角域，Ψ表示旁瓣角域。ς表示给定的峰值旁瓣电平。从式(7)可以看出，对于任意非零常数α，$J(\boldsymbol{P},\boldsymbol{Q})=J(\alpha\boldsymbol{P},\alpha^{-1}\boldsymbol{Q})$，即式(7)存在幅度模糊。为了消除幅度模糊，我们约束$\|\boldsymbol{P}\|_{\mathrm{F}}=1$。当$\boldsymbol{P}$和$\boldsymbol{Q}$中的任何一个确定后，式(7)可以转化为关于另一个变量的优化问题。基于文献[11]的思想，我们用一个迭代算法来求解式(7)。

首先固定$\boldsymbol{P}$，将式(7)转化为关于$\boldsymbol{Q}$的代价函数

$$\left.\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{Q}}\ \mathrm{tr}(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{R}_P)\\&\text{s.t.}\ \ B_t(\boldsymbol{Q},\theta_0)=1/B_r(\boldsymbol{P},\theta_0)\\&\qquad B_t(\boldsymbol{Q},\theta_i)=0.5/B_r(\boldsymbol{P},\theta_i),\quad i=1,2\\&\qquad B_t(\boldsymbol{Q},\mu_l)\le\varsigma/B_r(\boldsymbol{P},\mu_l),\quad \mu_l\in\Psi\\&\qquad B_t(\boldsymbol{Q},\mu_l)\ge 0.5/B_r(\boldsymbol{P},\mu_l),\quad \mu_l\in(\theta_1,\theta_2)\\&\qquad \boldsymbol{Q}\ge 0\end{aligned}\right\}\tag{8}$$

其中$\boldsymbol{R}_P=\mathrm{E}\{\boldsymbol{Y}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{Y}\}\in\mathbb{C}^{M\times M}$。式(8)是一个关于$\boldsymbol{Q}$的 SDP 问题[8]，可以利用凸优化工具包 CVX 有效地求解[10]。同样固定$\boldsymbol{Q}$，我们可以将式(7)转化为关于$\boldsymbol{P}$的 SDP 问题并利用凸优化工具包 CVX 求解。为了消除幅度模糊，我们对得到的解$\boldsymbol{P}$进行范数归一化：

$$\boldsymbol{P}=\boldsymbol{P}/\|\boldsymbol{P}\|_{\mathrm{F}}\tag{9}$$

基于上面的分析，TS-AMA 算法可以总结如下：

随机给定范数归一化的初始值$\boldsymbol{P}(0)$，对于$k=1,2,\cdots$，重复下面的两步直到$\|\boldsymbol{P}(k)-\boldsymbol{P}(k-1)\|_{\mathrm{F}}/\|\boldsymbol{P}(k)\|_{\mathrm{F}}<\delta$，其中$0<\delta\ll 1$。

(1)将$\boldsymbol{P}(k-1)$代入式(8)，然后利用凸优化工具包 CVX 求解式(8)得到$\boldsymbol{Q}(k)$。

(2)将$\boldsymbol{Q}(k)$代入式(7)并求解得到$\boldsymbol{P}(k)$，然后利用式(9)对$\boldsymbol{P}(k)$进行范数归一化。

3.2 样本需求和计算复杂度分析

当回波中不包含感兴趣目标时，AMA 算法性能损失不超过 3 dB 所需的样本数为$2MN$，而 TS-AMA 算法所需的样本数为$2\max\{M,N\}$[6]；当回波中包含感兴趣目标时，性能损失不超过 3 dB 所需的样本数为$(K-1)\eta$，其中K表示算法处理的维数，η表示最优信干噪比[12]。此时 AMA 算法所需的样本数为$(MN-1)\eta$，而 TS-AMA 算法所需的样本数$(\max\{M,N\}-1)\eta$。对比两种情况下两种算法的样本需求可以发现，本文所提算法所需的样本数大大少于 AMA 算法。由于 TS-AMA 算法性能损失不超过 3 dB 所需的样本数小于 AMA 算法的，并且 TS-AMA 算法的处理维数$\max\{M,N\}$小于 AMA 算法的处理维数MN，因此 TS-AMA 算法是一种降维方向图综合算法。AMA 算法的运算复杂度为$O(M^{2.5}N^{2.5}\widetilde{M}^2)$，其中$\tilde{M}$表示约束的个数[8]。TS-AMA 算法的运算量主要在于迭代地求解式(7)。从图 5 可以看出如果$\delta=0.0001$，TS-AMA 算法将在 3~4 步内收敛。因此 TS-AMA 算法的计算复杂度为$O\{(N^{2.5}+M^{2.5})\widetilde{M}^2\}$。相比 AMA 算法，TS-AMA 算法的运算量更小。虽然 TS-AMA 算法的处理维数更低、运算量更小，但在理想条件下，TS-AMA 算法迭代地优化发射和接收权矩阵，性能将不如对权矩阵进行直接优化的 AMA 算法。

4 仿真实验

本文仿真采用等距线阵组成的收发共置的 MIMO 雷达系统，阵元数为 7，相邻阵元间距为半波长。发射信号为正交多相码，编码长度为 256。在35°和60°方向存在两个强干扰，干噪比为 50 dB。接收机噪声为高斯白噪声。本文比较了 4 种算法的波束综合性能：AMA 算法[8]，TS-MVDR 算法[6]，RCB 算法[13]和 TS-AMA 算法式(7)。TS-MVDR 算法和 TS-AMA 算法的终止参数$\delta=0.0001$。RCB 算法的导向矢量误差的l_2范数平方的上界为$\varepsilon=25$。假定感兴趣目标(Target Of Interest, TOI)的方位角为$\theta_0=0^\circ$，目标功率为$\sigma_s^2=10$ dB。在下面的仿真中，TOI 功率估计的仿真都是通过 100 次独立的蒙特卡洛实验平均得到的。AMA 算法和 TS-AMA 算法关于方向图控制(Beam-Pattern Controlling, BPC)的参数如下：BPC(1)：半功率波束宽度为9°，相应的旁瓣区是$(-90^\circ,-14.5^\circ)$和$(14.5^\circ,90^\circ)$，峰值旁瓣电平$\varsigma=-18$ dB；BPC(2)：半功率波束宽度为15°，相应的旁瓣区是$(-90^\circ,-22^\circ)$和$(22^\circ,90^\circ)$，峰值旁瓣电平$\varsigma=-28$ dB。

仿真 1 在本仿真中，我们考虑 TS-AMA 算法的方向图性能(图 2-图 4)。其中横虚线表示 0 dB，3 条竖虚线分别表示 TOI 和两个干扰的波达角。为了说明 TOI 对方向图的影响，我们给出 2 种情况下的方向图：(1)回波中不包含 TOI。此时 TS-AMA 算法的性能损失不超过 3 dB 所需的样本数为$2\max\{M,N\}=14$，而 AMA 算法所需的样本数为$2MN=98$。图 2 给出了样本数为 20 时 4 种算法的方向图。从图 2 可以看出：即使样本数较少，TS-MVDR 算法和 TS-AMA 算法的方向图在主瓣保形的同时很好地抑制了干扰。而且 TS-AMA 算法还可以通过主瓣扩展将旁瓣很好地压低，这样有助于旁瓣区连片杂波的抑制。AMA 算法为了主瓣保形和压低旁瓣，对干扰的抑制能力几乎丧失。RCB 算法虽然较好地抑制了干扰，但由于样本数太少，旁瓣较高。(2)回波中包含 TOI。通过计算可以知道 TS-AMA 算法所需的样本数为$(\max\{M,N\}-1)\eta$

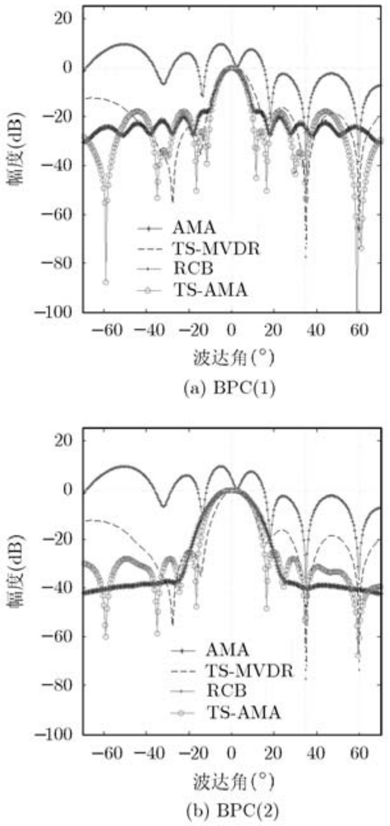


图 2 样本数为 20 时 TS-AMA 算法的方向图(回波中不包含感兴趣目标)

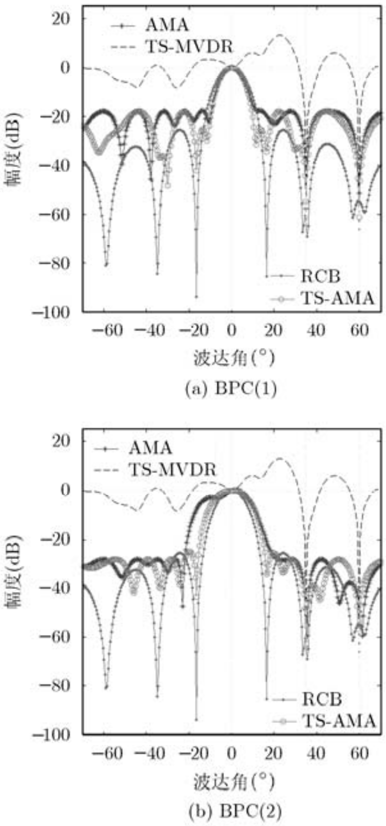


图 3 样本数为 10000 时 TS-AMA 算法的方向图(回波中包含感兴趣目标)

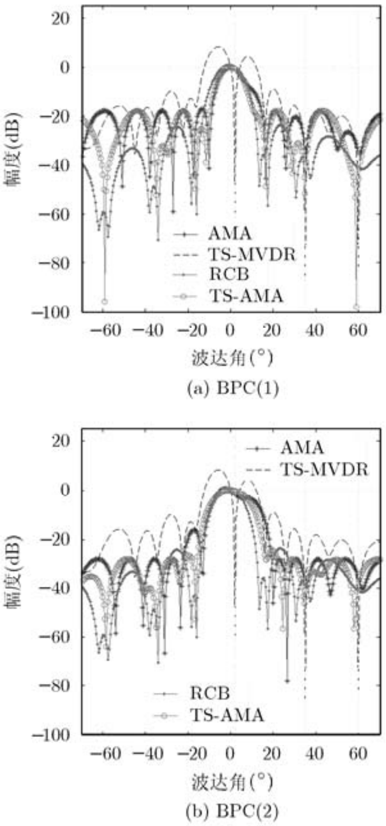


图 4 存在 2° 的角度误差的情况下，样本数为 400 时 TS-AMA 算法的方向图(回波中包含感兴趣目标)

$=752640$，而 AMA 算法所需的样本数为 $(MN-1)\eta=6021120$。对比(1)和(2)两种情况可以发现：当回波中包含 TOI 时，两种算法所需的样本数大大增加。对于情况(2)，实际中的样本数很难达到上面的需求。图 3 给出了样本数为 10000 时 4 种算法的方向图。在存在 2° 的角度误差，即真实的目标方位角为 2° 的情况下，图 4 比较了样本数为 400 时 4 种算法的方向图。从图中可以看出：TS-MVDR 算法的旁瓣较高，因为样本数较少。当存在角度误差时 TS-MVDR 算法由于信号相消，在 TOI 方向形成零陷。AMA 算法和 TS-AMA 算法的方向图通过主瓣约束很好地保形，因此没有信号相消，而且都很好地抑制了干扰。但 TS-AMA 算法的主瓣保形能力和对干扰的零陷深度稍微比 AMA 算法的好。在存在角度误差的情况下，导向矢量误差的 l_2 范数的平方 $\varepsilon_0=24.11<\varepsilon$，因此 RCB 算法对本文考虑的角度误差具有很好的稳健性。从图 2-图 4 可以看出：TS-AMA 算法通过迭代降维，样本需求大大减小，同时方向图可以灵活地控制，能够满足各种场合下对方向图的需求。另外，TS-AMA 算法通过严格的方向图主瓣约束，避免了误差存在时的主瓣分裂问题，对角度误差具有一定的稳健性。

仿真 2　在本仿真中，我们考虑对 TOI 的功率估计。功率估计在许多场合比如医疗成像、雷达和声纳中都有很重要的应用[13]。

在没有误差的情况下，图 5 给出了样本数为 400 时 TS-AMA 算法的功率估计随迭代次数的变化曲线。从图 5 可以看出，在终止条件 $\delta=0.0001$ 的条件下，TS-AMA 算法只需要 3~4 步即可收敛。图 6 比较了这种情况下 4 种算法的功率估计随样本数的关系。另外，在存在 2° 的角度误差的情况下，图 7 给出了 4 种算法的功率估计随样本数的变化曲线。图中的横虚线表示真实的 TOI 功率。AMA 算法需要估计 $MN\times MN$ 维的全维协方差矩阵，因此样本数必须大于等于 $MN=49$。TS-AMA 算法通过迭代地求解式(7)，样本数只需大于等于 $\max\{M,N\}=7$。从图 6 和图 7 可以看出：4 种算法在样本数较多的情况下 TOI 功率估计都比较准确。但当样本数较少，特别是少于 20 时，TS-AMA 算法的功率估计更准确。样本不足引起的误差可以看做导向矢量的失配[12]，因此 RCB 算法在小样本情况下的功率估计要好于 TS-MVDR 算法。对于 TS-MVDR 算法，样本

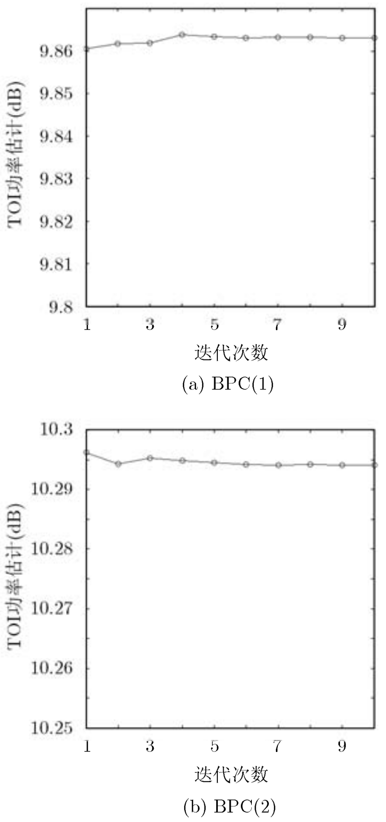


图 5 样本数为 400 时 TS-AMA 算法的功率估计随迭代次数的变化曲线

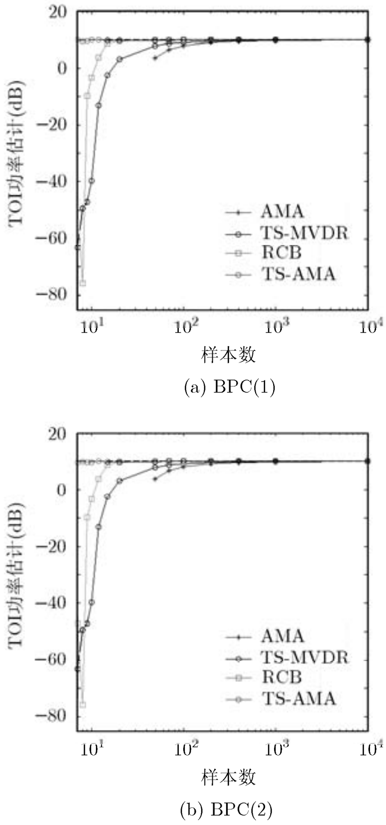


图 6 TS-AMA 算法的功率估计随样本数的变化曲线(没有误差)

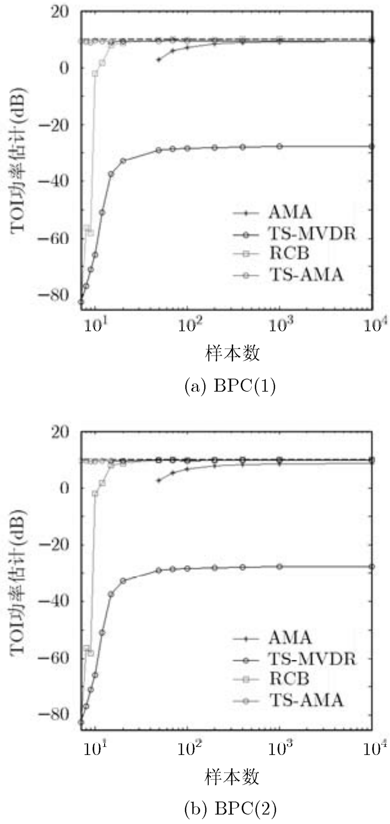


图 7 TS-AMA 算法的功率估计随样本数的变化曲线(2° 角度误差)

不足引起的方向图高旁瓣使得其功率估计的性能变差。AMA 算法需要估计全维的协方差矩阵，对样本的需求更大，因此在小样本情况下性能最差。

样本数为 400 时，图 8 和图 9 分别给出了在没有误差和存在 2° 的角度误差的情况下 4 种算法的功率估计随信噪比的变化曲线。图中的虚线表示真实的 TOI 功率。从图 8 和图 9 可以看出，在没有误差的情况下，4 种算法的功率估计都比较准确。当存在角度误差时，TS-MVDR 算法由于信号相消，功率估计的性能大大下降。而其他 3 种算法的功率估计相比没有误差的情况虽然有所下降，但还是比较准确的。而且从信噪比 20 dB 那点附近的局部放大可以看出，在没有误差的情况下，TS-AMA 算法的功率估计最接近真实值。在存在角度误差的情况下，TS-AMA 算法的功率估计虽然不如 RCB 算法，但要比 AMA 算法的准确。另外，从图 8 和图 9 还可以看出，TS-AMA 算法的功率估计性能对信噪比的变化不敏感。

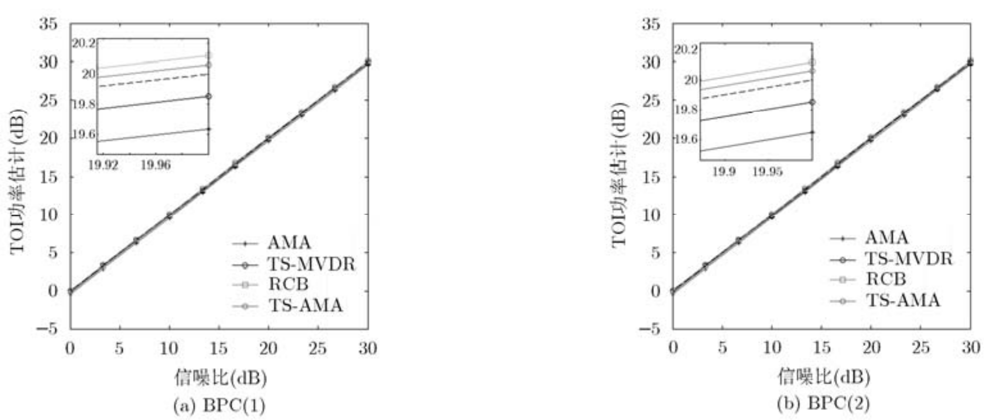
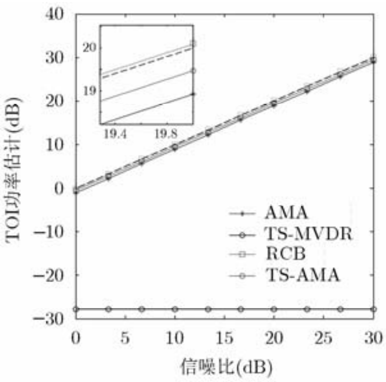
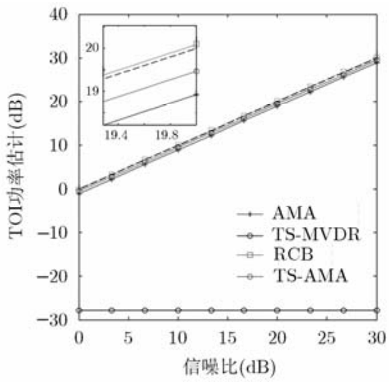


图 8 样本数为 400 时 TS-AMA 算法的功率估计随信噪比的变化曲线(没有误差)



(a) BPC(1)



(b) BPC(2)

图 9 样本数为 400 时 TS-AMA 算法的功率估计随信噪比的变化曲线(2° 角度误差)

5 结论

本文提出了一种 MIMO 雷达双边自适应矩阵算法(TS-AMA)来进行方向图综合。该算法将 AMA 算法的代价函数转化为一个双二次的代价函数，并通过双迭代求解大大降低了 AMA 算法的计算复杂度和样本需求，因此在小样本的情况下所提算法的功率估计更准确。但是，TS-AMA 算法只是通过严格地约束方向图参数来对角度误差提供一定的稳健性。MIMO 雷达稳健的方向图综合问题还有待进一步研究。

参 考 文 献

[1] Chong C Y, Pascal F, Ovarlez J P, *et al*.. MIMO radar detection in non-Gaussian and heterogeneous clutter[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4(1): 115–126.

[2] He Q, Lehmann N H, Blum R S, *et al*.. MIMO radar moving target detection in homogeneous clutter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(3): 1290–1301.

[3] Bliss D W and Forsythe K W. Multiple-input multiple-output (MIMO) radar and imaging: degrees of freedom and resolution[C]. Proceedings of the 37th IEEE Asilomar Conference on Signals, Systems, Computers, Monterey, USA, 2003: 54–59.

[4] Wang Hong-yan, Liao Gui-sheng, Wang Yong, *et al*.. On parameter identifiability of MIMO radar with waveform diversity[J]. *Signal Processing*, 2011, 91(8): 2057–2063.

[5] 胡亮兵, 刘宏伟, 杨晓超, 等. 集中式MIMO雷达发射方向图快速设计方法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(2): 481–484.
Hu Liang-bing, Liu Hong-wei, Yang Xiao-chao, *et al*.. Fast transmit beampattern synthesis for MIMO radar with colocated antennas[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(2): 481–484.

[6] Feng Da-zheng, Li Xiao-ming, Lü Hui, *et al*.. Two-sided minimum-variance distortionless response beamformer for MIMO radar[J]. *Signal Processing*, 2009, 89(3): 328–332.

[7] Wang F, Balakrishnan V, Zhou P, *et al*.. Optimal array pattern synthesis using semidefinite programming[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(5): 1172–1183.

[8] Li J, Xie Y, Stoica P, *et al*.. Beampattern synthesis via a matrix approach for signal power estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(12): 5643–5657.

[9] Xie Y, Li J, Zheng X, *et al*.. Optimal array pattern synthesis via matrix weighting[C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Honolulu, HI, 2007, 2: 885–888.

[10] Grant M and Boyd S. CVX: Matlab software for disciplined convex programming[CP/OL]. [2008-04-08]. http://stanford.edu/~boyd/cvx.

[11] Feng Da-zheng, Zheng Wei-xing, and Cichocki A. Matrix-group algorithm via improved whitening process for extracting statistically independent sources from array signals[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(3): 962–977.

[12] Feldman D D and Griffiths L J. A projection approach to robust adaptive beamforming[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(4): 867–876.

[13] Li J, Stoica P, and Wang Z. On robust Capon beamforming and diagonal loading[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(7): 1702–1715.

王　勇：　男，1985 年生，博士，研究方向为 MIMO 雷达稳健波束形成.

刘宏伟：　男，1971 年生，博士，教授，博士生导师，研究方向为雷达信号处理、雷达自动目标识别等.

纠　博：　男，1982 年生，博士，副教授，研究方向为自适应信号处理、雷达自动目标识别.

杨晓超：　男，1983 年生，博士，研究方向为 MIMO 雷达信号处理、稳健波束形成.