基于证据相似性度量的冲突性区间证据融合方法

冯海山*　　徐晓滨　　文成林
(杭州电子科技大学自动化学院　杭州　310018)

摘　要：基于证据相似性度量，该文提出一种冲突性区间证据融合的新方法。首先，定义了扩展型 Pignistic 概率转换，将区间证据转换为区间型 Pignistic 概率。利用区间模糊集的归一化欧式距离，求取区间型 Pignistic 概率之间的相似性，以此确定两两证据间的相似度矩阵，从中获取区间证据的置信度。然后，基于该置信度对原始的区间证据进行加权平均得到新的区间证据，利用 Demspter 区间证据组合公式对其进行融合。该方法可以有效地减弱高冲突性区间证据在组合规则中的作用，从而减小融合后所得区间证据的宽度，最终可降低决策中的不确定性。最后通过多个典型算例验证了经冲突处理后再对区间证据进行融合，要比直接融合能够产生更为合理和可靠的结果。

关键词：信息融合；区间证据；冲突证据；置信度

中图分类号：TP391　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-5896(2012)04-0851-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.00851

A New Fusion Method of Conflicting Interval Evidence Based on the Similarity Measure of Evidence

Feng Hai-shan　　Xu Xiao-bin　　Wen Cheng-lin
(*School of Automation*, *Hangzhou Dianzi University*, *Hangzhou* 310018, *China*)

Abstract: Based on the similarity measure of evidence, a new method for combining conflicting interval evidence is proposed. Firstly, interval evidence can be transformed into interval-valued Pignistic probability by using the defined extended Pignistic probability function. Using the normalized Euclidean distance of interval-valued fuzzy sets, the similarity between Pignistic probabilities of interval evidence are obtained, and similarity measure matrix can be constructed, from which the credibility degrees (weights) of interval evidence can be got. Secondly, based on the credibility degrees, new interval evidence can be obtained by modified and weightedly averaging the original interval evidence. Using Demspter interval evidence combination rule, the fusion result can be obtained by combining the new interval evidence. The proposed method can effectively eliminate the effect of highly conflicting interval evidence in combination so as to reduce the width of combined interval evidence. Therefore the uncertainty of decision-making can be decreased. Finally, in classical numerical examples, compared with the fused results by directly using Demspter interval evidence combination rule, the combined results by using this proposed method are more rational and reliable.

Key words: Information fusion; Interval evidence; Conflicting evidence; Credibility degree

1　引言

经典的 Dempster-Shafer(D-S)证据理论以其对不确定性、非精确性信息综合处理方面的优势，在信息融合、模式识别和故障诊断等领域中得到了广泛的应用[1−13]。基于该理论的信息融合方法，能够实现空间或时间上冗余信息和互补信息的融合，获得被测对象的一致性描述，有效降低决策中的不确定性。经典的 D-S 证据理论融合的是单值的基本概率分布函数(BPA)，然而，单值 BPA 对不确定性信息或模糊信息的度量并不全面，且可能会丢失很多有用的信息，故文献[6−9]提出了区间型 BPA (IBPA)，即区间证据。该种形式的证据能够较为全面地度量信息的不确定性，而且符合人的常性思维和主观概念[11]。所以，区间证据理论成为当今不确定性理论研究的热点，并集中于以下两个方向：一是区间证据融合规则的构造方法，二是区间证据的获取方法[12,13]。在研究方向一中，文献[10]首次定义了 IBPA 的乘法和加法运算，但是其运算规则中引入了主观性因子，故运算结果具有较大的不确定性和主观性。Denoeux[6,7]构造二次规划模型以融合多个 IBPA，给出 IBPA 有效性和归一化准则，首次提出 Demspter 区间证据组合规则。该规则中的融合和归一化是分开进行的，所以得到的融合结果并不

2011-08-18 收到，2012-01-16 改回
国家自然科学基金(61004070, 60934009, 61034006, 61104019)和国家科技支撑计划(2009BAG12A08)资助课题
*通信作者：冯海山　hndxvon@163.com

是全局最优的，而是次优的，且融合结果的置信区间较宽，不易用其进行决策。基于 Denoeux 定义的 IBPA 有效性和归一化准则，Wang 等人[8,9]提出最优的 Demspter 区间证据组合公式。对于有效且归一化的 IBPA，该公式遍历所有满足约束条件的单值 BPA 进行融合，然后对单值融合结果求极值得到融合后的 IBPA。该融合过程是一步进行的，从而保证了融合结果的最优性；而研究方向二，主要是讨论如何在实际中获取区间证据，这也是应用融合规则的前提。在旋转机械故障诊断中，基于传感器提供的故障特征数据，Xu 等人[11]提出一种获取区间型诊断证据的方法，并利用最优 Demspter 区间证据组合公式将多个传感器提供的证据融合，并通过融合结果定位故障。与基于 BPA 融合的故障定位方法相比，利用区间型证据可显著提高融合诊断系统的确诊率，并且文中通过诊断实例进一步验证其所提出的证据获取及融合诊断方法的可靠性和准确性。

但是，在实际应用中，由于传感器测量误差、环境噪声干扰和监测数据不完整等因素，使得从不同传感器获取的单值或区间证据之间常常会存在冲突[5]。当今，对于单值 BPA 冲突处理方法的研究已经相对成熟。其中，一类是修改组合规则的方法，它们以不同的方式重新分配空集的置信度赋值，但其组合规则只适用于解决某些具体问题，缺乏普适性[2,3]；另一类是修改模型的方法，亦即修改证据的方法。该类方法主要考虑到证据之间的关联性，用证据权重修改原始证据，然后还利用原始的 Dempster 组合规则对修改后的证据进行融合[2−5]，此类方法从证据之间相似性的角度反映了冲突的本质。

在区间证据的融合当中，Demspter 区间证据组合公式的融合机理在于，选取区间证据中的单值 BPA，用经典的 Demspter 组合规则融合，进而统计生成区间型 BPA。虽然经典的 Demspter 融合规则具有聚焦作用，但在融合高冲突区间证据时，融合后的 BPA 赋值过于分散，并不能很好地聚焦于某些焦元上，导致 IBPA 的区间宽度过大，不易用于决策。如何结合单值证据冲突处理方法，以减小融合后所得区间证据的区间宽度，使得区间上下边界聚焦于同一个焦元上，利于决策，这是区间证据冲突融合中一个十分重要的新问题。

针对以上问题，本文基于证据相似性度量，提出一种冲突性区间证据融合的新方法。首先定义扩展型 Pignistic 概率转换，将区间证据转换为区间型 Pignistic 概率。利用区间模糊集的归一化欧式距离，求取区间型 Pignistic 概率之间的相似性，以此确定两两证据间的相似度矩阵，从中获取区间证据的置信度。然后，基于该置信度对原始的区间证据进行加权平均得到新的区间证据，利用 Demspter 区间证据组合公式对其进行融合。该方法可以有效地减弱高冲突性区间证据在组合规则中的作用，从而减小融合后所得区间证据的宽度，最终可降低决策中的不确定性。最后通过多个典型算例验证了经冲突处理后再对区间证据进行融合，要比直接融合能够产生更为合理和可靠的结果。

本文章节安排如下：第 2 节介绍了区间证据理论的基础，并以实例展示了直接对冲突证据进行融合所产生的不合理结果，并分析了造成该结果的原因；第 3 节基于经典的 Pignistic 概率转换，提出扩展型 Pignistic 概率转换，用于区间证据 Pignistic 的转换，基于此求取区间证据间的欧氏距离，用其度量它们之间的相似度及置信度；第 4 节通过多个典型算例验证本文所提方法，能够有效地降低冲突区间证据融合后的区间宽度，而且融合后所得区间证据的上下界可聚焦于同一个焦元上，更利于决策。

2 区间证据理论

令 $\Theta=\{\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_n\}$ 是一个非空的有限子集，其中的元素两两互斥，称其为辨识框架。Θ 中包含了所有可能的命题。

定义 1 区间基本概率赋值 (Interval Basic Probability Assignment, IBPA)[6−8, 11−13] 对于 Θ 的 N 个子集 $A_i(i=1,2,\cdots,N)$，则其 IBPA 定义为

$$\boldsymbol{m}(A_i)=[a_i,b_i] \tag{1}$$

其中 $0\le a_i\le b_i\le 1$。$m(A_i)$是 $\boldsymbol{m}(A_i)$中的一个元素，若 IBPA 同时满足

(1) $a_i\le m(A_i)\le b_i$；(2) $\sum_{i=1}^{N}a_i\le 1$ 且 $\sum_{i=1}^{N}b_i\ge 1$；(3) $\boldsymbol{m}(H)=0,\forall H\notin\{A_1,A_2,\cdots,A_N\}$，则称 $\boldsymbol{m}$ 为有效的 IBPA。

定义 2 归一化准则[8,9] 若 $\boldsymbol{m}$ 是一个有效的 IBPA，且 $\boldsymbol{m}(A_i)=[a_i,b_i]$ ($0\le a_i\le b_i\le 1$)，如果 a_i 和 b_i 同时满足

$$\sum_{j=1}^{N}b_j-(b_i-a_i)\ge 1 \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{N}a_j+(b_i-a_i)\le 1 \tag{3}$$

其中 $i, j=1,2,\cdots,N$，则称 $\boldsymbol{m}$ 为归一化的 IBPA。

$\boldsymbol{m}$ 可能是一个有效的 IBPA，但不一定是归一化的 IBPA，定义 2 是判断一个有效 IBPA 是否归一化的判据，若未归一化，则用式(4)进行归一化处理

$$\max\left[a_i,1-\sum_{j=1,j\neq i}^{N}b_j\right]\leq m(A_i)\leq \min\left[b_i,1-\sum_{j=1,j\neq i}^{N}a_j\right] \quad (4)$$

式(4)对有效的 IBPA 进行归一化处理，来减小区间的宽度，降低冗余，得到简洁等效的 IBPA。

定义 3　Demspter 区间证据组合公式[8,9]　若 $\boldsymbol{m}_1$ 和 $\boldsymbol{m}_2$ 是有效且归一化的 IBPA，分别为$[a_i,b_i]$($0\leq a_i\leq m_1(A_i)\leq b_i\leq 1$, i=1,2,$\cdots$,N)和$[c_j, d_j]$($0\leq c_j\leq m_2(A_j)\leq d_j\leq 1$, j=1,2,$\cdots$,N)，融合结果标记为$\boldsymbol{m}_1\oplus\boldsymbol{m}_2$，其为区间值

$$[\boldsymbol{m}_1\oplus\boldsymbol{m}_2](C)=\begin{cases}0, & C=\varnothing\\ [(m_1\oplus m_2)^-(C),(m_1\oplus m_2)^+(C)], & C\neq\varnothing\end{cases} \quad (5)$$

其中$(m_1\oplus m_2)^-(C)$和$(m_1\oplus m_2)^+(C)$分别为如下融合公式的最小值与最大值。

$$\left.\begin{aligned}&\text{Max/Min}\quad [\boldsymbol{m}_1\oplus\boldsymbol{m}_2](C)=\frac{\sum\limits_{A_i\cap A_j=C}m_1(A_i)m_2(A_j)}{1-\sum\limits_{A_i\cap A_j=\varnothing}m_1(A_i)m_2(A_j)}\\ &\text{s.t.}\quad \sum_{i=1}^{N}m_1(A_i)=1,\quad a_i\leq m_1(A_i)\leq b_i,\\ &\qquad i=1,2,\cdots,N\\ &\qquad \sum_{j=1}^{N}m_2(A_j)=1,\quad c_j\leq m_2(A_j)\leq d_j,\\ &\qquad j=1,2,\cdots,N\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

对于满足定义 1 和定义 2 的 IBPA，式(6)中的融合规则遍历 IBPA 区间中所有满足约束条件的单值 BPA 并融合，从而保证了融合结果的最优性。

下面通过例子说明 Demspter 区间证据组合公式的应用，在同一辨识框架$\Theta=\{\theta_1,\theta_2,\theta_3\}$下有两组有效且归一化的 IBPA，如下所示：

第 1 组：

$\boldsymbol{m}_1^1(\theta_1)=[0.60,0.70]$, $\boldsymbol{m}_1^1(\theta_2)=[0.05,0.15]$,

$\boldsymbol{m}_1^1(\theta_3)=[0.00,0.01]$, $\boldsymbol{m}_1^1(\theta_1,\theta_3)=[0.20,0.30]$

$\boldsymbol{m}_2^1(\theta_1)=[0.55,0.65]$, $\boldsymbol{m}_2^1(\theta_2)=[0.05,0.15]$,

$\boldsymbol{m}_2^1(\theta_3)=[0.00,0.01]$, $\boldsymbol{m}_2^1(\theta_1,\theta_3)=[0.25,0.35]$

第 2 组：

$\boldsymbol{m}_1^2(\theta_1)=[0.95,0.98]$, $\boldsymbol{m}_1^2(\theta_2)=[0.00,0.01]$,

$\boldsymbol{m}_1^2(\theta_3)=[0.02,0.05]$

$\boldsymbol{m}_2^2(\theta_1)=[0.02,0.05]$, $\boldsymbol{m}_2^2(\theta_2)=[0.00,0.01]$,

$\boldsymbol{m}_2^2(\theta_3)=[0.95,0.98]$

将两组区间证据用 Demspter 区间证据组合公式融合后结果如表 1 所示。

由表 1 可知，若区间证据同时支持某焦元(如第 1 组证据)，当利用 Demspter 区间证据组合公式融合时，采用的单值 BPA 也会同时支持某焦元，这时的融合结果能够正确聚焦；若区间证据间存在高冲突(如第 2 组证据中$\boldsymbol{m}_1^2$强烈支持θ_1，而$\boldsymbol{m}_2^2$强烈支持θ_3)，利用 Demspter 组合公式所得的融合结果中，焦元θ_1和θ_3的区间宽度较大且相等，无法决策。

3　基于区间证据相似性的冲突证据度量及融合

在处理单值冲突证据的修改模型法中，利用权重(置信度)度量某个证据和其它证据之间的冲突程度。也就是说，如果其它证据支持某个证据时，则说明该证据比较可信，其所占权重较大，对融合结果的影响也较大；反之，如果某个证据与其它证据间的冲突较大时，则该证据的可信度较低，其所占权重就较低，对融合结果的影响也较小。这种方法充分考虑到了证据之间的相互关联性，减少引起冲突的证据权重，提高最终融合结果的合理性和可靠性。并且应用广泛易于理解，符合客观情况[2−5]。本文将该思想推广到冲突性区间证据的处理上。首先，基于单值Pignistic概率转换，提出扩展型Pignistic概率转换，将其应用到区间证据上，转换后结果记为IBetP，其中，I 表示区间，BetP代表Pignstic概率转换，此时的IBetP是一个区间而非单值；其次，计算每个辨识框架单元素的IBetP，并确定区间IBetP间的相互距离，以间接度量区间证据间的冲突程度；最后分析确定区间证据的相似度、置信度，更新原始区间证据，用加权平均后新区间证据替代原始区间证据，再用Demspter区间证据组合公式进行融合，使融合结果收敛到正确的命题，以便做出决策。

3.1　扩展型 Pignistic 概率转换

基于期望效用理论，Smets定义了Pignistic概率函数。其基本思想是，在辨识框架Θ上进行Pignistic

表 1　两组区间证据融合结果

	θ_1	θ_2	θ_3	θ_1,θ_3
$\boldsymbol{m}_1^1\oplus\boldsymbol{m}_2^1$	[0.8391,0.9138]	[0.0027,0.0295]	[0.0000,0.0077]	[0.0594,0.1237]
$\boldsymbol{m}_1^2\oplus\boldsymbol{m}_2^2$	[0.2794,0.7260]	[0.0000,0.0026]	[0.2794,0.7260]	–

转换，将基本概率函数转换成Pignistic概率函数。

定义 4 经典Pignistic转换 设m是在辨识框架Θ下的一个BPA，相应的Pignistic概率函数$\mathrm{BetP}_m:\Theta\to[0,1]$定义为

$$\mathrm{BetP}_m(\theta)=\sum_{A\subseteq\Theta,\theta\in A}\frac{1}{|A|}\frac{m(A)}{1-m(\varnothing)},\ m(\varnothing)\neq 1 \tag{7}$$

其中$|A|$表示集合A的势。m到BetP_m上的转换称为Pignistic转换，一般情况下，对单个BPA进行赋值时$m(\varnothing)=0$。所以，用式(7)对单个BPA进行Pignistic转换时，空集的赋值恒为零。

对于单值的BPA，经过以上Pignistic转换后的BetP_m仍然是单值的，这种形式的概率转换不能直接用于IBPA上，需对其进行扩展，即区间证据的Pignistic转换，表示为$\mathrm{IBetP}_{\boldsymbol{m}}$。

定义 5 扩展型Pignistic转换 设$\boldsymbol{m}$是在辨识框架Θ上的一个有效且归一化的IBPA，记为$[a_i,b_i]$($0\le a_i\le m(A_i)\le b_i\le 1$, $i=1,2,\cdots,N$)，则其Pignistic概率函数$\mathrm{IBetP}_{\boldsymbol{m}}$定义为

$$\mathrm{IBetP}_{\boldsymbol{m}}(\theta)=[\mathrm{BetP}_m^-(\theta),\mathrm{BetP}_m^+(\theta)] \tag{8}$$

其中$\mathrm{BetP}_m^-(\theta)$和$\mathrm{BetP}_m^+(\theta)$分别为如下Pignistic概率转换的最小值与最大值

$$\left.\begin{aligned}&\text{Max/Min}\ \ \mathrm{BetP}_m(\theta)=\sum_{A_i\subseteq\Theta,\theta\in A_i}\frac{1}{|A_i|}\frac{m(A_i)}{1-m(\varnothing)},m(\varnothing)\neq 1\\&\text{s.t.}\ \ \sum_{i=1}^{N}m(A_i)=1,\quad a_i\le m(A_i)\le b_i,i=1,2,\cdots,N\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

例如，在辨识框架$\Theta=\{\theta_1,\theta_2,\theta_3\}$下的有效且归一化的IBPA，将其用扩展型 Pignistic 转换结果表示为$\mathrm{IBetP}_{\boldsymbol{m}}$，如表 2 所示。

表 2 利用扩展型 Pignistic 转换后的结果

	θ_1	θ_2	θ_3	θ_1,θ_2
$\boldsymbol{m}$	[0.40,0.50]	[0.20,0.30]	[0.00,0.10]	[0.30,0.40]
$\mathrm{IBetP}_{\boldsymbol{m}}$	[0.55,0.65]	[0.35,0.45]	[0.00,0.10]	–

3.2 基于区间欧氏距离的区间相似性度量

这里采用区间归一化欧氏距离公式度量IBetP间的相似性[14]，以间接度量IBetP所对应的区间证据间的相似性。

设$\boldsymbol{m}_1$, $\boldsymbol{m}_2$是同一辨识框架Θ中的两个IBPA，Θ含有n个完备且相互独立的元素，记为$\Theta=\{\theta_i, i=1,2,\cdots,n\}$，经过扩展型Pignistic转换后，分别记为$\mathrm{IBetP}_{\boldsymbol{m}_1}$和$\mathrm{IBetP}_{\boldsymbol{m}_2}$，则其距离为

$$\begin{aligned}&d(\mathrm{IBetP}_{\boldsymbol{m}_1},\mathrm{IBetP}_{\boldsymbol{m}_2})\\&=\Bigg(\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}((\mathrm{BetP}_{m_1}^-(\theta_i)-\mathrm{BetP}_{m_2}^-(\theta_i))^2\\&\quad+(\mathrm{BetP}_{m_1}^+(\theta_i)-\mathrm{BetP}_{m_2}^+(\theta_i))^2)\Bigg)^{-1/2}\end{aligned} \tag{10}$$

其中$\mathrm{IBetP}_{\boldsymbol{m}_1}(\theta_i)=[\mathrm{BetP}_{m_1}^-(\theta_i),\mathrm{BetP}_{m_1}^+(\theta_i)]$, $\mathrm{IBetP}_{\boldsymbol{m}_2}(\theta_i)=[\mathrm{BetP}_{m_2}^-(\theta_i),\mathrm{BetP}_{m_2}^+(\theta_i)]$。

距离是度量证据间冲突的一种方法，若两证据间的距离越大，表示其冲突越大，其相似性越小，反之亦然。这里以第2节算例中两组区间证据为例，来说明冲突与距离的关系。由式(10)可得每组证据间的距离为$d(\mathrm{IBetP}_{\boldsymbol{m}_1^1},\mathrm{IBetP}_{\boldsymbol{m}_2^1})=0.0204, d(\mathrm{IBetP}_{\boldsymbol{m}_1^2},\mathrm{IBetP}_{\boldsymbol{m}_2^2})=0.7593$。由于$\boldsymbol{m}_1^1$和$\boldsymbol{m}_2^1$都支持$\theta_1$，冲突很小，故其距离很小；相反，$\boldsymbol{m}_1^2$强烈支持$\theta_1$，而$\boldsymbol{m}_2^2$强烈支持$\theta_3$，它们存在高冲突，故距离很大。需要说明的是，做Pignistic转换的目的是将各个焦元的区间基本概率赋值投影到正交空间，该空间的维数即为辨识框架中元素的个数，空间中各维坐标上的数值表示相应元素的Pignistic概率取值。实施此种正交变换后，才能进一步使用区间欧氏距离度量正交空间中两两IBetP区间之间的关系，从而间接度量相应区间证据之间的相似性。

若两区间证据间的距离用式(10)度量，则其相似度可以表示为

$$\mathrm{Sim}(\mathrm{IBetP}_{\boldsymbol{m}_1},\mathrm{IBetP}_{\boldsymbol{m}_2})=1-d(\mathrm{IBetP}_{\boldsymbol{m}_1},\mathrm{IBetP}_{\boldsymbol{m}_2}) \tag{11}$$

若融合系统含有N个区间证据，通过式(9)，式(10)得到区间证据$\boldsymbol{m}_i$与$\boldsymbol{m}_j$之间的距离，并由式(11)确定两者的相似度，记为S_{ij}，则可构造相似度矩阵为

$$\mathrm{SMM}=\begin{bmatrix}S_{11}&S_{12}&\cdots&S_{1N}\\S_{21}&S_{22}&\cdots&S_{2N}\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\S_{N1}&S_{N2}&\cdots&S_{NN}\end{bmatrix} \tag{12}$$

则每个区间证据的支持度为

$$\mathrm{Sup}(\boldsymbol{m}_i)=\sum_{j=1,j\neq i}^{N}\mathrm{SMM}(i,j) \tag{13}$$

支持度$\mathrm{Sup}(\boldsymbol{m}_i)$反映的是被其它区间证据所支持的程度，是相似性测度的函数。如果一个区间证据与其它证据相似程度较高，则认为它们相互支持的程度也较高；反之亦然。

对于证据体$\boldsymbol{m}_i$的置信度为

$$\mathrm{Crd}(\boldsymbol{m}_i)=\frac{\mathrm{Sup}(\boldsymbol{m}_i)}{\sum_{i=1}^{N}\mathrm{Sup}(\boldsymbol{m}_i)} \tag{14}$$

由式(14)易知$\sum_{i=1}^{N}\mathrm{Crd}(\boldsymbol{m}_i)=1$，此处，将置信度$\mathrm{Crd}(\boldsymbol{m}_i)$作为区间证据$\boldsymbol{m}_i$的权重，在获得各个区间证据的权重后，对各个区间证据进行加权平均，得到新的加权平均证据$\mathrm{MAE}(\boldsymbol{m})$

$$\mathrm{MAE}(\boldsymbol{m})=\sum_{i=1}^{N}\mathrm{Crd}(\boldsymbol{m}_i)\times\boldsymbol{m}_i \tag{15}$$

若有N条区间证据，将得到的新区间证据用Demspter区间组合公式融合N−1次，得到的最终融合区间，相比直接用Demspter区间组合公式获得的IBPA，区间宽度较窄，并且区间上下界聚焦于同一个焦元的作用很明显。其主要原因是，由于本文方法考虑了区间证据之间的相似程度，各个区间证据因相互支持度的不同获得不同的权重，如果一个区间证据被其它区间证据所支持的程度较高，该证据就越可信，对最后的融合结果影响程度越大。相反，如果某一证据与其它证据是高冲突的，它的权重就很低，对最终的融合结果影响程度较小。

4　实例分析

为了说明本文方法的有效性，这里给出 3 个高冲突区间证据融合的典型例子，并设定辨识框架均为$\Theta=\{\theta_1,\theta_2,\theta_3\}$，且所给出的区间证据均是有效且归一化的。例 1 是关于单元素赋值的区间证据。例 2 中含有对辨识框架下单元素与全集赋值的区间证据。例 3 中含有对辨识框架下单元素与子集赋值的区间证据。

例 1　设 3 个区间证据 $\boldsymbol{m}_1$, $\boldsymbol{m}_2$ 和 $\boldsymbol{m}_3$ 为

$\boldsymbol{m}_1(\theta_1)$=[0.95 0.98], $\boldsymbol{m}_1(\theta_2)$=[0.00 0.01], $\boldsymbol{m}_1(\theta_3)$=[0.02 0.05];$\boldsymbol{m}_2(\theta_1)$=[0.02 0.05], $\boldsymbol{m}_2(\theta_2)$=[0.00 0.01], $\boldsymbol{m}_2(\theta_3)$=[0.95 0.98]; $\boldsymbol{m}_3(\theta_1)$=[0.40 0.60], $\boldsymbol{m}_3(\theta_2)$=[0.10 0.20], $\boldsymbol{m}_3(\theta_3)$=[0.30 0.40]

用式(8)对 3 个区间证据进行扩展型 Pignistic 转换，并用式(9)，式(10)计算得到两两区间证据间的距离及相似度，以此构造成相似度矩阵为

$$\mathrm{SMM}=\begin{bmatrix}1.0000 & 0.2407 & 0.6599\\ 0.2407 & 1.0000 & 0.5432\\ 0.6599 & 0.5432 & 1.0000\end{bmatrix}$$

根据式(11)−式(13)得到各个区间证据体的置信度分别为

$$\mathrm{Crd}(\boldsymbol{m}_1)=0.3119,\ \mathrm{Crd}(\boldsymbol{m}_2)=0.2714,\ \mathrm{Crd}(\boldsymbol{m}_3)=0.4167$$

采用加权平均后，再用 Demspter 区间证据组合公式进行融合，并与直接采用 Demspter 区间证据组合公式融合的结果进行对比，如表 3 所示。

表 3 两种融合方法的结果对比

	$\boldsymbol{m}(\theta_1)$	$\boldsymbol{m}(\theta_2)$	$\boldsymbol{m}(\theta_3)$
直接融合方法	[0.2840 0.8376]	[0.0000 0.0014]	[0.1624 0.7159]
本文方法	[0.5324 0.7576]	[0.0003 0.0037]	[0.2421 0.4644]

通过表 3 可以看出，当区间证据存在高冲突时，即 $\boldsymbol{m}_1$ 强烈支持 θ_1，而 $\boldsymbol{m}_2$ 却强烈的支持 θ_3 , $\boldsymbol{m}_3$ 却不能明显支持一方。若直接用 Demspter 区间证据组合公式，融合结果的区间宽度很大，难以决策。而本文方法充分考虑了区间证据之间的相互关联性，降低冲突性区间证据在整个融合系统的权重，减小其在融合过程中的作用，所得的最终融合结果的区间宽度较窄，并且区间上下界同时聚焦于同一个焦元上的作用明显，从而提高了决策能力。

例 2　设定只对辨识框架下单元素和全集赋值的区间证据 $\boldsymbol{m}_i(i=1,2,\cdots,5)$如表 4 所示。

表 4 单元素和全集赋值的区间证据

	θ_1	θ_2	θ_3	Θ
$\boldsymbol{m}_1$	[0.65,0.75]	[0.00,0.01]	[0.05,0.10]	[0.20,0.40]
$\boldsymbol{m}_2$	[0.00,0.01]	[0.70,0.85]	[0.05,0.15]	[0.10,0.20]
$\boldsymbol{m}_3$	[0.20,0.30]	[0.20,0.30]	[0.20,0.30]	[0.30,0.40]
$\boldsymbol{m}_4$	[0.50,0.60]	[0.05,0.15]	[0.00,0.01]	[0.30,0.40]
$\boldsymbol{m}_5$	[0.55,0.65]	[0.05,0.15]	[0.00,0.01]	[0.25,0.35]

本文方法与直接用 Demspter 区间证据组合公式融合结果进行对比，如表 5 所示，其中列出了区间证据依次融合的过程。

通过表 4 知，区间证据 $\boldsymbol{m}_1$, $\boldsymbol{m}_4$ 和 $\boldsymbol{m}_5$ 同时支持 θ_1 , $\boldsymbol{m}_2$ 支持 θ_2 , $\boldsymbol{m}_3$ 未明确支持任何一个焦元，可知

表 5 两种融合方法的结果对比

		$\boldsymbol{m}_1,\boldsymbol{m}_2$	$\boldsymbol{m}_1,\boldsymbol{m}_2,\boldsymbol{m}_3$	$\boldsymbol{m}_1,\boldsymbol{m}_2,\boldsymbol{m}_3,\boldsymbol{m}_4$	$\boldsymbol{m}_1,\boldsymbol{m}_2,\boldsymbol{m}_3,\boldsymbol{m}_4,\boldsymbol{m}_5$
直接融合方法	$\boldsymbol{m}(\theta_1)$	[0.1722 0.4311]	[0.1647 0.4900]	[0.2782 0.7220]	[0.4362 0.8835]
	$\boldsymbol{m}(\theta_2)$	[0.3723 0.6882]	[0.3460 0.7191]	[0.1968 0.6493]	[0.0862 0.5250]
	$\boldsymbol{m}(\theta_3)$	[0.0581 0.1864]	[0.0716 0.2601]	[0.0312 0.1988]	[0.0100 0.1301]
	$\boldsymbol{m}(\Theta)$	[0.0647 0.1356]	[0.0323 0.0829]	[0.0147 0.0587]	[0.0049 0.0356]
本文方法	$\boldsymbol{m}(\theta_1)$	[0.5460 0.6892]	[0.6374 0.8097]	[0.7067 0.8883]	[0.7260 0.9369]
	$\boldsymbol{m}(\theta_2)$	[0.1510 0.2866]	[0.1102 0.2777]	[0.0719 0.2494]	[0.0438 0.2153]
	$\boldsymbol{m}(\theta_3)$	[0.0441 0.1089]	[0.0261 0.0913]	[0.0136 0.0699]	[0.0066 0.0503]
	$\boldsymbol{m}(\Theta)$	[0.0803 0.1505]	[0.0282 0.0726]	[0.0098 0.0358]	[0.0033 0.0177]

$\boldsymbol{m}_2$与$\boldsymbol{m}_1$, $\boldsymbol{m}_4$, $\boldsymbol{m}_5$存在着高冲突。若直接用Demspter区间证据组合公式融合，则最终的融合结果的区间宽度较大，不易决策。而采用本文方法时，由于采用区间证据的置信度度量区间证据的相互支持度，因此提高了 $\boldsymbol{m}_1$, $\boldsymbol{m}_4$和 $\boldsymbol{m}_5$的权重，同时减小 $\boldsymbol{m}_2$的权重，并弱化$\boldsymbol{m}_3$的权重，使最终融合结果的区间宽度很窄，并且区间的上下界同时聚焦于θ_1的作用更为明显。

例 3 设定只对辨识框架中单元素和子集赋值的区间证据 $\boldsymbol{m}_i(i=1,2,\cdots,5)$如表 6 所示。

表 6 单元素和子集赋值的区间证据

	θ_1	θ_2	θ_3	θ_1,θ_3
$\boldsymbol{m}_1$	[0.45,0.55]	[0.15,0.25]	[0.25,0.35]	[0.00,0.01]
$\boldsymbol{m}_2$	[0.00,0.01]	[0.85,0.95]	[0.05,0.15]	[0.00,0.01]
$\boldsymbol{m}_3$	[0.50,0.60]	[0.05,0.15]	[0.00,0.01]	[0.30,0.40]
$\boldsymbol{m}_4$	[0.50,0.60]	[0.05,0.15]	[0.00,0.01]	[0.30,0.40]
$\boldsymbol{m}_5$	[0.55,0.65]	[0.05,0.15]	[0.00,0.01]	[0.25,0.35]

本文方法与直接用 Demspter 区间证据组合公式融合结果进行对比，如表 7 所示，其中列出了区间证据依次融合的过程。

从表 6 中可知，区间证据 $\boldsymbol{m}_1$, $\boldsymbol{m}_3$, $\boldsymbol{m}_4$和 $\boldsymbol{m}_5$均支持θ_1，只有 $\boldsymbol{m}_2$支持θ_2，依理推知 $\boldsymbol{m}_2$是干扰证据，并且最终融合结果也是应该支持θ_1，但从融合结果表 7 中可以得知，直接用 Demspter 区间证据组合公式得到的最终融合区间宽度很大，根本无法做出决策。而采用本文方法，通过降低干扰证据 $\boldsymbol{m}_2$的权重，最终的融合结果区间宽度很窄，并且区间上下界同时聚焦于θ_1上的作用更加明显。

5 结论

本文提出了一种基于证据相似性度量的冲突性区间证据融合方法，考虑焦元之间及区间证据之间的相互关联性，提出扩展型 Pignistic 概率转换；并基于区间归一化欧氏距离公式来间接度量区间证据的相似性，分析区间证据相互之间的冲突；然后确定各个区间证据的置信度，加权平均原始区间证据以得到新的区间证据，再用 Demspter 区间证据组合公式进行融合，减少了冲突证据在融合过程的作用，降低了干扰对最终融合结果的影响。最终，融合结果的区间宽度较窄，并且区间上下界同时聚焦于同一个焦元上的作用更加明显，从而提高了冲突性区间证据融合的合理性和可靠性。

表 7 两种融合方法的结果对比

		$\boldsymbol{m}_1,\boldsymbol{m}_2$	$\boldsymbol{m}_1,\boldsymbol{m}_2,\boldsymbol{m}_3$	$\boldsymbol{m}_1,\boldsymbol{m}_2,\boldsymbol{m}_3,\boldsymbol{m}_4$	$\boldsymbol{m}_1,\boldsymbol{m}_2,\boldsymbol{m}_3,\boldsymbol{m}_4,\boldsymbol{m}_5$
直接融合方法	$\boldsymbol{m}(\theta_1)$	[0.0000 0.0653]	[0.0000 0.5023]	[0.0000 0.9107]	[0.0000 0.9830]
	$\boldsymbol{m}(\theta_2)$	[0.6495 0.9500]	[0.1538 0.9048]	[0.0123 0.8261]	[0.0009 0.7403]
	$\boldsymbol{m}(\theta_3)$	[0.0495 0.2914]	[0.0729 0.7715]	[0.0421 0.9651]	[0.0124 0.9950]
	$\boldsymbol{m}(\theta_1,\theta_3)$	[0.0000 0.0005]	[0.0000 0.0032]	[0.0000 0.0152]	[0.0000 0.0475]
本文方法	$\boldsymbol{m}(\theta_1)$	[0.6795 0.7870]	[0.8338 0.9167]	[0.9159 0.9712]	[0.9581 0.9905]
	$\boldsymbol{m}(\theta_2)$	[0.0373 0.1200]	[0.0081 0.0542]	[0.0017 0.0237]	[0.0004 0.0101]
	$\boldsymbol{m}(\theta_3)$	[0.0402 0.0935]	[0.0202 0.0685]	[0.0086 0.0433]	[0.0034 0.0252]
	$\boldsymbol{m}(\theta_1,\theta_3)$	[0.0572 0.1070]	[0.0165 0.0436]	[0.0045 0.0171]	[0.0012 0.0066]

参 考 文 献

[1] 徐晓滨, 文成林, 王迎昌. 基于模糊故障特征信息的随机集度量信息融合诊断方法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(7): 1635-1640.
Xu Xiao-bin, Wen Cheng-lin, and Wang Ying-chang. Information fusion algorithm of fault diagnosis based on random set metrics of fuzzy fault features [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(7): 1635-1640.

[2] Liu Wei-ru. Analyzing the degree of conflict among belief functions [J]. *Artificial Intelligence*, 2006, 170(11): 909-924.

[3] Yager R R. On the fusion of imprecise uncertainty measures using belief structures[J]. *Information Sciences*, 2011, 181(15): 3199-3209.

[4] Deng Yong, Shi Wen-kang, *et al*.. Combining belief function based on distance of evidence [J]. *Decision Support Systems*, 2004, 38(3): 489-493.

[5] 徐晓滨, 王玉成, 文成林. 基于诊断证据可靠性评估的信息融合故障诊断方法[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(4): 504-510.
Xu Xiao-bin, Wang Yu-cheng, and Wen Cheng-lin. Information-fusion method for fault diagnosis based on reliability evaluation of evidence [J]. *Control Theory and Applications*, 2011, 28(4): 504-510.

[6] Denoeux T. Reasoning with imprecise belief structures [J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 1999, 20(1): 79-111.

[7] Denoeux T. Modelling vague belief using fuzzy-valued belief

structures [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, 116(2): 167–199.

[8] Wang Ying-ming, Yang Jian-bo, *et al*.. On the combination and normalization of interval-valued belief structures [J]. *Information Sciences*, 2007, 177(5): 1230–1247.

[9] Wang Ying-ming, Yang Jian-bo, *et al*.. The evidential reasoning approach for multiple attribute decision analysis using interval belief degrees [J]. *European Journal of Operational Research*, 2006, 175(1): 35–66.

[10] Lee E S and Zhu Qing. An interval Dempster-Shafer approach [J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 1992, 24(7): 89–95.

[11] Xu Xiao-bin, Feng Hai-shan, *et al*.. An information fusion method of fault diagnosis based on interval basic probability assignment [J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2011, 20(2): 255–260.

[12] Su Zhi-gang, Wang Pei-hong, *et al*.. Maximal confidence intervals of the interval-valued belief structure and applications[J]. *Information Sciences*, 2011, 181(9): 1700–1721.

[13] Fu Chao and Yang Shan-lin. Analyzing the applicability of Dempster's rule to the combination of interval-valued belief structures [J]. *Expert Systems with Applications*, 2011, 38(4): 4291–4301.

[14] Zeng Wen-yi and Guo Ping. Normalized distance, similarity measure, inclusion measure and entropy of interval-valued fuzzy sets and their relationship [J]. *Information Sciences*, 2008, 178(5): 1334–1342.

冯海山：　男，1985 年生，硕士，研究方向为不确定性信息处理与故障诊断.

徐晓滨：　男，1980 年生，博士，研究领域为智能信息融合与故障诊断.

文成林：　男，1963 年生，教授，研究领域为故障诊断与预报、多源信息融合.