

基于分数阶傅里叶变换的双基地雷达线性调频信号的参数联合估计新方法

李丽^{①②} 邱天爽^{*①}

^①(大连理工大学电子信息与电气工程学部 大连 116024)

^②(大连大学信息工程学院 大连 116622)

摘要: 该文提出一种双基地 MIMO 雷达线性调频(LFM)信号参数的联合估计新方法。在所提出的新的双基地 MIMO 雷达的信号模型基础上,利用分数阶傅里叶变换对线性调频(LFM)信号的能量聚集特性进行提取,根据分数阶傅里叶变换域内的峰值点对多普勒频移尺度和时延进行估计,并采用 FRFT-MUSIC 算法实现了线性调频(LFM)信号收发角的联合估计,实现了收发角的自动配对。仿真实验验证了算法的有效性。

关键词: 双基地 MIMO 雷达; 线性调频信号; 分数阶傅里叶变换; 参数估计; FRFT-MUSIC 算法

中图分类号: TN957.51

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)04-0878-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.00788

A Novel Method for Joint Parameter Estimation of LFM Signals in Bistatic MIMO Radar System Based on FRFT

Li Li^{①②} Qiu Tian-shuang^①

^①(Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

^②(Information Engineering College, Dalian University, Dalian 116622, China)

Abstract: This paper presents a novel method for joint parameter estimation of Linear Frequency Modulation (LFM) signals in bistatic Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) radar system. A new signal array model of bistatic MIMO radar system is constructed in this paper. Firstly, each LFM signal is extracted according to the characteristic energy concentration in FRactional Fourier Transform (FRFT) domain. Secondly, the Doppler frequency shift scale and time delay are estimated by searching peak point in the FRFT domain. Furthermore, both Direction Of Departures (DODs) and Direction Of Arrivals (DOAs) of the multiple targets are estimated and paired automatically by employing the FRFT-MUSIC algorithm. Simulation results are presented to verify the effectiveness of the proposed method.

Key words: Bistatic MIMO radar; Linear Frequency Modulation (LFM) signal; FRactional Fourier Transform (FRFT); Parameter estimation; FRFT-MUSIC algorithm

1 引言

双基地雷达在反隐身、抗干扰、抗反辐射导弹等方面具有潜在的优势,但在实现上存在着时间、角度、频率同步的三大技术难题。多输入多输出(MIMO)雷达是一种新体制雷达,具有很多优点,因而成为学术界研究的热点。双基地 MIMO 雷达能够在没有角度同步条件下,实现接收站目标角度和发射站目标角度的同时测量,为双基地雷达目标定位提供一个新途径^[1-3]。

目前,关于双基地雷达目标参数估计的文献还没有大量出现,文献[3]基于双重求根多项式来估计收发角,且能够实现收发角的自动配对。文献[4]利

用发射阵和接收阵的平移不变结构,采用经典的 ESPRIT 算法估计目标的 2 维方位角,但需要额外的 2 维参数配对过程。文献[5]基于多项式求根的方法分别对发射角和接收角进行估计。文献[6]通过多径信号的散列函数来估计多普勒频移和时间延迟。文献[7]针对 L 型阵列的 MIMO 雷达推导出多目标的 2 维发射角和 2 维接收角的估计式。文献[8]利用矩阵的双正交性构造代价函数,通过迭代法分阶段估计了收发角和多普勒频移。文献[9]根据平行因子分析法实现了 MIMO 雷达的收发角和多普勒频移的估计。尽管上述方法取得了很好的参数估计效果,但是由于所采用的相位编码信号本身的弱点,易于受到外界干扰,特别是恶意干扰。线性调频(LFM)信号的突出特点是匹配滤波器对回波的多普勒频移不敏感,并具有更好的低截获概率特性,因而广泛

2011-07-29 收到, 2012-01-04 改回

国家自然科学基金(60872122)资助课题

*通信作者: 邱天爽 qutsh@dlut.edu.cn

应用于雷达、声纳等领域。目前的文献中，在双基地 MIMO 雷达系统中以线性调频信号作为发射信号的研究很少，是双基地 MIMO 雷达系统研究的薄弱环节。

为此，本文利用分数阶傅里叶变换(FRFT)对线性调频信号的能量聚集特性，提出了一个新的时频平面内的阵列信号模型，并采用分数阶匹配滤波器对回波信号进行匹配滤波。然后利用分数阶傅里叶变换的旋转角度与信号的频率调制率之间的关系以及分数域内峰值点对多普勒频移尺度和时延进行了有效估计。最后构造分数阶傅里叶变换的空间时频分布数据模型，通过 FRFT-MUSIC 谱峰搜索，估计发射角和接收角，且实现了角度的自动配对。该方法不存在交叉干扰，能够很好地抑制噪声的干扰，且运算量小。仿真实验验证了算法的有效性。

2 信号模型的提出

本文所用的双基地 MIMO 雷达系统结构如图 1 所示。发射和接收阵元数目分别为 Q 和 N ，阵元间距分别为 d_t 和 d_r ，设雷达工作在宽带远场条件，发射阵列和接收阵列处于同一相位中心。假设在相同距离分辨单元上存在 L 个目标， (φ_l, θ_l) 表示第 l 个目标所对应的雷达发射角和接收角。为了提高抗干扰性，考虑发射阵元发射信号为线性调频信号，在宽带假设条件下，雷达接收到的回波信号是多普勒频移的多径分量的叠加信号，因此依据分数阶傅里叶变换对线性调频信号的能量聚集特性，本文提出一个新的阵列信号模型，第 n 个接收阵元接收到的回波信号可表示为

$$r_n(t) = \sum_{l=1}^L \sum_{q=1}^Q \{ \sigma_l x_q [a_l(t - \tau_l)] \mathbf{A}_q(\varphi_l) \mathbf{B}_n(\theta_l) \} + N_n(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (1)$$

$$x_q(t) = \mathbf{A}_q \exp \left[j2\pi \left(f_{q0} t + \mu_{q0} t^2 / 2 \right) + \phi_{q0} \right] \quad (2)$$

其中 f_{q0} 、 μ_{q0} 和 ϕ_{q0} 分别为第 q 个发射阵元发射 LFM 信号的初始频率，频率调制率和初相， σ_l 表示第 l 个目标的幅度衰减因子，假设 σ_l 服从零均值、方差为 η_l^2 的复高斯分布 $\sigma_l \sim N^C(0, \eta_l^2)$ ， a_l 为第 l 个

目标产生的多普勒频移尺度参数^[10-12]， τ_l 为第 l 个运动目标收发阵元之间产生的时间延迟。 $\mathbf{A}_q(\varphi_l) = \exp(j2\pi(q-1)d_t \sin \varphi_l / \lambda)$ 称为发射导向矢量， $\mathbf{B}_n(\theta_l) = \exp(j2\pi(n-1)d_r \sin \theta_l / \lambda)$ 为接收导向矢量， λ 为发射信号波长，假设发射阵元间距和接收阵元间距均为等间隔， $d_t = d_r = \lambda/2$ ， $N_n(t)$ 为高斯白噪声。

3 基于提出模型的 FRFT 分析

3.1 LFM 信号的分数阶傅里叶变换

由分数阶傅里叶变换的定义^[13]，可以得到第 q 个发射阵元发射的 LFM 信号 $x_q(t)$ 的分数阶傅里叶变换：

$$\begin{aligned} X_q(\alpha, m) &= F^p[x_q(t)](m) \\ &= A\sqrt{(1-j\cot\alpha)} \exp(j\pi m^2 \cot\alpha) \\ &\quad \cdot \int_{-T/2}^{+T/2} \exp(j2\pi t(f_{q0} - m \csc\alpha)) \\ &\quad \cdot \exp(j\pi t^2(\cot\alpha + \mu_{q0})) dt \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\alpha \equiv p\pi/2$ ， p 为 FRFT 的阶数， $0 < p \leq 2$ ， F^p 表示 FRFT 算子。

当 $\alpha = \alpha_{q0} = -\arccot(\mu_{q0})$ 时， $X_q(\alpha, m)$ 具有最佳的能量聚集特性，且

$$\begin{aligned} X_q(\alpha_{q0}, m) &= A\sqrt{(1-j\cot\alpha_{q0})} \exp(j\pi m^2 \cot\alpha_{q0}) \\ &\quad \cdot \int_{-T/2}^{+T/2} \exp(j2\pi t(f_{q0} - m \csc\alpha_{q0})) dt \end{aligned} \quad (4)$$

当 $m = m_{q0} = f_{q0} \sin \alpha_{q0}$ 时， $X_q(\alpha_{q0}, m)$ 出现峰值，峰值点为 (α_{q0}, m_{q0}) ，其中 α_{q0} 和 m_{q0} 表示发射信号 $x_q(t)$ 在分数域上峰值点的坐标。此时， (α_{q0}, m_{q0}) 和 (f_{q0}, μ_{q0}) 的关系为

$$\left. \begin{aligned} \mu_{q0} &= -\cot\alpha_{q0} \\ f_{q0} &= m_{q0} \csc\alpha_{q0} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

从式(5)可以看出，信号的分数阶傅里叶变换的阶数 p 只与 LFM 信号的频率调制率有关。

3.2 基于分数阶傅里叶变换的匹配滤波器

由于有限长 LFM 信号的 Wigner 分布在时频平面上呈现为斜直线的背鳍形分布，因此，若在与该斜直线相垂直的分数阶域上求信号的分数阶傅里叶变换，则在该域的某点会出现明显的峰值。另一方面，对于具有不同频率调制率的信号在该分数域上则不会出现能量聚集，且噪声的能量一般是均匀地分布在整个时频平面内。这样，当信号 $x_q(t)$ 在 $\alpha = \alpha_{q0}$ 域出现峰值时，其他的信号不会出现峰值，且峰值信号的能量绝大部分集中在以 m_{q0} 为中心的一个窄带内，而其他不同频率调制率的信号及噪声均不会在该处出现明显的能量聚集^[11]。

本文设计一个以 m_{q0} 为中心的分数域内的带通

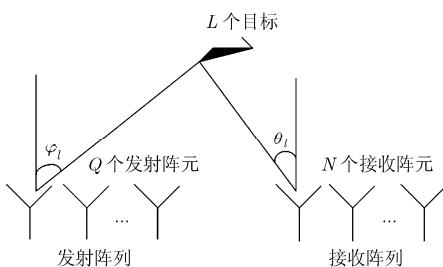


图 1 双基地 MIMO 雷达阵列模型

滤波器,选择合适的带宽,将回波信号在分数域内通过带通滤波器进行信号提取,再进行 $-p$ 阶的分数阶傅里叶变换,反变换回时间域,就可提取到想要的回波信号 $r_{q,n}(t)$:

$$r_{q,n}(t) = \sum_{l=1}^L \sigma_l x_q [a_l(t - \tau_l)] \mathbf{A}_q(\varphi_l) \mathbf{B}_n(\theta_l) + N_n(t) \quad (6)$$

其中 $r_{q,n}(t)$ 表示第 q 个发射阵元发射 LFM 信号经 L 个目标反射后到达第 n 个接收阵元的单次回波信号。 $r_{q,n} \in [r_{1,1}, \dots, r_{1,n}, \dots, r_{1,N}, \dots, r_{q,1}, \dots, r_{q,n}, \dots, r_{q,N}, \dots, r_{Q,1}, \dots, r_{Q,n}, \dots, r_{Q,N}]$ 。

图2显示了两分量 LFM 回波信号,混有 SNR=10 dB 的高斯白噪声,分数阶步长 $V_p = 0.01$ 。从图2(a)可以看出2个发射阵元的发射信号经过3个目标的反射后的回波信号,集中在两个频带内,采用分数域内的匹配滤波器即可实现信号的提取。

4 基于 FRFT 的参数联合估计新方法

4.1 多普勒频移的估计

对式(6)所示 $r_{q,n}(t)$ 进行分数阶傅里叶变换:

$$R_{q,n}(\alpha, m) = F^p[r_{q,n}(t)](m) = \sqrt{1 - j \cot \alpha} \int_{-T/2}^{+T/2} r_{q,n}(t) \cdot \exp(j\pi(t^2 \cot \alpha - 2mt \csc \alpha + m^2 \cot \alpha)) dt \quad (7)$$

在 (α, m) 平面上,对 $R_{q,n}(\alpha, m)$ 进行峰值点的2维搜索,为了提高搜索效率,根据发射阵元发射信号的调制率来确定搜索范围 (a, b) ,确定步长 V_p 。不同频率调制率的信号及噪声均不会在某个旋转角度处出现明显的能量聚集,可搜索到 L 个峰值点及每个峰值点的位置 (α_{ql}, m_{ql}) ,其中 α_{ql} 和 m_{ql} 表示发射信号 $x_q(t)$ 经过第 l 个目标反射后的回波信号在分数域内峰值点的坐标。已知信号的频率调制率 μ_{ql} 与分数阶傅里叶变换旋转角度和多普勒频移尺度参数之间的关系,分别如式(8)和式(9)所示。

$$\mu_{ql} = -\cot \alpha_{ql} \quad (8)$$

$$\mu_{ql} = \mu_{q0} a_l^2 \quad (9)$$

根据式(8)和式(9),信号经第 l 个目标反射产生的多普勒频移尺度参数的估计值 a_l 为

$$a_l = \sqrt{-\cot \alpha_{ql} / \mu_{q0}} \quad (10)$$

4.2 多径时延的估计

第 q 个发射阵元发射的 LFM 信号,在第 n 个接收阵元的输出如式(6)所示,又由式(2)可得

$$x_q(a_l t) = \mathbf{A}_q \exp(j2\pi(f_{q0} a_l t + \mu_{q0} a_l^2 t^2 / 2)) \quad (11)$$

令 $f_{q0} a_l = f_{ql}$, $\mu_{q0} a_l^2 = \mu_{ql}$,则式(11)可写成式(12)和式(13)的形式:

$$y_{q,l}(t) = x_q(a_l t) = \mathbf{A}_q \exp(j2\pi(f_{ql} t + \mu_{ql} t^2 / 2)) \quad (12)$$

$$y_{q,l}(t - \tau_l) = \mathbf{A}_q \exp(j2\pi((f_{ql} - \mu_{ql} \tau_l) t + \mu_{ql} t^2 / 2)) \cdot \exp(j2\pi(\mu_{ql} \tau_l^2 / 2 - f_{ql} \tau_l)) \quad (13)$$

根据式(11),式(13),式(6)可写成式(14):

$$r_{q,n}(t) = \sum_{l=1}^L \mathbf{A}_q \exp(j2\pi((f_{ql} - \mu_{ql} \tau_l) t + \mu_{ql} t^2 / 2)) \sigma_l \cdot \exp(j2\pi(\mu_{ql} \tau_l^2 / 2 - f_{ql} \tau_l)) \cdot \exp(j2\pi(q-1)d_t \sin \varphi_l / \lambda) \cdot \exp(j2\pi(n-1)d_r \sin \theta_l / \lambda) + N_n(t) \quad (14)$$

令

$$z_{q,l}(t) = \mathbf{A}_q \exp(j2\pi((f_{ql} - \mu_{ql} \tau_l) t + \mu_{ql} t^2 / 2)) \quad (15)$$

$$G_{q,n,l}(\varphi, \theta) = \sigma_l \exp(j2\pi(\mu_{ql} \tau_l^2 / 2 - f_{ql} \tau_l)) \cdot \exp(j2\pi(q-1)d_t \sin \varphi_l / \lambda) \cdot \exp(j2\pi(n-1)d_r \sin \theta_l / \lambda) \quad (16)$$

根据式(15)和式(16),式(14)可表示为

$$r_{q,n}(t) = \sum_{l=1}^L G_{q,n,l}(\varphi, \theta) z_{q,l}(t) + N_n(t) \quad (17)$$

对式(17)进行分数阶傅里叶变换,得

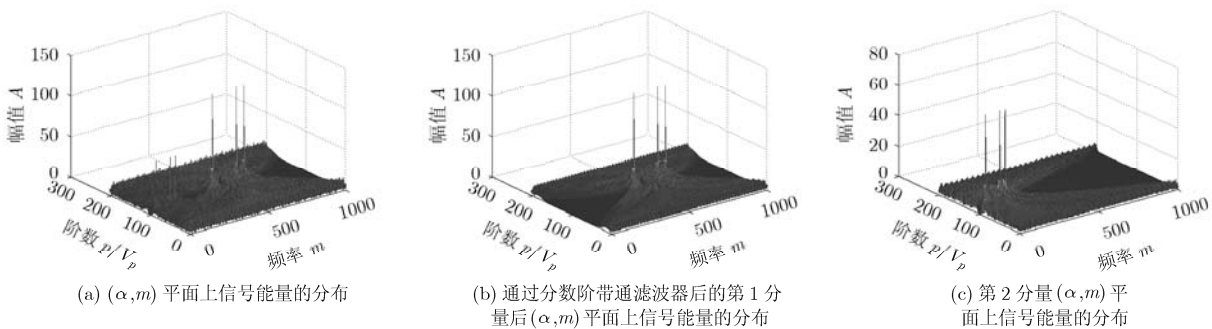


图2 基于分数阶傅里叶变换的带通滤波器的信号提取

$$\begin{aligned}
 R_{q,n}(\alpha, m) &= F^p[r_{q,n}(t)](m) \\
 &= \sum_{l=1}^L G_{q,n,l}(\varphi, \theta) F^p[z_{q,l}(t)](m) \\
 &\quad + N_n(\alpha, m)
 \end{aligned} \tag{18}$$

当 $\alpha = \alpha_{ql} = -\text{arccot} \mu_{ql}, l = 1, 2, \dots, L$ 时, $R_{q,n}(\alpha, m)$ 具有能量聚集特性, 且

$$\begin{aligned}
 R_{q,n}(\alpha, m) &= \sum_{l=1}^L R_{q,n,l}(\alpha_{ql}, m) \\
 &= \sum_{l=1}^L \mathbf{A}_q G_{q,n,l}(\varphi, \theta) \sqrt{(1 - j \cot \alpha_{ql})} \\
 &\quad \cdot \exp(j\pi m^2 \cot \alpha_{ql}) \\
 &\quad \cdot \int_{-T/2}^{+T/2} \exp(j2\pi t(-m \csc \alpha_{ql} + f_{ql} - \mu_{ql} \tau_l)) dt \\
 &\quad + N(\alpha, m)
 \end{aligned} \tag{19}$$

对式(12)中的 $y_{q,l}(t)$ 进行分数阶傅里叶变换, 可得

$$\begin{aligned}
 Y_{q,l}(\alpha, m) &= \mathbf{A}_q \sqrt{(1 - j \cot \alpha)} \exp(j\pi(m^2 \cot \alpha)) \\
 &\quad \cdot \int_{-T/2}^{+T/2} \exp(j\pi t^2(\cot \alpha + \mu_{ql})) \\
 &\quad \cdot \exp(j2\pi t(-m \csc \alpha_{ql} + f_{ql})) dt
 \end{aligned} \tag{20}$$

对于式(20), 设 $Y_{q,l}(\alpha, m)$ 峰值点的位置为 (α_{ql}, m'_{ql}) , 此时

$$\left. \begin{aligned}
 Y_{q,l}(\alpha_{ql}, m'_{ql}) &= \mathbf{A}_q \sqrt{(1 - j \cot \alpha_{ql})} \\
 &\quad \cdot \exp(j\pi m'^2_{ql} \cot \alpha_{ql}) \cdot T \\
 \mu_{ql} &= -\cot \alpha_{ql} \\
 m'_{ql} \csc \alpha_{ql} &= f_{ql}
 \end{aligned} \right\} \tag{21}$$

对于式(19), 当 $m = m_{ql} = (f_{ql} - \mu_{ql} \tau_l) / \csc \alpha_{ql}$ 时, $R_{q,n}(\alpha_{ql}, m)$ 出现峰值, 结合式(21), 有式(22):

$$m_{ql} = m'_{ql} - \tau_l \cos \alpha_{ql} \tag{22}$$

因此, 可得经第 l 个目标反射的回波信号的时延 τ_l 的估计值为

$$\tau_l = (f_{q0} a_l \sin \alpha_{ql} - m_{ql}) / (\mu_{q0} a_l^2 \sin \alpha_{ql}) \tag{23}$$

4.3 发射角和接收角的估计

由式(19)和式(22)可知,

$$\begin{aligned}
 R_{q,n,l}(\alpha_{ql}, m_{ql}) &= G_{q,n,l}(\varphi, \theta) \exp(j\pi((\tau_l \cos \alpha_{ql})^2 \\
 &\quad + 2m'_{ql} \tau_l \cos \alpha_{ql}) \cot \alpha_{ql}) \\
 &\quad \cdot \mathbf{A}_q \sqrt{(1 - j \cot \alpha_{ql})} \\
 &\quad \cdot \exp(j\pi m'^2_{ql} \cot \alpha_{ql}) \cdot T
 \end{aligned} \tag{24}$$

其中 $R_{q,n,l}(\alpha_{ql}, m_{ql})$ 表示发射信号 $x_q(t)$ 经过第 l 个目标反射后的回波信号在分数域内峰值点的幅度。

令

$$\begin{aligned}
 C_{q,n,l}(\varphi, \theta) &= G_{q,n,l}(\varphi, \theta) \\
 &\quad \cdot \exp(j\pi((\tau_l \cos \alpha_{ql})^2 + 2m'_{ql} \tau_l \cos \alpha_{ql}) \cot \alpha_{ql})
 \end{aligned} \tag{25}$$

将式(15)代入式(25)得

$$\begin{aligned}
 C_{q,n,l}(\varphi, \theta) &= \sigma_l \exp(j2\pi(-\cot \alpha_{ql} \tau_l^2 / 2 - m'_{ql} \tau_l \csc \alpha_{ql})) \\
 &\quad \cdot \exp(j\pi((\tau_l \cos \alpha_{ql})^2 + 2m'_{ql} \tau_l \cos \alpha_{ql}) \cot \alpha_{ql}) \\
 &\quad \cdot \exp(j2\pi(q-1)d_t \sin \varphi_l / \lambda) \\
 &\quad \cdot \exp(j2\pi(n-1)d_r \sin \theta_l / \lambda)
 \end{aligned} \tag{26}$$

根据式(21), 式(25)和式(26), 式(24)可写成

$$R_{q,n,l}(\alpha_{ql}, m_{ql}) = C_{q,n,l}(\varphi, \theta) \cdot Y_{q,l}(\alpha_{ql}, m'_{ql}) \tag{27}$$

在第 l 个目标反射的回波信号的峰值点 (α_{ql}, m_{ql}) 处,

$$\begin{aligned}
 R_{q,n}(\alpha_{ql}, m_{ql}) &= R_{q,n,l}(\alpha_{ql}, m_{ql}) \\
 &\quad + \sum_{\rho \neq l}^L R_{q,n,\rho}(\alpha_{ql}, m_{ql}) + N_n(\alpha_{ql}, m_{ql})
 \end{aligned} \tag{28}$$

由于具有不同时频特性的其他 LFM 信号在 (α_{ql}, m_{ql}) 处的取值很小, 在处理中可以视为干扰项, 因此将式(27)代入式(28)得

$$\begin{aligned}
 R_{q,n}(\alpha_{ql}, m_{ql}) &= R_{q,n,l}(\alpha_{ql}, m_{ql}) + N_n(\alpha_{ql}, m_{ql}) \\
 &= C_{q,n,l}(\varphi, \theta) \cdot Y_{q,l}(\alpha_{ql}, m'_{ql}) \\
 &\quad + N_n(\alpha_{ql}, m_{ql})
 \end{aligned} \tag{29}$$

选择分数阶傅里叶域上 L 个峰值点的数据作为该阵元的观测数据, 则第 n 个阵元上的空间时频输出为

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_{q,n} &= [R_{q,n,1}(\alpha_{q1}, m_{q1}) \ R_{q,n,2}(\alpha_{q2}, m_{q2}) \\
 &\quad \dots \ R_{q,n,L}(\alpha_{qL}, m_{qL})]
 \end{aligned} \tag{30}$$

将所有阵元的空间时频输出表示为向量形式, 即可得到基于分数阶傅里叶变换的空间时频分布数据模型

$$\mathbf{R} = \mathbf{C}\mathbf{Y} + \mathbf{N} \tag{31}$$

$$\mathbf{R} = [\mathbf{R}_{q,1} \ \mathbf{R}_{q,2} \ \dots \ \mathbf{R}_{q,N}]^T \tag{32}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Y} &= \text{diag}\{Y_{q,1}(\alpha_{q1}, m'_{q1}) \ Y_{q,2}(\alpha_{q2}, m'_{q2}) \\
 &\quad \dots \ Y_{q,L}(\alpha_{qL}, m'_{qL})\}
 \end{aligned} \tag{33}$$

$$\mathbf{C} = [\mathbf{C}_{q,1} \ \mathbf{C}_{q,2} \ \dots \ \mathbf{C}_{q,L}] \tag{34}$$

其中

$$\mathbf{C}_{q,l} = [C_{q,1,l} \ C_{q,2,l} \ \dots \ C_{q,N,l}]^T \tag{35}$$

本文构造两个子阵 \mathbf{R}_1 和 \mathbf{R}_2 ，两个子阵的空间时频输出的数据模型为

$$\mathbf{R}_1 = [\mathbf{R}_{1,1} \quad \mathbf{R}_{1,2} \quad \cdots \quad \mathbf{R}_{1,L}]^T = \mathbf{C}'\mathbf{Y} + \mathbf{N}_1 \quad (36)$$

$$\mathbf{R}_2 = [\mathbf{R}_{2,1} \quad \mathbf{R}_{2,2} \quad \cdots \quad \mathbf{R}_{2,L}]^T = \mathbf{D}\mathbf{Y} + \mathbf{N}_2 \quad (37)$$

其中

$$\mathbf{C}' = [\mathbf{C}_{1,1} \quad \mathbf{C}_{1,2} \quad \cdots \quad \mathbf{C}_{1,L}] \quad (38)$$

$$\mathbf{D} = [\mathbf{C}_{n,1} \quad \mathbf{C}_{n,2} \quad \cdots \quad \mathbf{C}_{n,L}] \quad (39)$$

$$\mathbf{D}_{n,l} = [\mathbf{C}_{1,n,l} \quad \mathbf{C}_{2,n,l} \quad \cdots \quad \mathbf{C}_{Q,n,l}]^T \quad (40)$$

4.3.1 接收角的估计 首先,构造子阵 \mathbf{R}_1 的相关矩阵 $\mathbf{R}_{R_1 R_1}$ 。

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{R_1 R_1} &= E[\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_1^H] = \mathbf{C}'E[\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H]\mathbf{C}'^H + E[\mathbf{N}\mathbf{N}^H] \\ &\quad + \mathbf{C}'E[\mathbf{Y}\mathbf{N}^H] + E[\mathbf{N}\mathbf{Y}^H]\mathbf{C}'^H \end{aligned} \quad (41)$$

由于信号与噪声不相关,所以式(41)后两项为零,因此,

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{R_1 R_1} &= \mathbf{C}'E[\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H]\mathbf{C}'^H + \sigma^2 \mathbf{I} \\ &= \mathbf{C}'\mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}\mathbf{C}'^H + \sigma^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (42)$$

又由于信号与噪声相互独立,式(42)的数据协方差矩阵可分解为与信号、噪声有关的两部分,其中 $\mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}$ 是信号协方差矩阵, $\mathbf{C}'\mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}\mathbf{C}'^H$ 是信号部分。

对 $\mathbf{R}_{R_1 R_1}$ 进行特征分解有

$$\mathbf{R}_{R_1 R_1} = \mathbf{U}_Y \sum_Y \mathbf{U}_Y^H + \mathbf{U}_N \sum_N \mathbf{U}_N^H \quad (43)$$

其中 \mathbf{U}_Y 是由大特征值对应的特征矢量张成的子空间也即信号子空间,而 \mathbf{U}_N 是由小特征值对应的特征矢量张成的子空间也即噪声子空间。

利用分数阶傅里叶域的相关矩阵代替传统的阵列相关矩阵,并可根据 MUSIC 算法得到分数域内的 FRFT-MUSIC 空间谱为

$$P(\theta) = \frac{1}{\mathbf{C}'^H(\theta)\mathbf{U}_N\mathbf{U}_N^H\mathbf{C}'(\theta)} \quad (44)$$

对 $P(\theta)$ 进行谱峰搜索,可得到第 l 个目标发射回波信号的接收角的估计值 θ_l 。

4.3.2 发射角的估计 同理,子阵 \mathbf{R}_2 的 FRFT-MUSIC 空间谱为

$$P(\varphi) = \frac{1}{\mathbf{D}^H(\varphi)\mathbf{U}_N\mathbf{U}_N^H\mathbf{D}(\varphi)} \quad (45)$$

由于接收角 θ_l 已经由式(44)估计得到,对 $P(\varphi)$ 进行谱峰搜索,可得到第 q 个发射阵元相对第 l 个目标的发射角的估计值为 φ_l 。

本文给出的参数估计算法,发射角和接收角的估计是在同一次迭代过程中完成的,因此实现了参数的自动配对。

5 仿真实验及分析

仿真实验参数设置,发射阵元和接收阵元数目分别为 $Q=2$ 和 $N=2$,并假设双基地 MIMO 雷达远场存在 2 个目标,即 $L=2$,相对于发射阵元和接收阵元的发射角和接收角分别为 $(\varphi_1, \theta_1) = (20^\circ, 30^\circ)$, $(\varphi_2, \theta_2) = (50^\circ, 60^\circ)$,多普勒频移尺度参数 $a_1 = 0.9$, $a_2 = 1.1$,多径时延分别为 $\tau_1 = 80/f_s$, $\tau_2 = 160/f_s$ 。两个 LFM 信号的初始频率、频率调制率及幅度分别为 $f_{10} = 0.25$ MHz, $\mu_{10} = 100$ MHz, $A_1 = 2$, $f_{20} = 0.3$ MHz, $\mu_{20} = -200$ MHz, $A_2 = 4$,初相 $\phi_{10} = 0$, $\phi_{20} = 0$,采样频率为 $f_s = 1$ MHz,采样点数为 1000,进行 300 次 Monte-Carlo 实验。

实验 1 比较本文方法和文献[6]方法的目标多普勒频移尺度和时间延迟估计值的均方根误差 RMSE 随 SNR 的变化曲线。

图 3 显示了本文方法和文献[6]方法对时延估计 RMSE 随 SNR 变化的曲线。从图中可以看出,本文方法在 SNR 大于 -12 dB,目标的时延估计均方根误差迅速减小,并且保持稳定,与文献[6]方法时延估计性能基本一致。而在 SNR 小于 -12 dB 时,本文方法在两目标时延估计均方根误差较大,但性能仍比文献[6]方法要稍好。

图 4 显示了本文方法和文献[6]方法对多普勒频移尺度估计 RMSE 随 SNR 的变化曲线。从图中可以看出,当 SNR 大于 -18 dB 时,本文算法 RMSE 很小,并保持稳定;而文献[6]方法要达到本文算法的性能需要 SNR 大于 -10 dB 左右;当 SNR 小于 -18 dB 时,本文算法两个目标的多普勒频移尺度估计 RMSE 有些偏大,但仍优于文献[6]方法的性能。这是因为 LFM 信号在分数阶傅里叶变换域内具有很好的能量聚集性,而噪声在分数阶傅里叶变换域上不具有能量聚集特性,因此本文方法可以很好地估计多个目标的时延和多普勒频移参数。实验证明,本算法在低 SNR 时仍具有很好的性能。

实验 2 信噪比为 10 dB 时,两目标多普勒频移尺度和时延估计的均方根误差 RMSE 随分数阶步长 V_p 的变化曲线。

从图 5 和图 6 中可以看出,步长的选取直接影响两个参数的 RMSE,随着分数阶步长的变小,其均方根误差也迅速变小。这是因为本文提出时延和多普勒频移尺度估计算法是在分数阶傅里叶变换域内进行的,且与分数阶的阶数直接相关。因此分数阶步长越小,参数估计的均方根误差越小,但时间复杂度也会增加。

实验 3 比较本文方法和文献[3]方法的目标发射角和接收角估计值的均方根误差 RMSE 随 SNR

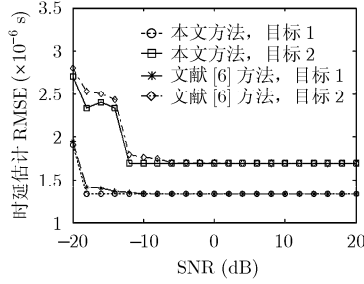


图 3 时延 RMSE 随 SNR 的变化曲线

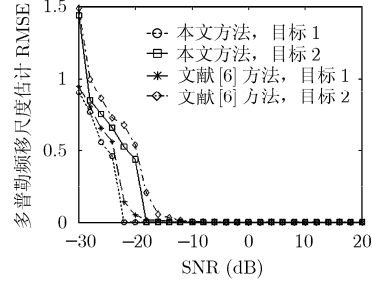


图 4 多普勒频移尺度 RMSE 随 SNR 的变化曲线

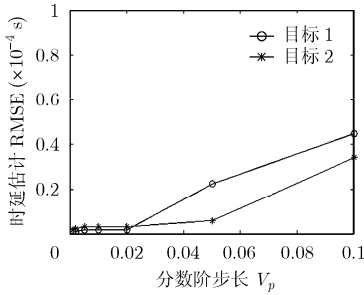


图 5 时间延迟估计 RMSE 变化曲线

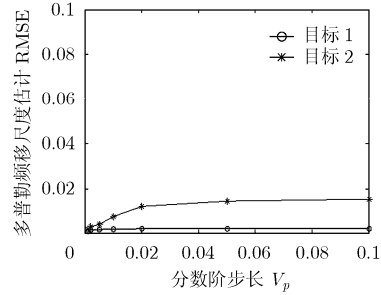


图 6 多普勒频移尺度估计 RMSE 变化曲线

的变化曲线。

从图 7 中可以看出，在 SNR 较大时，本文方法与文献[3]方法发射角和接收角估计性能基本一致，而在 SNR 比较低时，性能比文献[3]方法要稍好。从图 7(a)和 7(b)的对照可以看出，发射角估计的 RMSE 比接收角估计的 RMSE 要大一些，这是因为本算法是先估计接收角，之后再根据接收角的估计值来估计发射角，可见发射角的估计会受到接收角估计值的影响。通过实验仿真，本算法能够实现收发角的自动配对，并具有很好的估计性能。关于接收角估计的误差对发射角估计精度的影响，是后续工作继续研究的重点。

实验 4 当 SNR=5 dB 时，发射角和接收角的估计值为 $(\varphi_1, \theta_1) = (19.9850^\circ, 29.9935^\circ)$ ， $(\varphi_2, \theta_2) = (50.0145^\circ, 60.0120^\circ)$ ，图 8 显示了发射角和接收角配对估计星座图，由图可以看出发射角和接收角的估计很准确，实验证明该方法具有较好的性能。

6 结论

本文提出了一种基于 FRFT 的双基地 MIMO 雷达线性调频信号参数估计的新方法。在双基地 MIMO 雷达中，本文选用线性调频信号作为发射信号，利用其具有大时宽频宽特性，使得匹配滤波器对回波信号的多普勒频移不敏感，从而获得更好的低截获概率特性。依据分数阶傅里叶变换对线性调频信号的能量聚集特性，本文提出了一个新的在分数域内进行参数估计的信号模型，并提出相应的多普勒频移和时延参数的估计方法，在低信噪比时具有很好的性能。本算法在分数域内构造两个空间时频输出的数据模型，通过 FRFT-MUSIC 算法谱峰搜索依次估计接收角和发射角，且实现了收发角的自动配对，不需要额外的配对运算。另一方面，只要目标数目不大于接收阵元和发射阵元数目之和，则本文算法均可给出很好的目标参数估计结果。

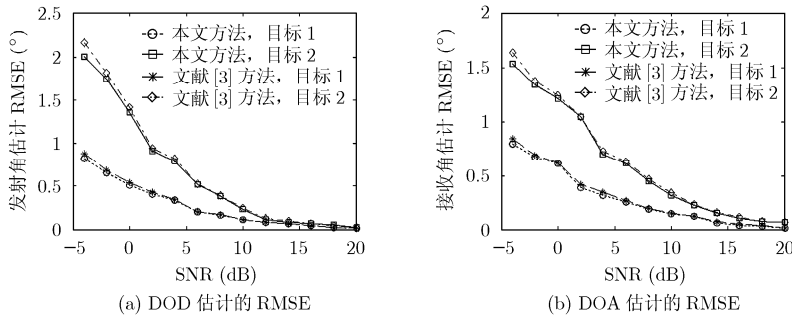


图 7 收发角估计的 RMSE 随 SNR 变化曲线

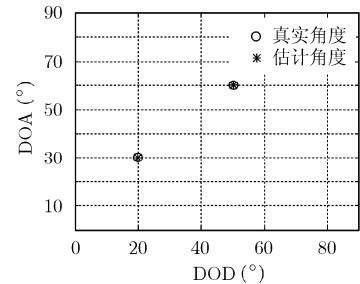


图 8 发射角和接收角估计星座图

仿真实验证明本文提出的方法具有较低的 RMSE, 具有很好的性能。

参考文献

- [1] Fishler E, Haimovich A, and Blum R S, *et al.* Spatial diversity in radars models and detection performance[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(3): 823-838.
 - [2] Stoica P, Li J, and Xie Y. On probing signal design for MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(8): 4151-4161.
 - [3] Bencheikh M L, Wang Y D, and He H Y. A subspace-based technique for joint DOA-DOD estimation in bistatic MIMO radar[C]. Proc. 11th International Radar Symposium (IRS), Vilnius, Lithuania, June 16-18, 2010: 1-4.
 - [4] Chen D F, Chen B X, and Qi G D. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar [J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(12): 770-771.
 - [5] 谢荣, 刘峥. 基于多项式求根的双基地 MIMO 雷达多目标定位方法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(9): 2197-2200.
Xie Rong and Liu Zheng. Multi-target localization based on polynomial rooting for bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(9): 2197-2200.
 - [6] Zaition S and Ahmad Z S. Estimation of the Doppler spread and time delay spread for the wireless communication channel[C]. 2010 International Conference on Computer Applications and Industrial Electronics (ICCAIE 2010), Kuala Lumpur, Malaysia, 2010: 438-442.
 - [7] 张永顺, 郭义夺, 赵国庆, 等. MIMO 双基地雷达空间多目标定位方法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(12): 2820-2824.
Zhang Yong-shun, Guo Yi-duo, Zhao Guo-qing, *et al.* Multitarget localization in three dimensions for MIMO bistatic radar [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(12): 2820-2824.
 - [8] 吕晖, 冯大政, 和洁, 等. 一种新的双基地 MIMO 雷达目标定位和多普勒频率估计方法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(9): 2167-2171.
Lu Hui, Feng Da-zheng, He Jie, *et al.* A novel method for target localization and doppler frequency estimation in bistatic MIMO radar [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(9): 2167-2171.
 - [9] 张剑云, 郑志东, 李小波. 双基地 MIMO 雷达收发角及多普勒频率的联合估计算法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(8): 1843-1848.
Zhang Jian-yun, Zheng Zhi-dong, and Li Xiao-bo. An algorithm for DOD-DOA and doppler frequency jointly estimating of bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(8): 1843-1848.
 - [10] 史建锋, 王可人. 基于循环相关的 LFM 脉冲雷达宽带回波 Doppler 和多径时延的联合估计[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(7): 1736-1739.
Shi Jian-feng and Wang Ke-ren. Joint estimation of Doppler and multipath time delay of wideband echoes for LFM pulse radar based on cyclic correlation[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(7): 1736-1739.
 - [11] Weiss L G. Wavelets and wideband correlation processing [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 1994, 11(1): 13-32.
 - [12] Jin Q and Wong K M. The estimation of time delay and Doppler stretch of wideband signals [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(4): 904-916.
 - [13] 陶然, 邓兵, 王越. 分数阶傅里叶变换及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009, 285-296.
Tao Ran, Deng Bing, and Wang Yue. Fractional Fourier Transform and Its Applications [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009, 285-296.
- 李丽: 女, 1979年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理、非高斯信号处理和统计信号处理。
邱天爽: 男, 1954年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为数字信号处理理论、生物医学信号处理、非平稳与非高斯信号处理、阵列信号处理等。