

非耗散耦合复杂网络受控同步能力分析

刘歌群* 许晓鸣

(上海理工大学光电信息与计算机工程学院 上海 200093)

摘要: 该文研究了非耗散耦合网络的受控同步能力问题。在分析非耗散耦合网络外耦合矩阵特征值分布规律的基础上,给出了非耗散耦合网络的同步控制律。发现外耦合矩阵最大最小特征值之差越小,网络受控同步能力越强,耦合强度越小,网络越有可能通过控制取得同步,但在某些情况下所需要的控制增益绝对值也越大。最后以Lorenz振子小世界网络在混沌轨道上的同步为例对相关结论的有效性进行了验证。

关键词: 非耗散耦合网络; 受控同步能力; 外耦合矩阵; 耦合强度

中图分类号: TP273

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)03-0722-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.00753

Controlled Synchronizability Analysis for Non-diffusively Coupled Complex Networks

Liu Ge-qun Xu Xiao-ming

(School of Optical-electrical and Computer Engineering,

University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: Controlled synchronizability of non-diffusively coupled complex networks is studied. After the analysis of eigenvalues distribution of outer coupling matrix of non-diffusively coupled complex networks, control law for synchronize non-diffusively coupled complex networks is given. It is found that the smaller the distance between largest and smallest eigenvalues of outer coupling matrix, the stronger the controlled synchronizability of non-diffusively coupled complex networks. It is also found that the smaller the coupling strength, the greater the possibility that the network can achieve controlled synchronization. However under certain condition a smaller coupling strength requires a larger control gain value. Finally a small-world network formed by coupled Lorenz oscillators which needs to be controlled to synchronize onto chaotic orbit is given as an example to illustrate the effectiveness of the results.

Key words: Non-diffusively coupled complex networks; Controlled synchronizability; Outer coupling matrix; Coupling strength

1 引言

复杂网络^[1,2]因刻画了复杂系统的本质特征而成为研究热点,同步^[3,4]作为复杂网络重要的动力学行为而备受关注。目前多数研究工作采用了耗散耦合网络模型^[3-11],耗散耦合是网络节点通过状态变量之差耦合的一种情况^[5],当节点通过状态变量直接耦合时,网络就不再是耗散耦合的,如产品价格网络,甲产品的价格直接进入乙产品的成本,又如交通网络,A路口的车辆直接行驶进入B路口。鉴于

非耗散耦合网络巨大的应用意义^[6-10],其同步问题需要研究。

网络在两种情况下可能取得同步,一是自同步,二是通过控制同步,因此网络有两种同步能力,即自同步能力和受控同步能力。文献[11]提出了研究复杂网络同步问题的主稳定函数法^[11,12],对于耗散耦合网络,文献[13,14]发现,当同步化区域为 $(-\infty, \alpha_1)$ 形无限区间时,外耦合矩阵第二大特征值越小网络同步能力越强,文献[15]指出,当同步化区域为有限区间时,外耦合矩阵最小特征值与第二大特征值之比越小,网络同步能力越强。这些结论指的都是耗散耦合网络的自同步能力^[16],而对于非耗散耦合网络,因为网络不可能自同步,所以只能分析它的受控同步^[6,7,17]能力。与耗散耦合网络的自同步能力相对应,非耗散耦合网络的耦合强度及外耦合矩阵特

2011-07-25 收到, 2011-10-31 改回

国家自然科学基金(10975099), 教育部博士点基金(20103120110008), 上海市基础研究重点项目(09JC1408000), 上海市重点学科建设项目(S30501)和上海理工大学光电信息与计算机工程学院教师创新能力建设项目(GDCX-Y-1212)资助课题

*通信作者: 刘歌群 lgqpapers@sina.com

征值对网络受控同步能力会有什么影响, 目前很少看到相关结果, 为此本文对这一问题进行专门研究。

2 非耗散耦合网络模型及预备知识

考虑如下的线性时不变非耗散耦合复杂动态网络:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_i = f(\boldsymbol{x}_i) + c \sum_{j=1}^N h_{ij} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{x}_j, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

其中 $\boldsymbol{x}_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}]^T \in \mathbf{R}^n$ 为节点 i 的状态变量, $f(\cdot): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 为光滑向量函数, $\boldsymbol{\Gamma} = (\gamma_{ij})_{n \times n} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为各节点状态变量之间的内耦合矩阵, $c > 0$ 为耦合强度, 表示网络拓扑结构的外耦合矩阵 $\boldsymbol{H} = (h_{ij})_{N \times N} \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 定义如下: 节点 j 与节点 i 之间有耦合作用时, $h_{ij} = h_{ji} = 1$; 节点 j 与节点 i 之间没有耦合作用时, $h_{ij} = 0$; 对角线元素定义为 $h_{ii} = 0$ 。假设网络是连通的, \boldsymbol{H} 为不可约矩阵。

当外耦合矩阵对角线元素非零且满足矩阵行和为 0 时, 网络为耗散耦合网络。耗散耦合网络外耦合矩阵有且仅有一个重数为 1 的 0 特征根, 对应的右特征向量为 $(1/\sqrt{N})[1, 1, \dots, 1]^T$, 0 为最大特征值, 对应同步流形^[3,11,16]。非耗散耦合网络与耗散耦合网络在结构上的主要区别在于外耦合矩阵主对角线元素, 为了对非耗散耦合网络的受控同步能力进行分析, 先给出非耗散耦合网络外耦合矩阵特征值的分布规律。设 $\lambda_{\min} = \lambda_N \leq \dots \leq \lambda_2 \leq \lambda_1 = \lambda_{\max}$ 为 \boldsymbol{H} 的 N 个特征值, 由矩阵理论, 有以下结论。

引理 1

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i = \text{tr} \boldsymbol{H} = 0 \quad (2)$$

利用矩阵理论可以很容易得到本引理。引理 1 表明, 非耗散耦合网络外耦合矩阵的特征值有正有负, 分布在原点两侧。

在动态网络式(1)中, 当 $t \rightarrow \infty$ 时若 $\boldsymbol{x}_1(t) \rightarrow \boldsymbol{x}_2(t) \rightarrow \dots \rightarrow \boldsymbol{x}_N(t) \rightarrow \boldsymbol{s}(t)$, 则称网络达到渐近同步。同步状态 $\boldsymbol{s}(t) \in \mathbf{R}^n$ 为孤立节点状态方程的解, 可以是平衡点、混沌轨道或者周期轨道, 满足 $\dot{\boldsymbol{s}}(t) = f(\boldsymbol{s}(t))$ 。

3 非耗散耦合网络同步控制律与受控同步能力分析

把网络式(1)在同步状态 $\boldsymbol{s}(t)$ 上线性化, 令 $\boldsymbol{y}_i(t) = \boldsymbol{x}_i(t) - \boldsymbol{s}(t)$, 得到方程

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{y}}_i(t) &= \boldsymbol{D}f(\boldsymbol{s}(t))\boldsymbol{y}_i(t) + c \sum_{j=1}^N h_{ij} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{y}_j(t) + c \sum_{j=1}^N h_{ij} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{s}(t) \\ &= \boldsymbol{D}f(\boldsymbol{s}(t))\boldsymbol{y}_i(t) + c \sum_{j=1}^N h_{ij} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{y}_j(t) + c k_i \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{s}(t), \\ i &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\boldsymbol{D}f(\boldsymbol{s}(t))$ 为 $f(\cdot)$ 在 $\boldsymbol{s}(t)$ 上的 Jacobi 矩阵, $k_i = \sum_{j=1}^N h_{ij}$ 。

注释 1 式(3)中由于项 $c k_i \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{s}(t)$ 的存在, 若 $\boldsymbol{s}(t) \neq 0$ 且节点 i 不施加控制, 则在 $\boldsymbol{y}_i(t) \rightarrow 0$ 时 $\dot{\boldsymbol{y}}_i(t) \rightarrow c k_i \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{s}(t) \neq 0$, 网络同步状态不稳定, 所以非耗散耦合网络不能自同步。这一点是非耗散耦合网络与耗散耦合网络在同步能力上的根本区别, 耗散耦合网络满足特定条件^[3,4,11-16]时可以自同步, 而非耗散耦合网络不存在自同步的可能性, 只能通过分散控制^[6,7]实现同步。

考虑控制律

$$\boldsymbol{u}_i(t) = c d \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{y}_i(t) - c k_i \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{s}(t), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

把控制律式(4)施加于网络式(1)得到闭环网络

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{y}}_i(t) &= \boldsymbol{D}f(\boldsymbol{s}(t))\boldsymbol{y}_i(t) + c \sum_{j=1}^N h_{ij} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{y}_j(t) + c d \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{y}_i(t), \\ i &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (5)$$

注释 2 控制律式(4)是一种对消控制, 即通过项 $-c k_i \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{s}(t)$ 把使得网络同步状态不稳定的因素对消掉。对消控制是控制工程及复杂网络控制中常见的一种手段^[18-20], 因为参数 k_i 已知, 所以控制律式(4)是易行的。由于非耗散耦合网络在现实世界中普遍存在, 其同步问题异常重要^[1,2,6-10,21], 对同步不稳定项进行处理是非耗散耦合网络同步研究绕不开的问题, 控制律式(4)给出了一种可行方法。

注释 3 引入 $-c k_i \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{s}(t)$ 的网络与耗散耦合网络并不相同。耗散耦合网络通过状态变量之差进行耦合的方式, 相当于每个节点自动引入 $-c k_i \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{x}_i(t)$, 而控制律式(4)给每个节点引入的是 $-c k_i \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{s}(t)$, 所以网络式(5)与常见的受控耗散耦合网络^[1,3,4,7,14]并不相同, 因此本文考虑的是新问题。

注释 4 复杂网络受控同步能力因控制方式而异, 控制律不同, 网络参数对受控同步能力的影响也不同。控制律式(4)采用了内耦合矩阵形式的反馈控制, 所以本文分析的网络受控同步能力是“内耦合形反馈控制意义下的”受控同步能力。之所以选择内耦合形反馈控制, 原因有二: 一是该反馈形式与网络节点之间的耦合方式相同, 反馈阵为 $c d$ 倍的 $\boldsymbol{\Gamma}$, 与网络本身结构特征一致, 易于实现且待设计参数只有一个, 即 d ; 二是该反馈形式非常流行, 为已有大多数文献所采用, 如文献^[1,3,4,11,12,14]。

令 $\boldsymbol{D} = d \boldsymbol{I}_N$, 特征矩阵 \boldsymbol{G} 为

$$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{H} + \boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} d & h_{12} & \cdots & h_{1N} \\ h_{21} & d & \cdots & h_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N1} & h_{N2} & \cdots & d \end{bmatrix} \quad (6)$$

利用 Kronecker 积把闭环网络式(5)整理为紧凑形式

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{D}f(\mathbf{s}(t)) + c\mathbf{G} \otimes \mathbf{\Gamma})\mathbf{y}(t) \quad (7)$$

其中 $\mathbf{y}(t) = [\mathbf{y}(t)_1^T, \mathbf{y}(t)_2^T, \dots, \mathbf{y}(t)_N^T]^T$ 。

易知特征矩阵 \mathbf{G} 为实对称阵, 故存在非奇异阵 $\mathbf{P} \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 使 $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{G}\mathbf{P} = \mathbf{\Lambda}$, 其中 $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N)$, $\mu_N \leq \dots \leq \mu_2 \leq \mu_1$ 为 \mathbf{G} 的特征值。利用相似变换 $\mathbf{y}(t) = (\mathbf{P} \otimes \mathbf{I}_n)\boldsymbol{\eta}(t)$, 把网络式(7)变换为 N 个解耦的低维子系统

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_i(t) = (\mathbf{D}f(\mathbf{s}(t)) + c\mu_i\mathbf{\Gamma})\boldsymbol{\eta}_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

其中 $\boldsymbol{\eta}(t) = [\boldsymbol{\eta}(t)_1^T, \boldsymbol{\eta}(t)_2^T, \dots, \boldsymbol{\eta}(t)_N^T]^T$ 。

由文献[11,16], 使得网络式(8)主稳定方程系统阵为

$$\mathbf{A}_\alpha = \mathbf{D}f(\mathbf{s}(t)) + \alpha\mathbf{\Gamma} \quad (9)$$

Hurwitz 稳定的参数 α 的范围称为同步化区域 S , 由于与 α 对应的 \mathbf{G} 阵的特征值为实数, 有 $S \subseteq \mathbf{R}$ 。 S 可以是若干个孤立同步化区域的组合^[22], 记 $S = \cup_{i=1}^m S_i$, m 为孤立同步化区域的个数, 设孤立同步化区域 $S_i = (\alpha_{i1}, \alpha_{i2})$ 。

定理 1 当 $\exists S_i \subseteq S$ 使 $c(\lambda_1 - \lambda_N) < \alpha_{i2} - \alpha_{i1}$ 时, 网络式(1)可在控制律式(4)作用下在 $\mathbf{s}(t)$ 取得同步, 控制增益 $d \in (\alpha_{i1}/c - \lambda_N, \alpha_{i2}/c - \lambda_1)$ 。

证明 由同步化区域定义及文献[3,11,13-16], 当 $c\mu_i \in S_i$, $i = 1, 2, \dots, N$ 时受控网络式(5)在 $\mathbf{s}(t)$ 取得同步。因 $\mathbf{G} = \mathbf{H} + d\mathbf{I}_N$, 有 $\mu_i = \lambda_i + d$, $i = 1, 2, \dots, N$, 同步条件变为 $c\lambda_i + cd \in S_i$, $i = 1, 2, \dots, N$ 。再由 \mathbf{H} 阵的特征值为实数, λ_N 和 λ_1 分别为最小与最大特征值, 可知 $c(\lambda_1 - \lambda_N)$ 为 \mathbf{G} 阵特征值在实轴上分布范围的宽度, 通过选择 cd 可使该范围在实轴上平移。故当 $c(\lambda_1 - \lambda_N) < \alpha_{i2} - \alpha_{i1}$ 时, 可通过选 $d \in (\alpha_{i1}/c - \lambda_N, \alpha_{i2}/c - \lambda_1)$ 使条件 $c\lambda_i + cd \in S_i$, $i = 1, 2, \dots, N$ 满足, 从而使受控网络式(5)在 $\mathbf{s}(t)$ 取得同步。

证毕

注释 5 定理 1 表明, $\lambda_1 - \lambda_N$ 越小, 非耗散耦合网络越容易通过控制取得同步, 网络同步能力也就越强。

注释 6 从定理 1 可以看出, 非耗散耦合网络耦合强度 c 越小, 网络越有可能通过控制取得同步, 但是当 $0 \notin S_i$ 时所需要的控制增益绝对值也越大。当 $0 \notin S_i$ 时控制增益选择范围的左右边界对 c 的单调性相同, 控制增益绝对值随着 c 的减小而增大, 所以 $0 \notin S_i$ 时 c 越小所需要的控制增益绝对值也越大。考虑 $0 \notin S_i$ 及 $c \rightarrow 0$ 的极端情况, 只要 $S \neq \emptyset$, 总可通过选择 d 将 $(c\lambda_N + cd, c\lambda_1 + cd)$ 平移到 $(\alpha_{i1}, \alpha_{i2})$ 之中使网络同步, 但是所需要的控制增益 $|d| \rightarrow \infty$ 。

以下考虑孤立同步化区域包含原点的情况, 即 $0 \in S_i$ 的情况。

定理 2 若 $\exists S_i = (\alpha_{i1}, \alpha_{i2}) \subseteq S$, 其中 $\alpha_{i1} < 0$, $\alpha_{i2} > 0$, 选控制增益 $d = 0$, 则非耗散耦合网络式(1)在控制律式(4)作用下在 $\mathbf{s}(t)$ 取得同步的条件为 $c < \min(\alpha_{i1}/\lambda_N, \alpha_{i2}/\lambda_1)$ 。

证明 当 $c < \min(\alpha_{i1}/\lambda_N, \alpha_{i2}/\lambda_1)$, $d = 0$ 时, 总有 $(c\lambda_N + cd, c\lambda_1 + cd) = (c\lambda_N, c\lambda_1) \subseteq (\alpha_{i1}, \alpha_{i2})$, 由同步化区域定义及文献[3,11,13-16], 受控网络式(5)在 $\mathbf{s}(t)$ 取得同步。证毕

注释 7 定理 2 表明, 当孤立同步化区域包含原点时, 非耗散耦合网络可以通过耦合强度的缩放实现同步, 此时控制律式(4)退化为

$$\mathbf{u}_i(t) = -ck_i\mathbf{\Gamma}\mathbf{s}(t), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

控制律式(10)施加于网络之后, 受控网络从形式上看相当于耗散耦合网络, 但由注释 3 分析可知, 它并不是耗散耦合网络。另外这种情况下网络参数对同步能力的影响与耗散耦合网络也是不同的。

以下再考虑定理 1 中 S_i 为无限区间的情况。

推论 1 若 $\exists S_i = (-\infty, \alpha_{i2}) \subseteq S$, $-\infty < \alpha_{i2} < \infty$, 则网络式(1)总可在控制律式(4)作用下在 $\mathbf{s}(t)$ 取得同步, 控制增益 $d \in (-\infty, \alpha_{i2}/c - \lambda_1)$ 。

证明 显然 $\alpha_{i1} = -\infty$, 因 c, λ_1, λ_N 为有限值, 总有 $c(\lambda_1 - \lambda_N) < \alpha_{i2} - \alpha_{i1} = \alpha_{i2} - (-\infty) = \infty$ 成立使定理 1 条件满足, 由定理 1 可知推论 1 结论成立, 控制增益 $d \in (\alpha_{i1}/c - \lambda_N, \alpha_{i2}/c - \lambda_1) = (-\infty, \alpha_{i2}/c - \lambda_1)$ 。证毕

注释 8 推论 1 表明, 当网络包含 $(-\infty, \alpha_2)$ 型孤立同步化区域时, 其中 $-\infty < \alpha_2 < \infty$, 非耗散耦合网络总能通过控制取得同步, 控制增益最小幅值取决于耦合强度及外耦合矩阵最大特征值。

推论 2 若 $\exists S_i = (\alpha_{i1}, \infty) \subseteq S$, $-\infty < \alpha_{i1} < \infty$, 则网络式(1)总可在控制律式(4)作用下在 $\mathbf{s}(t)$ 取得同步, 控制增益 $d \in (\alpha_{i1}/c - \lambda_N, \infty)$ 。

证明 因 $\alpha_{i2} = \infty$, 与推论 1 证明过程类似, 可知推论 2 成立。证毕

注释 9 推论 2 表明, 当网络包含 (α_1, ∞) 型孤立同步化区域时, 其中 $-\infty < \alpha_1 < \infty$, 非耗散耦合网络总能通过控制取得同步, 控制增益最小幅值取决于耦合强度及外耦合矩阵最小特征值。

4 仿真分析

已知 Lorenz 系统^[23]节点动力学方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{i1} \\ \dot{x}_{i2} \\ \dot{x}_{i3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10x_{i1} + 10x_{i2} \\ 28x_{i1} - x_{i2} - x_{i1}x_{i3} \\ -8/3x_{i3} + x_{i1}x_{i2} \end{bmatrix}$$

该系统的混沌轨道见图 1。利用 Lorenz 系统构成 20 节点非耗散耦合小世界网络^[24]见图 2。

设内耦合矩阵为

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0.4 & & \\ & 0.4 & \\ & & -0.05 \end{bmatrix}$$

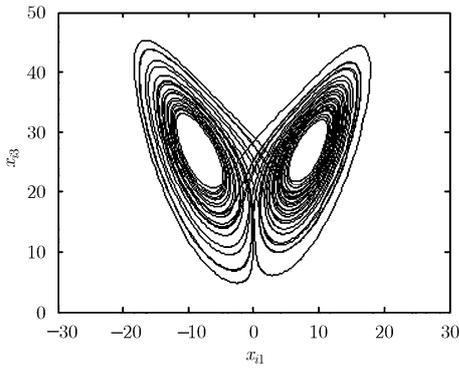


图 1 Lorenz 振子 $x_{11} - x_{13}$ 相轨迹曲线图

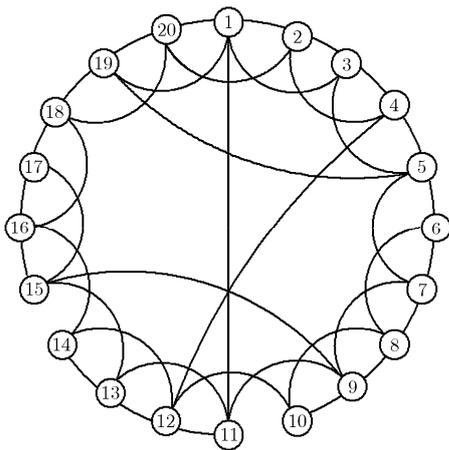


图 2 网络拓扑结构

已知同步化区域 $S = (-52, -24)$ ，外耦合矩阵特征值 $\lambda_N = -2.8602$ ， $\lambda_1 = 4.1096$ 。

选 $c = 0.1$ ， $d = -500$ 时网络同步曲线如图 3 所示，选 $c = 1$ ， $d = -38$ 时网络同步曲线如图 4 所示，选 $c = 4$ ， $d = -10.13$ 时网络同步曲线如图 5 所示，选 $c = 10$ ， $d = -4$ 时网络同步曲线如图 6 所示。

由同步化区域范围可知，本例中 $0 \notin S$ 。根据定理 1，耦合强度 $c = 0.1$ 时控制增益范围为 $(-517.198, -244.1096)$ ，耦合强度 $c = 1$ 时控制增益范围为 $(-49.1398, -28.1096)$ ，耦合强度 $c = 4$ 时控制增益范围为 $(-10.1398, -10.1096)$ ，耦合强度 $c = 10$ 时控制增益范围为 \emptyset 。图 3~图 5 中，控制增益选在范围之内，网络都取得了同步，而图 6 由于 $c = 10$ 时定理 1 条件不能满足，网络不能同步。从所计算的控制增

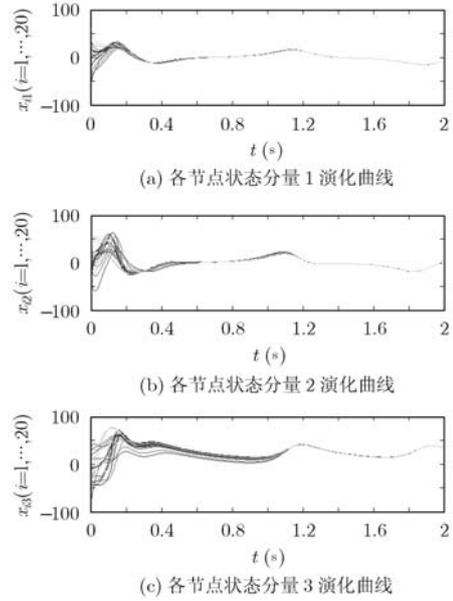


图 3 网络同步曲线($c = 0.1, d = -500$)

益范围可以看出，当耦合强度较小即 $c = 0.1$ 时，控制增益的绝对值比较大，为 350 左右，而随着耦合强度从 $c = 0.1$ 增大到 $c = 1$ 再增大到 $c = 4$ ，控制增益的绝对值也从 350 左右减小到 35 左右再减小到 10 左右，由此说明随着耦合强度的增大，网络实现同步控制所需要的控制增益绝对值越来越小。在 $c = 4$ 时，控制增益范围比较小，这种情况下受控网络同步过程较慢(见图 5)。

5 结论

非耗散耦合网络在现实中普遍存在，但其同步

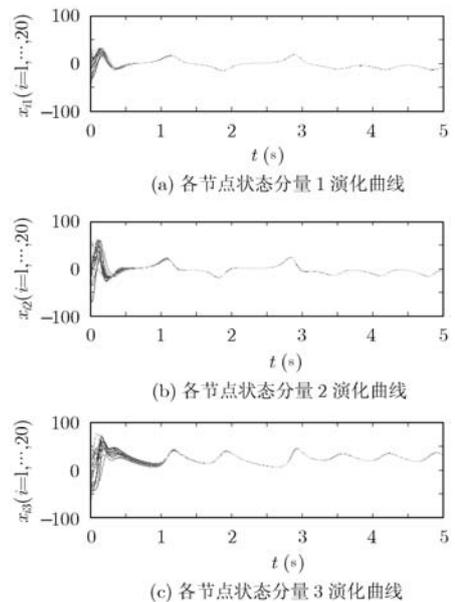
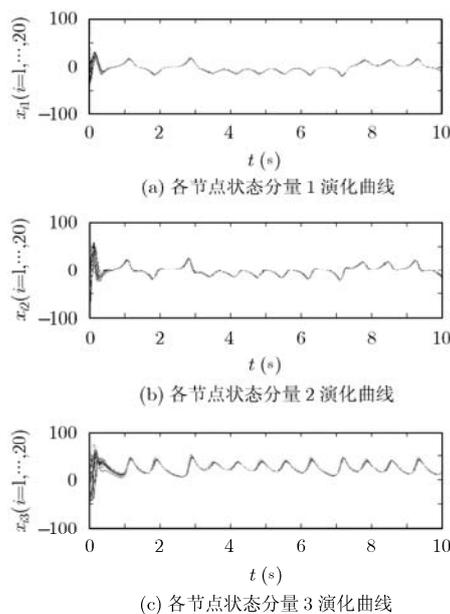
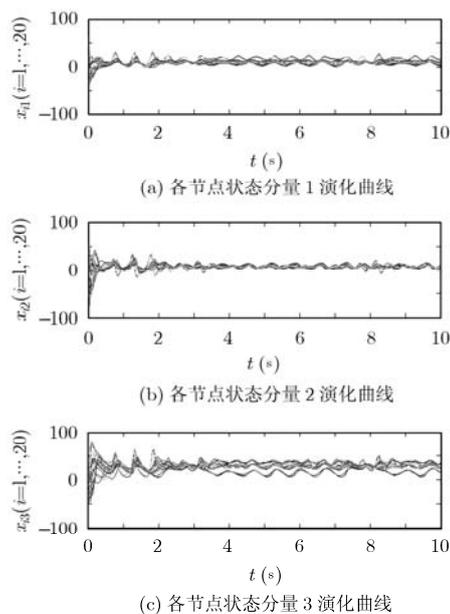


图 4 网络同步曲线($c = 1, d = -38$)

图5 网络同步曲线($c = 4, d = -10.13$)图6 网络同步曲线($c = 10, d = -4$)

问题的报道并不多见。从本文分析可知,非耗散耦合网络不能自同步,其同步能力要从受控同步的角度进行分析,这一点恰是非耗散耦合网络同步问题的特殊性。本文研究了非耗散耦合网络“在内耦合形反馈控制意义下的”同步能力。研究发现,非耗散耦合网络的受控同步能力与耗散耦合网络的自同步能力不同,耦合强度越小,网络通过控制取得同步的可能性越大,但在同步化区域不包含原点的情况下所需要的控制增益绝对值也越大。此外,外耦合矩阵最大最小特征值之差越小,网络受控同步能力越强,这一点与I型及II型耗散耦合网络^[13-16]的自同步能力规律也是不同的。非耗散耦合网络与耗散耦合网络同步能力上的差异源于外耦合矩阵特征值的分布规律,正如引理1所述,非耗散耦合网络外耦合矩阵的特征值分布在原点两侧,不象耗散耦合网络那样分布在原点及负实轴上,所以网络同步能力对外耦合矩阵最大最小特征值及耦合强度的依赖性不同。本文研究结论对于非耗散耦合网络的构建具有参考意义,该结论指明,如何选择网络参数可使网络所需同步控制增益幅值更小、能耗更低,可使网络更容易通过控制取得同步。

参考文献

- [1] 郭雷,许晓鸣(主编). 复杂网络[M]. 上海: 上海科技教育出版社, 2006: 1-20.
Guo Lei and Xu Xiao-ming. Complex Networks[M]. Shanghai: Shanghai Scientific & Technological Education Publishing House, 2006: 1-20.
- [2] Dorogovtsev S N. Lectures on Complex Networks[M]. Oxford:

Clarendon Press, 2010: 1-15.

- [3] Chen Guan-rong, Wang Xiao-fan, Li Xiang, *et al.* Some Recent Advances in Complex Networks Synchronization. In: Kyamakya K. Recent Advances in Nonlinear Dynamics and Synchronization[M]. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009: 3-16.
- [4] Delellis P, Bernardo M, Gorochowski E, *et al.* Synchronization and control of complex networks via contraction, adaptation and evolution[J]. *IEEE Circuits and Systems Magazine*, 2010, 10(3): 64-82.
- [5] Sepulchre J A and Babloyantz A. Controlling chaos in a network of oscillators[J]. *Physical Review E*, 1993, 48(2): 945-950.
- [6] Siljak D D and Zecevic A I. Control of large-scale systems: beyond decentralized feedback[J]. *Annual Reviews in Control*, 2005, 29(2): 169-179.
- [7] Duan Zhi-sheng, Wang Jin-zhi, Chen Guan-rong, *et al.* Stability analysis and decentralized control of a class of complex dynamical networks[J]. *Automatica*, 2008, 44(4): 1028-1035.
- [8] Liu Hui, Lu Jun-an, Lv Jin-hu, *et al.* Structure identification of uncertain general complex dynamical networks with time delay[J]. *Automatica*, 2009, 45(8): 1799-1807.
- [9] Yao Jing, Guan Zhi-hong, and Hill D J. Passivity-based control and synchronization of general complex dynamical networks[J]. *Automatica*, 2009, 45(9): 2107-2113.
- [10] Xu Yu-hua, Zhou Wu-neng, Fang Jian-an, *et al.* Structure identification and adaptive synchronization of uncertain general complex dynamical networks[J]. *Physics Letters A*, 2009, 374(2): 272-278.

- [11] Pecora L M and Carroll T L. Master stability functions for synchronization coupled systems[J]. *Physical Review Letters*, 1998, 80(10): 2109–2112.
- [12] Sorrentino F and Porfiri M. Analysis of parameter mismatches in the master stability function for network synchronization[J]. *Europhysics Letters*, 2011, 93(5): 50002.
- [13] Wang X F and Chen G. Synchronization in scale-free dynamical networks: robustness and fragility[J]. *IEEE Transactions on Circuits & Systems I*, 2002, 49(1): 54–62.
- [14] Wang Xiao-fan and Chen Guan-rong. Pinning control of scale-free dynamical networks[J]. *Physica A*, 2002, 310(3,4): 521–531.
- [15] Barahona M and Pecora L M. Synchronization in Small-World Systems[J]. *Physical Review Letters*, 2002, 89(5): 054101.
- [16] Chen Yong-hong, Rangarajan G, and Ding Ming-zhou. General stability analysis of synchronized dynamics in coupled systems[J]. *Physical Review E*, 2003, 67(2): 026209.
- [17] Liu Yang-yu, Slotine J J, and Barabasi A L. Controllability of complex networks[J]. *Nature*, 2011, 473(7346): 167–173.
- [18] Fan Chun-xia, Jiang Guo-ping, and Jiang Feng-hua. Synchronization between two complex dynamical networks using scalar signals under pinning control[J]. *IEEE Transactions on Circuits And Systems I*, 2010, 57(11): 2991–2998.
- [19] Hu Cheng, Yu Juan, Jiang Hai-jun, *et al.* Synchronization of complex community networks with nonidentical nodes and adaptive coupling strength[J]. *Physics Letters A*, 2011, 375(5): 873–879.
- [20] Wu Jian-she, Jiao Li-cheng, and Chen Guan-rong. Cluster synchronization in a network of non-identical dynamic systems[J]. *Chinese Physics B*, 2011, 20(6): 060503.
- [21] 龚美静, 瞿少成, 王晓燕. 一种通过异结构同步实现混沌保密通信新方法[J]. *电子与信息学报*, 2009, 31(6): 1442–1444.
- Gong Mei-jing, Qu Shao-cheng, and Wang Xiao-yan. A novel method of realizing chaotic secure communication by synchronization of different structure[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(6): 1442–1444.
- [22] Duan Zhi-sheng, Chen Guan-rong, and Huang Lin. Disconnected synchronization regions of complex dynamical networks[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(4): 845–849.
- [23] Lorenz E N. Deterministic nonperiodic flow[J]. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 1963, 20: 130–141.
- [24] Watts D J and Strogatz S H. Collective dynamics of small-world networks[J]. *Nature*, 1998, 393(6684): 440–442.
- 刘歌群: 男, 1974年生, 博士后, 研究方向为复杂网络与智能控制.
- 许晓鸣: 男, 1957年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为复杂系统建模与智能控制.