

## 一种新的去噪模型的分裂 Bregman 算法

郝岩<sup>\*①</sup> 冯象初<sup>①</sup> 许建楼<sup>①②</sup>

<sup>①</sup>(西安电子科技大学理学院 西安 710071)

<sup>②</sup>(河南科技大学数学与统计学院 洛阳 471003)

**摘要:** 该文在研究两步模型的基础上,提出了一种新的变分去噪模型。通过分析新模型的性质,给出一种高效且快速的数值算法。由于新模型耦合了两个变量,因此新算法首先利用交替极小化方法化原模型为两个简单的子模型,然后再对两个子模型分别利用分裂 Bregman 方法进行数值求解。实验结果表明,新算法不但收敛速度较快,而且在去噪过程中能够减缓阶梯效应并能较好地保持图像的边缘信息。

**关键词:** 图像去噪; 变分泛函; 交替极小化; 分裂 Bregman

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)03-0557-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.00724

## Split Bregman Algorithm for a Novel Denoising Model

Hao Yan<sup>①</sup> Feng Xiang-chu<sup>①</sup> Xu Jian-lou<sup>①②</sup>

<sup>①</sup>(School of Science, Xidian University, Xi'an 710071, China)

<sup>②</sup>(School of Mathematics and Statistics, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China)

**Abstract:** A novel variational denoising model is proposed based on the study of two-step model. By analysing the properties of new model, an efficient and fast numerical algorithm is introduced. There are two variables in the new model, so it is firstly turned into two simple submodels by using alternative minimization method in the new algorithm, and then the two submodels are solved using split Bregman method respectively. Experimental results show new algorithm not only has faster convergence rate, but also can alleviate the staircase effect and preserve the edge information better while removing noises.

**Key words:** Image denoising; Variational functional; Alternative minimization; Split Bregman

### 1 引言

图像去噪是图像处理中最基本的问题之一,其目的就是从所得到的带噪图像中恢复出原图像,即求原图像的某种最优意义下的估计值。通常,一个较好的去噪方法应该是在去除噪声的同时又能较好地保持图像的原有信息。传统的图像去噪方法,如中值滤波、高斯滤波等,主要是将图像的高频成分滤除,因此,这些方法不可避免地会将图像的一些细节特征去掉,从而使得所恢复出来的图像在纹理区域看起来比较模糊。

近年来,变分、偏微分方程方法在数字图像处理中得到了广泛应用<sup>[1-5]</sup>。其中图像去噪的各项异性扩散模型(Perona Malik, PM)<sup>[1]</sup>以及全变差模型(Rudin Osher Fatemi, ROF)<sup>[2]</sup>是比较典型的代表。目前,ROF 模型因其具有良好的保边性能而备受青

睐,但是该模型在图像恢复过程中常常会出现阶梯效应,因此,继 ROF 模型之后,许多方法被提出去处理这个问题。特别地,Lysaker 等人<sup>[6]</sup>提出用高阶偏微分方程(Lysaker Lundervold Tai, LLT 模型)来克服阶梯效应,但高阶偏微分方程演化图像的边缘比 ROF 模型快,所以经常在图像的边缘引起模糊现象。为了在去除噪声的同时既保持图像的边缘,又避免阶梯现象,Lysaker 等人<sup>[7]</sup>又提出一个两步去噪模型(Lysaker Osher Tai, LOT 模型)。实验表明 LOT 模型能够弥补 ROF 模型及 LLT 模型的不足,然而,该模型的收敛速度比较慢。因此,对 LOT 模型给出有效的加速算法显得十分必要。最近,一些改进的 LOT 模型及算法被相继提出<sup>[8,9]</sup>。其中,文献<sup>[9]</sup>提出在 LOT 模型中用一个辅助变量  $\theta$  代替向量  $\mathbf{n}$ ,然后再利用分裂 Bregman 方法<sup>[10-14]</sup>对其两步分别进行数值求解。这样在一定程度上降低了原有算法的计算复杂度,从而实现加速收敛。

本文在研究 LOT 模型的基础上,提出了一种新的变分去噪模型。新模型由于耦合了两个变量,因

2011-07-14 收到, 2011-10-24 改回

国家自然科学基金(60872138)资助课题

\*通信作者: 郝岩 haoyan\_@126.com

此,在求解时,先利用交替极小化方法化原模型为两个简单的子模型,然后再利用分裂 Bregman 方法对其进行交替求解。由于两子模型对 LOT 模型中的两步从构成方式及计算方式上分别进行了改进,因此,实验表明,新方法不仅具有较快的收敛速度,而且在去噪过程中其去噪能力及保边性能均好于 LOT 模型。

## 2 LOT 模型

从数学的角度来讲,图像去噪问题是一个不稳定的线性逆问题。其数学模型为

$$u_0 = u + \eta \quad (1)$$

其中  $u_0$  是观察到的带噪图像,  $u$  是原图像,  $\eta$  是加性噪声。对于该不稳定问题,一般可通过正则化方法来求解。关于式(1),文献[7]建议用一个两步去噪模型(LOT 模型)进行求解。其基本思想是:首先构造出图像等照度线的法向量,然后再根据该向量场重构图像。因此, LOT 模型的第 1 步就是解下面优化问题

$$\min_{\mathbf{n}} \int_{\Omega} |\nabla \mathbf{n}| dx + \frac{\alpha}{2} \int_{\Omega} \left| \mathbf{n} - \frac{\nabla u_0}{|\nabla u_0|} \right|^2 dx \quad (2)$$

式中  $\mathbf{n} = (n_1, n_2)$  表示法向量,第 1 项称为正则项,第 2 项为保真项,控制着法向量  $\mathbf{n}$  和噪声图像的法向量之间的差异,  $\alpha > 0$  是正则化参数,它在正则项和保真项之间起着重要的平衡作用。

令  $\mathbf{n}^* = (n_1^*, n_2^*)$  为式(2)的解,第 2 步就是通过极小化下面能量来重构适合于法向量  $\mathbf{n}^*$  的图像  $u$

$$\min_u \int_{\Omega} (|\nabla u| - \mathbf{n}^* \cdot \nabla u) dx + \frac{\beta}{2} \int_{\Omega} (u - u_0)^2 dx \quad (3)$$

其中第 1 项为法向量逼近项,第 2 项为图像逼近项,  $\beta > 0$  为惩罚参数。

LOT 模型中由于使用低阶的偏微分方程,因此,它能够避免求解高阶偏微分方程时所引起的边缘模糊缺陷。实验表明, LOT 模型在去噪的同时不仅能较好地保持图像的边缘,而且还能减缓阶梯效应。然而它的收敛速度比较慢。

针对上述缺陷,最近,文献[9]在对 LOT 模型改进的基础上提出了一种加速方法。通过用一个辅助变量  $\theta$ ,文献[9]将 LOT 模型等价地转换成下面模型

$$\theta^* = \arg \min_{\theta} \int_{\Omega} |\nabla \theta| dx + \frac{\alpha}{2} \int_{\Omega} (\theta - \theta_0)^2 dx \quad (4)$$

$$u^* = \arg \min_u \int_{\Omega} (|\nabla u| - (\cos \theta^*, \sin \theta^*) \cdot \nabla u) dx + \frac{\beta}{2} \int_{\Omega} (u - u_0)^2 dx \quad (5)$$

式中  $\theta_0 = \arctan(u_{0y}/u_{0x})$ , 其中  $(u_{0x}, u_{0y})^\perp = \nabla u_0 / |\nabla u_0|$ 。

式(4),式(5)与 LOT 模型中式(2),式(3)相比,不但可以减少一个未知量的计算,而且还可以利用一些快速算法进行求解。文献[9]通过利用分裂 Bregman 方法实现了加速收敛。然而,在去噪效果上,文献[9]中方法并没有太大改进。

## 3 本文模型及其算法

### 3.1 模型建立

考虑到交替迭代方法的诸多优点,本文对式(1)提出一个同时包含变量  $\theta$  和  $u$  的耦合去噪模型

$$\begin{aligned} \min_{\theta, u} \int_{\Omega} |\nabla \theta| dx + \lambda \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \frac{\beta_1}{2} \int_{\Omega} (\theta - \theta_0)^2 dx \\ + \frac{\beta_2}{2} \int_{\Omega} (u - u_0)^2 dx \\ + \frac{\mu}{2} \int_{\Omega} (|\nabla u| - (\cos \theta, \sin \theta) \cdot \nabla u)^2 dx \end{aligned} \quad (6)$$

式中前 2 项是正则项,后 3 项是保真项,  $\lambda, \beta_1, \beta_2$  和  $\mu$  是正则参数。

由于式(6)中耦合了两个变量,因此首先采用交替迭代策略将其转化为下面两个简单的子模型:

$$\begin{aligned} \theta^{n+1} = \arg \min_{\theta} \int_{\Omega} |\nabla \theta| dx + \frac{\beta_1}{2} \int_{\Omega} (\theta - \theta_0)^2 dx \\ + \frac{\mu}{2} \int_{\Omega} (|\nabla u^n| - (\cos \theta, \sin \theta) \cdot \nabla u^n)^2 dx \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} u^{n+1} = \arg \min_u \lambda \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \frac{\beta_2}{2} \int_{\Omega} (u - u_0)^2 dx \\ + \frac{\mu}{2} \int_{\Omega} (|\nabla u| - (\cos \theta^{n+1}, \sin \theta^{n+1}) \cdot \nabla u)^2 dx \end{aligned} \quad (8)$$

显然,通过式(7)可以构建角  $\theta$ ,而通过式(8)能够重构与  $\theta$  角相适应的图像  $u$ 。与式(4),式(5)相比,式(7),式(8)主要有以下两个不同点:

第一,模型的构成方式不同。式(7)在构建角  $\theta$  时,保真项中不但要求  $\theta$  逼近  $\theta_0$ ,而且还要求  $(\cos \theta, \sin \theta)$  逼近法向量  $\nabla u^n / |\nabla u^n|$ ,因此,式(7)比式(4)多出一个  $L_2$  法向量逼近项,并且该逼近项还充分用到了上层重构出的图像  $u^n$ 。随着迭代的交替进行,包含  $u^n$  的这个逼近项不断地对  $\theta$  角进行校正,从而使其得到优化。然而式(4)在构建  $\theta$  角时,保真项中仅仅要求  $\theta$  逼近  $\theta_0$ ,并没有利用到图像  $u$ 。此外,在第 2 步重构图像时,式(8)比式(5)不仅多了一个全变差(Total Variation, TV)正则项  $\int_{\Omega} |\nabla u| dx$ ,而且还将原来的法向量逼近项换成了现在的  $L_2$  法向量逼近项,并且此逼近项还能随  $\theta^{n+1}$  不断地进行更新,最终使得重构图的法向量场逼近较优的向量场  $(\cos \tilde{\theta}, \sin \tilde{\theta})$ ,这一点式(5)是无法比拟的。

第二, 模型的计算方式不同. 式(4), 式(5)在计算方式上是先计算式(4), 然后再根据式(4)结果计算式(5), 当达到停止标准时便结束迭代, 并输出图像  $u^*$ , 在计算上这两步之间并不相互制约. 然而, 本文的式(7), 式(8)在计算上却相互制约, 相互影响, 交替计算. 随着交替迭代的进行, 重构出的图像  $u$  能够促使角  $\theta$  进一步得到优化, 反过来, 优化后的  $\theta$  角也使式(8)中的重构图像  $u$  向更优的方向演化, 直到获得一个较好的图像为止.

### 3.2 算法提出

分裂 Bregman 方法是由文献[10]提出的一种高效的迭代方法, 常用于求解带有  $L_1$  项的优化问题. 由于该方法具有编程简单, 数值求解过程比较稳定, 在计算过程中保持正则化参数为一个常数, 占有内存小且具有较快的计算速度和收敛速度等优势, 因此, 这种方法已经被广泛地运用到图像处理中. 本节将采用该方法对式(7), 式(8)进行数值求解.

首先, 在第 1 个子模型式(7)中引入辅助变量  $\rho_x, \rho_y$  来处理不可微项  $\int_{\Omega} |\nabla \theta| dx$ , 然后再引入变量  $b_x, b_y$  来更新迭代过程. 最终, 求解式(7)的迭代公式如下:

$$\left. \begin{aligned} \theta^{n+1} &= \arg \min_{\theta} \frac{\beta_1}{2} \|\theta - \theta_0\|_2^2 \\ &\quad + \frac{\mu}{2} \int_{\Omega} (|\nabla u^n| - (\cos \theta, \sin \theta) \cdot \nabla u^n)^2 dx \\ &\quad + \frac{\lambda_1}{2} \|\rho_x^n - \theta_x - b_x^n\|_2^2 + \frac{\lambda_1}{2} \|\rho_y^n - \theta_y - b_y^n\|_2^2 \\ \rho_x^{n+1} &= \arg \min_{\rho_x} \|\rho_x\|_1 + \frac{\lambda_1}{2} \|\rho_x - \theta_x^{n+1} - b_x^n\|_2^2 \\ &= \text{shrink} \left( \theta_x^{n+1} + b_x^n, \frac{1}{\lambda_1} \right) \\ \rho_y^{n+1} &= \arg \min_{\rho_y} \|\rho_y\|_1 + \frac{\lambda_1}{2} \|\rho_y - \theta_y^{n+1} - b_y^n\|_2^2 \\ &= \text{shrink} \left( \theta_y^{n+1} + b_y^n, \frac{1}{\lambda_1} \right) \\ b_x^{n+1} &= b_x^n + \theta_x^{n+1} - \rho_x^{n+1} \\ b_y^{n+1} &= b_y^n + \theta_y^{n+1} - \rho_y^{n+1} \end{aligned} \right\} (9)$$

式中  $\|\cdot\|_1$  表示  $L_1$  范数,  $\|\cdot\|_2$  表示  $L_2$  范数,  $\lambda_1$  为惩罚参数,  $\text{shrink}(\cdot, \cdot)$  为阈值算子, 其定义为

$$\text{shrink}(x, \gamma) = \text{sgn}(x) \max\{|x| - \gamma, 0\}, \quad \gamma > 0$$

同样, 在第 2 个子模型式(8)中引入辅助变量  $\eta_x, \eta_y, c_x, c_y$ , 用类似于上面的方法, 可以推得式(8)的迭代公式为

$$\left. \begin{aligned} u^{n+1} &= \arg \min_u \frac{\beta_2}{2} \|u - u_0\|_2^2 + \frac{\lambda_2}{2} \|\eta_x^n - u_x - c_x^n\|_2^2 \\ &\quad + \frac{\lambda_2}{2} \|\eta_y^n - u_y - c_y^n\|_2^2 \\ \eta_x^{n+1} &= \arg \min_{\eta_x} |\eta_x|_g + \frac{\lambda_2}{2} \|\eta_x - u_x^{n+1} - c_x^n\|_2^2 \\ &= \text{shrink} \left( u_x^{n+1} + c_x^n, \frac{g}{\lambda_2} \right) \\ \eta_y^{n+1} &= \arg \min_{\eta_y} |\eta_y|_g + \frac{\lambda_2}{2} \|\eta_y - u_y^{n+1} - c_y^n\|_2^2 \\ &= \text{shrink} \left( u_y^{n+1} + c_y^n, \frac{g}{\lambda_2} \right) \\ c_x^{n+1} &= c_x^n + u_x^{n+1} - \eta_x^{n+1} \\ c_y^{n+1} &= c_y^n + u_y^{n+1} - \eta_y^{n+1} \end{aligned} \right\} (10)$$

其中

$$|\eta_x|_g = \int_{\Omega} g |\eta_x| dx$$

$$g = \lambda + (\mu/2) \left[ 1 - \frac{(\cos \theta^{n+1}, \sin \theta^{n+1}) \cdot \nabla u}{|\nabla u|} \right]^2 |\nabla u|$$

$\lambda_2$  为惩罚参数. 结合式(9)和式(10), 给出本文算法. 新模型的分裂 Bregman 算法:

步骤 1 初始化:  $\theta^0 = \theta_0 = \arctan \frac{u_{0y}}{u_{0x}}, u_x^0 = u_{0x},$

$u_y^0 = u_{0y}, \rho_x^0 = \rho_y^0 = b_x^0 = b_y^0 = 0, u^0 = u_0, \eta_x^0 = \eta_y^0 = c_x^0 = c_y^0 = 0,$  并令  $n = 0$ ;

步骤 2 计算式(9)求得  $(\theta^{n+1}, \rho_x^{n+1}, \rho_y^{n+1}, b_x^{n+1}, b_y^{n+1})$ ;

步骤 3 计算式(10)求得  $(u^{n+1}, \eta_x^{n+1}, \eta_y^{n+1}, c_x^{n+1}, c_y^{n+1})$ ;

步骤 4 停止迭代: 对  $\varepsilon > 0$ , 当  $\|u^{n+1} - u^n\|_2^2 < \varepsilon$  时, 则停止迭代, 并输出复原图像  $u := u^{n+1}$ ; 否则, 令  $n = n + 1$ , 转步骤 2.

注: 对于式(9), 式(10)中的第 1 个式子, 本文都是运用 Gauss-Seidel 迭代求得. 其具体的迭代公式分别为

$$\begin{aligned} \theta_{i,j}^{n+1} &= \frac{\lambda_1}{\beta_1 + 4\lambda_1} (\theta_{i+1,j}^n + \theta_{i-1,j}^n + \theta_{i,j+1}^n + \theta_{i,j-1}^n \\ &\quad + \rho_{x,i-1,j}^n - \rho_{x,i,j}^n + \rho_{y,i,j-1}^n - \rho_{y,i,j}^n - b_{x,i-1,j}^n + b_{x,i,j}^n \\ &\quad - b_{y,i,j-1}^n + b_{y,i,j}^n) - \frac{\mu}{\beta_1 + 4\lambda_1} \left[ |u_{x,i,j}^n| + |u_{y,i,j}^n| \right. \\ &\quad \left. - \cos(\theta_{i,j}^n) u_{x,i,j}^n - \sin(\theta_{i,j}^n) u_{y,i,j}^n \right] \\ &\quad \cdot [\sin(\theta_{i,j}^n) u_{x,i,j}^n - \cos(\theta_{i,j}^n) u_{y,i,j}^n] + \frac{\beta_1}{\beta_1 + 4\lambda_1} \theta_{0,i,j} \\ u_{i,j}^{n+1} &= \frac{\lambda_2}{\beta_2 + 4\lambda_2} (u_{i+1,j}^n + u_{i-1,j}^n + u_{i,j+1}^n + u_{i,j-1}^n + \eta_{x,i-1,j}^n \\ &\quad - \eta_{x,i,j}^n + \eta_{y,i,j-1}^n - \eta_{y,i,j}^n - c_{x,i-1,j}^n + c_{x,i,j}^n \\ &\quad - c_{y,i,j-1}^n + c_{y,i,j}^n) + \frac{\beta_2}{\beta_2 + 4\lambda_2} u_{0,i,j} \end{aligned}$$

此外,类似于文献[13]中的结果,新算法是收敛的。

#### 4 数值实验

为了验证新算法的有效性,本节分别对两幅大小为  $256 \times 256$  的带噪图像进行实验,并将新算法分别和文献[7,9]中方法进行比较。本文将从视觉效果与定量指标两个方面对图像质量进行比较。采用的定量指标有峰值信噪比(Peak Signal to Noise Ratio, PSNR),均方误差(Mean Squared Error, MSE)和结构相似性(Structural SIMilarity, SSIM)。其定义分别如下:

$$\text{PSNR} = 10 \lg \frac{255^2}{\sum_i \sum_j \frac{(P'_{ij} - P_{ij})^2}{MN}}$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{MN} \sum_i \sum_j (P'_{ij} - P_{ij})^2$$

$$\text{SSIM}(P', P) = \frac{4\sigma_{P'P}\mu_{P'}\mu_P}{(\sigma_{P'}^2 + \sigma_P^2)(\mu_{P'}^2 + \mu_P^2)}$$

其中  $P$  为原始无噪图像,  $P'$  为恢复后的图像,  $M$  和  $N$  为图像尺寸大小,  $i, j$  为图像像素下标,  $\sigma_{P'}$ ,  $\sigma_P$ ,  $\mu_{P'}$ ,  $\mu_P$  分别为  $P'$ ,  $P$  的标准差和均值,  $\sigma_{P'P}$  为  $P'$  和  $P$  之间的协方差。SSIM 可以用来测量两图像之间的结构相似性,SSIM 值越大,说明两图像的结构越相似。

**实验 1** 选取细节丰富的结构图“Lena”作为测试图像。实验开始先对“Lena”图加入均值为 0、方差为 10 的高斯白噪声。试验发现,新算法对参数  $\beta_1$  不是很敏感,对参数  $\lambda$ ,  $\beta_2$  和  $\mu$  较为敏感。大量的数值仿真结果表明,参数  $\beta_1$  在  $0 \sim 1$  之间取值时效果较优。本实验中取参数  $\lambda = 0.5$ ,  $\beta_1 = 0.1$ ,  $\beta_2 = 0.1$ ,  $\mu = 0.001$ 。此外,为便于比较,取停止标准中参数  $\varepsilon = 0.01$ 。图 1 给出了各种方法的去噪结果,其中图 1(a)为含噪图,图 1(b)为文献[7]方法(时间步长  $\Delta t = 0.1$ )去噪后的结果,图 1(c)为文献[9]方法( $\alpha = 0.15$ ,  $\beta = 0.23$ )去噪后的结果,图 1(d)为本文方法的处理结果,图 1(e),图 1(f),图 1(g)分别为图 1(b),图 1(c),图 1(d)的局部放大。比较 3 种去噪结果,可以看出,图 1(b)和图 1(c)中仍存在少量的块效应,如 Lena 的额头、脸颊和下巴,而图 1(d)看起来比较光滑、自然,并且对图像的边缘处理得也较好,如 Lena 的鼻梁比图 1(b)和图 1(c)都得到较好地保持,从放大的图像中可以很清楚地看到这一点。图 2 给出了 3 种方法的峰值信噪比和均方误差随重构图时的迭代次数的变化曲线图。从图 2(a)可以看出,本文方法在重构图像时仅需很少的迭代就可以达到稳定,并且其峰值信噪比的最大值高于其它两种方法,说明本文方法比其它两种方法具有较好的去噪效果。除此之外,本文方法还具有较快的



图1 Lena 图实验结果

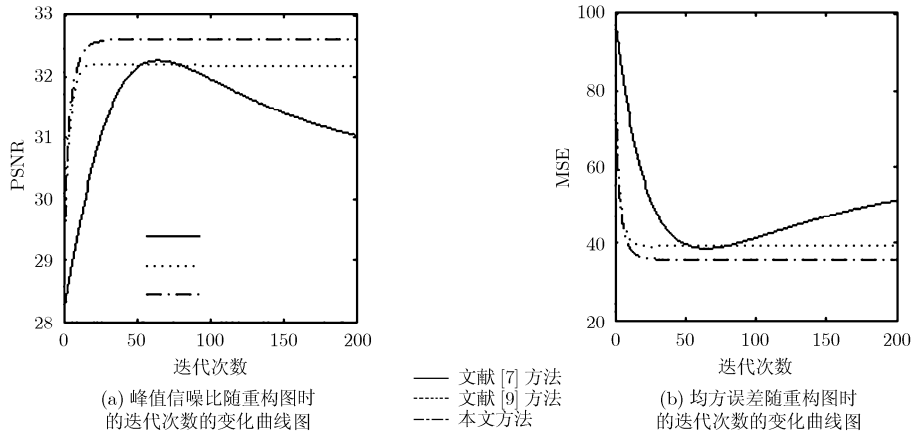


图2 实验1中峰值信噪比和均方误差随重构图时的迭代次数的变化曲线

收敛速度，这从图2(b)可以清楚地看到。

**实验2** 选取比较难处理的“Cameraman”图像作为测试目标，并对其加入均值为0、方差为15的高斯白噪声。“Cameraman”图像中不但含有像素跳跃区域(相机支架)、图像渐变区域(天空)，而且还含有图像震荡区域，或者说是纹理(如草坪)。试验中取参数 $\lambda = 0.8$ ,  $\beta_1 = 0.05$ , 参数 $\beta_2, \mu$ 的取值和实验1的相同。图3给出了文献[7]、文献[9]方法和本文方法的去噪结果,其中图3(a)为噪声图,图3(b)为文献[7]方法(时间步长 $\Delta t = 0.1$ )的去噪结果,图3(c)为文献[9]方法( $\alpha = 0.15, \beta = 0.14$ )的去噪结果,

图3(d)为本文方法的处理结果,图3(e),图3(f),图3(g)分别为图3(b),图3(c),图3(d)与图3(a)的差图。从3种差图可以明显地看到,图3(e)中含有较多的边,而图3(f)与图3(e)相比,虽然含有较少的边,但也含有较少的噪声,这说明文献[9]中方法在保边方面要优于文献[7]中方法,但其去噪性能略弱于文献[7]。与前两种差图相比较,本文方法相应的差图中不仅含有较少的边,而且还含有较多的噪声,这说明了本文方法在去噪和边缘保持方面均优于其它两种方法。表1中的实验数据也从客观上表明了本文方法的优越性。

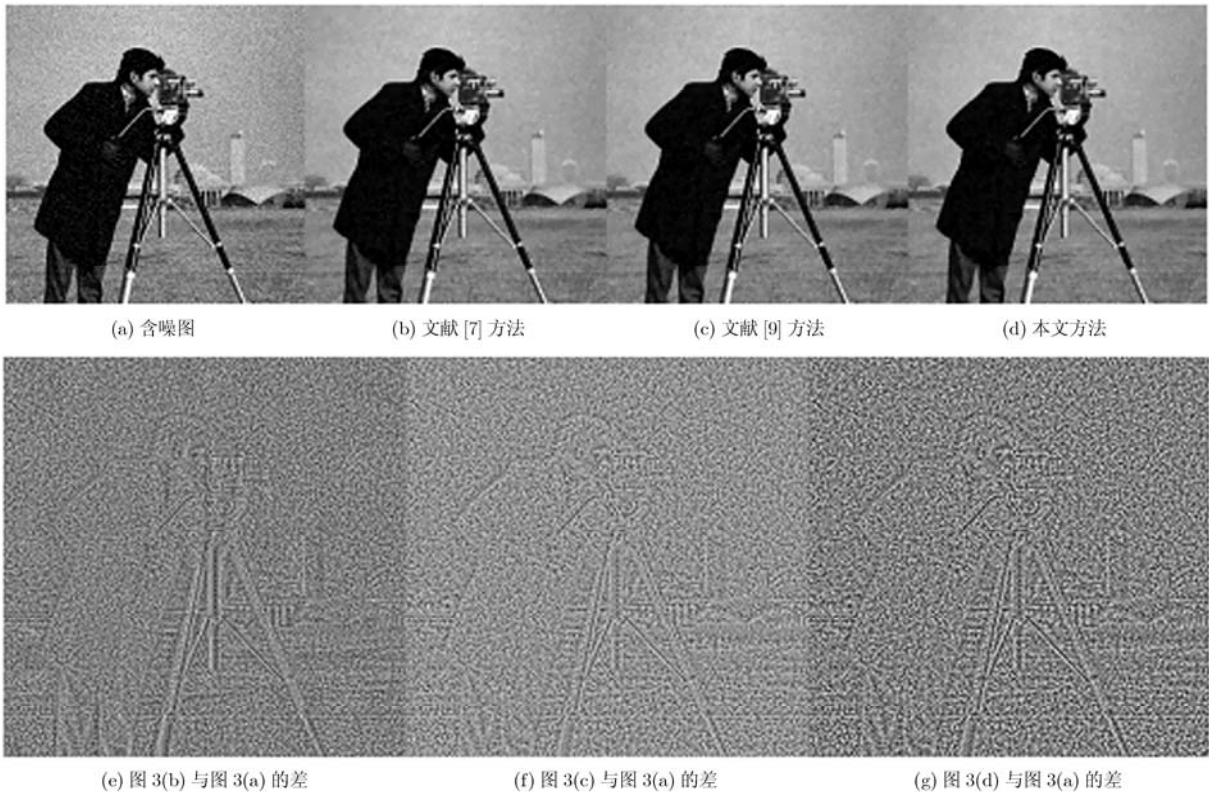


图3 Cameraman 图实验结果

表1列出了两实验中各种方法峰值信噪比, 均方误差和结构相似性的比较结果。从表中数据可以看出, 文献[7, 9]几乎有着同样的复原结果, 而本文方法的PSNR和SSIM均有明显地提高。表2给出了各种方法达到停止标准时所需的执行时间和两步

中分别所需的迭代次数。由各种方法的迭代次数可以看出, 本文方法通过有效使用交替迭代以及分裂Bregman方法, 使其计算复杂度大大降低, 导致它的计算时间较其它两种方法要少得多, 从而使其达到加速收敛的目的。

表1 各种方法的恢复图像定量指标比较

图像	性能指标	含噪图	文献[7]方法	文献[9]方法	本文方法
Lena	PSNR (dB)	28.1036	32.2544	32.2096	<b>32.6030</b>
	MSE	100.6272	38.6934	39.0950	<b>35.7092</b>
	SSIM	0.6998	0.8918	0.8865	<b>0.8995</b>
Cameraman	PSNR (dB)	24.5818	30.0448	30.0106	<b>30.4430</b>
	MSE	226.4112	64.3570	64.8668	<b>58.7190</b>
	SSIM	0.4917	0.8206	0.8191	<b>0.8470</b>

表2 各种方法达到停止标准所需的时间和两步中分别所需的迭代次数

图像		文献[7]方法	文献[9]方法	本文方法
Lena	时间(s)	17.659107	9.782902	<b>4.812527</b>
	迭代次数(次)	200/70	200/20	<b>39/39</b>
Cameraman	时间(s)	28.815862	17.460791	<b>8.051195</b>
	迭代次数(次)	300/150	300/75	<b>70/70</b>

## 5 结论

本文在研究LOT模型的基础上, 提出了一种新的变分去噪模型。新模型由于耦合了两个变量, 因此, 在求解时, 先利用交替极小化方法化原模型为两个简单的子模型, 然后再利用分裂Bregman方法对其进行交替求解。由于两子模型对LOT模型中的两步从构成方式及计算方式上分别进行了改进, 因此, 数值实验表明, 新方法不仅能够有效地提高恢复图像的质量, 而且与文献[7]中方法相比收敛速度有明显改进。

## 参考文献

- [1] Perona P and Malik J. Scale space and edge detection using anisotropic diffusion[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, 12(7): 629-639.
- [2] Rudin L, Osher S, and Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J]. *Physica D*, 1992, 60(1-4): 259-268.
- [3] 张伟斌, 冯象初, 王卫卫. 图像恢复的小波域加速 Landweber 迭代阈值方法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(2): 342-346.  
Zhang Wei-bin, Feng Xiang-chu, and Wang Wei-wei. Accelerated Landweber iterative thresholding algorithm in wavelet domain for image restoration[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(2): 342-346.
- [4] 武晓玥, 郭宝龙, 李雷达. 一种新的结合非下采样 Contourlet 与自适应全变差的图像去噪方法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(2): 360-365.  
Wu Xiao-yue, Guo Bao-long, and Li Lei-da. A new image denoising method combining the nonsubsampling contourlet transform and adaptive total variation[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(2): 360-365.
- [5] 张军, 韦志辉. SAR 图像去噪的分数阶多尺度变分 PDE 模型及自适应算法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(7): 1654-1659.  
Zhang Jun and Wei Zhi-hui. Fractional-order multiscale variation PDE model and adaptive algorithm for SAR image denoising[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(7): 1654-1659.
- [6] Lysaker M, Lundervold A, and Tai X C. Noise removal using fourth-order partial differential equation with applications to medical magnetic resonance images in space and time[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2003, 12(12): 1579-1590.
- [7] Lysaker M, Osher S, and Tai X C. Noise removal using smoothed normals and surface fitting[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2004, 13(10): 1345-1357.
- [8] Hahn J, Tai X C, Borok S, et al.. Orientation-matching minimization for image denoising and inpainting[J].

- International Journal of Computer Vision*, 2011, 92(3): 308–324.
- [9] Yang Yu-fei, Pang Zhi-feng, Shi Bao-li, *et al.* Split Bregman method for the modified LOT model in image denoising[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2011, 217(12): 5392–5403.
- [10] Goldstein T and Osher S. The split Bregman method for L1 regularized problems[J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2009, 2(2): 323–343.
- [11] Goldstein T, Bresson X, and Osher S. Geometric applications of the split Bregman method: segmentation and surface reconstruction[J]. *Journal of Scientific Computing*, 2010, 45(1-3): 272–293.
- [12] Wu Chun-lin and Tai X C. Augmented Lagrangian method, dual methods and split-Bregman iterations for ROF, vectorial TV and higher order models[J]. *SIAM Journal on Imaging Science*, 2010, 3(3): 300–339.
- [13] Cai J F, Osher S, and Shen Z W. Split Bregman methods and frame based image restoration[J]. *Multiscale Modeling and Simulation*, 2009, 8(2): 337–369.
- [14] 孙玉宝, 费选, 韦志辉, 等. 稀疏性正则化的图像泊松恢复模型及分裂 Bregman 迭代算法[J]. *自动化学报*, 2010, 36(11): 1512–1519.
- Sun Yu-bao, Fei Xuan, Wei Zhi-hui, *et al.* Image restoration model under poisson noise using sparse representations and split Bregman iteration algorithm[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2010, 36(11): 1512–1519.
- 郝岩: 女, 1977年生, 博士, 研究方向为变分方法和偏微分方程在图像处理中的应用.
- 冯象初: 男, 1962年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为多尺度几何分析、变分方法和偏微分方程在图像处理中的应用.
- 许建楼: 男, 1977年生, 讲师, 博士, 研究方向为变分方法和偏微分方程在图像处理中的应用.