## 基于重尾噪声分布特性的多分类人脸识别方法

张如艳<sup>\*①</sup> 王士同<sup>2</sup> <sup>①</sup>(江南大学物联网工程学院 无锡 214122) <sup>2</sup>(江南大学数字媒体学院 无锡 214122)

**摘 要:** 针对传统人脸识别方法不能有效地适应重尾噪声下的人脸图像的拖尾情况,该文提出具有良好抗重尾噪声能力的 *t* 分布下的多分类人脸识别方法。该算法通过调整 *t* 分布中的自由度参数 *v*,使 *t* 分布能够很好地适应添加 重尾噪声后的人脸图像的多种拖尾情况,提高人脸识别效果。ORL 和 Yale 数据集上的实验结果,验证了所提出的 算法的可行性和有效性。

 关键词:人脸识别;多元 t 分布;多元 Gaussian 分布;核方法;重尾噪声

 中图分类号:TP391.41
 文献标识码:A
 文章编号:1009-5896(2012)03-0523-06

 DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.00633

# Multi-classification Recognition Method Applied to Facial Image Based on Distribution Characteristic of Heavy-tailed Noise

 $Zhang Ru-yan^{O}$  Wang  $Shi-tong^{O}$ 

<sup>®</sup>(School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China) <sup>®</sup>(School of Digital Media, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: Multi-classification method under t distribution is proposed in order to solve the problem of the traditional face classification methods failing to settle tailing situation with heavy-tailed noise. By adjusting the degree of freedom parameter v, t distribution will adapt to a variety of tailing conditions better after heavy-tailed noise is added in facial images, at the same time, the recognition results will be improved. The experimental results on ORL and Yale show the feasibility and the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: Face recognition; Multivariate t distribution; Multivariate Gaussian distribution; Kernel method; Heavy-tailed noise

## 1 引言

人脸识别技术自诞生之日起,因其操作简单, 实现方便等特点而成为生物识别技术中应用最为广 泛的方法之一。这些优点通常只有在比较理想的人 脸图像中才能得到充分体现。但是在实际应用中, 会有各种类型不确定的噪声,对人脸图像的质量和 识别效果产生影响。

通常,噪声模型会被估计为高斯噪声,而研究 发现,在工程应用中,噪声模型往往表现出非高斯 性,即概率密度函数分布往往表现出较厚的尾部统 计特性<sup>[1]</sup>,如合成孔径雷达图像中、海杂波的尖峰幅 度分布情况,都呈现出很多幅度较大的噪声,此时 的噪声已经不再是高斯噪声,而是重尾噪声。对于 重尾噪声的研究和应用并不仅仅局限于海波、雷达

2011-06-26 收到, 2011-11-08 改回

国家自然科学基金(60773206, 60704047)和国家 863 计划项目 (2007AA1Z158)资助课题

\*通信作者: 张如艳 zhruyan@163.com

等领域。人脸识别作为一种被广泛使用的模式识别 方法,有必要将重尾噪声引入到人脸图像中,研究 其分类识别算法,这对于研究人脸识别技术具有重 要意义。

概率密度函数估计,考虑样本数据的实际分布 情况,能够为贝叶斯分类提供有力工具。最大后验 概率<sup>[2]</sup>把分类问题看成一个统计估计问题,根据其所 属类别概率做出统计判断。t分布具有尖峰后尾的统 计特性<sup>[3]</sup>,符合非高斯噪声模型特性。因此,文中将 其结合,得到t分布下基于核函数的最大后验概率分 类方法(T Kernel-based Maximum A Posteriori, TKMAP),并验证其对含重尾噪声的人脸图像的识 别效果。

## 2 重尾噪声模型

常用的噪声模型有椒盐噪声,乘性噪声,高斯 噪声,重尾噪声等<sup>[4]</sup>。本文研究重尾噪声,重尾噪声 分布模型有 Cauchy 噪声,Erlang 噪声,Laplace 噪声,负指数噪声以及混合高斯噪声等。其概率密 度函数的详细描述如下。

(1)Cauchy 分布: 
$$f(x) = \frac{1}{\pi} \left| \frac{\gamma}{(x - x_0)^2 + \gamma^2} \right|, x \in$$

 $(-\infty, +\infty)$ 。其中,  $x_0$ 是位置参数,  $\gamma > 0$ 是尺度参 数,均值不存在。

(2)Erlang 
$$\mathcal{H}$$
 $first f(x) = \begin{cases} \frac{a^{o}x^{o-1}}{\Gamma(b)}e^{-ax}, & x \ge 0\\ 0, & x < 0 \end{cases}$ 

其中a > 0, b是正整数,均值为b/a,方差为 $b/a^2$ 。

(3)Laplace 分布: 
$$f(x) = \frac{1}{2\sigma} e^{-|x-\mu|/\sigma}, x \in (-\infty,$$

(4)负指数分布: 
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\mu} e^{-x/\mu}, & x \ge 0\\ 0, & x < 0 \end{cases}$$
,

均值为 $\mu$ ,方差为 $\mu^2$ 。

(5)混合高斯噪声由高斯噪声获得,即若f<sub>i</sub>(x)是  $x \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 的概率密度函数,  $f_2(x) \neq x \sim N(\mu_2, \sigma_1^2)$  $\sigma_2^2$ ) 的 概 率 密 度 函 数 , 则 以  $f(x) = (1 - \alpha)f_1(x)$ +af2(x)为概率密度函数的随机变量,即为混合高斯 噪声。其中 $\alpha$ 为闪光频率,一般情况下, $\alpha$ 很小,  $\mu_1 = \mu_2 \coprod \sigma_1 \leq \sigma_2$ .

## 3 基于核函数的分布模型

## 3.1 核函数

在人脸识别中,样本数往往小于人脸维数,这 就是小样本问题。而基于核函数的方法只需要明确 样本数目而非具体维数,所以,在很大程度上,解 决了维数灾难的问题。

理论上,满足 Mercer 定理<sup>[6]</sup>的函数都可以作为 核函数,目前常用的核函数有

(1)RBF(高斯径向)核函数:

 $k(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_i) = \exp(-||\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_i||_2^2 / \sigma^2)$ 

其中 $\sigma$ 为尺度参数, $\sigma$ 在很大程度上影响着 RBF 核 函数的性能。

RBF 核函数是典型的局部性核函数,距离较远 的样本对核函数的值影响较小。文献[7]表明,只要 选择合适的 $\sigma$ ,对于任意给定的样本集,RBF 核函 数可以对训练样本集做出正确分类。

(2)多项式核函数:  $k(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j) = \left( \langle \boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j \rangle + c \right)^d$ 其中c为常数,d为多项式阶数。当c = 0,d = 1时, 多项式核函数变成线性核函数。

多项式核函数是典型的全局性核函数,较远的 样本点对核函数的值有较大的影响。在 d 很大时, 如果 $(\langle \boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_i \rangle + c)^d > 1$ ,则 $k(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_i) \to +\infty$ ,如果

$$\langle \langle \boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j \rangle + c \rangle^d < 1$$
, 则  $k(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j) \to 0$ 。  
(3)Sigmoid 核函数:

 $k(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_i) = \tanh\left(\operatorname{scale} \times \langle \boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_i \rangle - \operatorname{offset}\right)$ 

其中 scale 和 offset 分别为尺度和衰减参数。

通常, Sigmoid 只有在 scale > 0 和 offset < 0 时 才适合做核函数,由于 Sigmoid 核函数没有特别的 优势,因此一般不选择其作为核函数。

目前,核函数类型多数是由特定领域的专业知 识以及经验来确定。核函数参数的确定,主要有试 凑法和最优化方法<sup>[8]</sup>。人脸图像在加入重尾噪声后, 其特征分布与原始人脸图像相比,发生了很大变化。 RBF核函数作为一种局部性核函数,能够根据图像 的局部特征,很好地进行平滑运算,分类性能好。 所以本文采用RBF核函数,并根据试凑法确定其中 的参数。

## 3.2 贝叶斯分类器

贝叶斯分类方法具有坚定的数学基础,它以 Baves 理论为基础,以先验概率和条件概率密度函 数为依托,是一种有指导的模式识别方法。与其他 算法相比, 贝叶斯分类器具有最小出错率<sup>10</sup>。其关键 是确定样本数据的概率密度函数  $p(\Phi(\mathbf{x}) | C_i)^{[10]}$ 。

假设m类样本数据为 $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ ,其中,  $m = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}, N = \sum_{i=1}^m N_i, N_i \, \mathfrak{D} \, \mathfrak{B} \, i \, \mathfrak{Z} \mathfrak{B}$ 据个数。核空间中,贝叶斯分类器的设计为以下 3 个步骤:

首先,计算类 $C_i$ 的先验概率 $p(C_i)$ 。通常,无 法得到  $p(C_i)$  的精确值,故根据类  $C_i$  的样本比率估 计<sup>[11]</sup>, 即  $p(C_i) = N_i / N$ 。

其次,利用如下的贝叶斯公式计算后验概率  $p(C_i \mid \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}))$ .

$$p(C_i \mid \Phi(\boldsymbol{x})) = \frac{p(\Phi(\boldsymbol{x}) \mid C_i) p(C_i)}{\sum_{j=1}^{m} p(\Phi(\boldsymbol{x}) \mid C_j) p(C_j)}$$
(1)

最后,根据分类规则,如果  $p(C_w \mid \Phi(x)) =$  $\max_{1 \leq i \leq m} \left( p\left(C_{j} \mid \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x})\right) \right), \quad \bigcup x \in C_{w}, \quad \& \texttt{B} \texttt{F} \texttt{J} \texttt{A} \texttt{f} \texttt{B} \texttt{T} \texttt{f} \texttt{B}$ 概率的类C"作为该样本所属的类别。

#### 3.3 公式的核化形式

目前, 概率密度估计主要有参数估计法和非参 数估计法。文中选择参数估计法,利用 t 分布下的概 率密度函数估计,采用最大似然方法,获得分类概 率。

假定一组独立的p维数据{ $x_1, x_2, \dots, x_N$ },多元 t分布为 $t(\mu, \Sigma, v)$ 。其中,  $\mu$ 是中心;  $\Sigma$ 是对称、 正定的矩阵; v>0是自由度, 控制t分布的尾部形

10,

状。核空间中, t分布的类条件概率密度函数为

$$p\left(\Phi(\boldsymbol{x}) \mid C_{i}\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{v+p}{2}\right)}{\Gamma\left(v/2\right)(v\pi)^{p/2}} \left|\boldsymbol{\Sigma}_{i}\right|^{-1/2} \left[t_{i}\left(\Phi(\boldsymbol{x})\right)\right]^{-\frac{v+p}{2}}(2)$$

定义

$$t_i\left(\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x})\right) = 1 + \frac{1}{v}\left(\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{\mu}_i\right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}_i^{-1}\left(\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{\mu}_i\right) \quad (3)$$

为 Mahalanobis 距离。

**3.3.1 协方差矩阵规整化和对角化**均值 µ<sub>i</sub>和协方 差 $\Sigma$ 的表达式为

$$\boldsymbol{\mu}_{i} = \frac{1}{N_{i}} \sum_{j=1}^{N_{i}} \left( \boldsymbol{\Phi} \left( \boldsymbol{x}_{j} \right) \right) \tag{4}$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{i} = \boldsymbol{S}_{i} = \frac{1}{N_{i}} \sum_{j=1}^{N_{i}} \left( \boldsymbol{\Phi} \left( \boldsymbol{x}_{j} \right) - \boldsymbol{\mu}_{i} \right) \left( \boldsymbol{\Phi} \left( \boldsymbol{x}_{j} \right) - \boldsymbol{\mu}_{i} \right)^{\mathrm{T}}$$
(5)

从式(4)和式(5)中可以看到,  $\Sigma_i$ 只与样本个数 有关,而与其数据维数无关。因此,在小样本情况 下,根据 $\mu_i$ 和 $\Sigma_i$ 求得的均值和协方差是病态的,可 以利用如下的规整化方法。

$$\boldsymbol{\Sigma}_{i}(\theta,\eta) = (1-\eta)\boldsymbol{\Sigma}_{i}(\theta) + \eta \frac{\operatorname{trace}(\boldsymbol{\Sigma}_{i}(\theta))}{p}\boldsymbol{I} \quad (6)$$

其中 $\Sigma_i(\theta) = (1-\theta)S_i + \theta S$ ,  $S = \sum_{i=1}^m S_i$ , I为单 位矩阵,参数 $\theta(0 \le \theta \le 1)$ 控制单个类协方差矩阵对 整个样本数据协方差矩阵的收缩程度, $\eta(0 \le \eta \le 1)$ 决定单位矩阵的衰减程度,它能够减小大的特征值, 增大小的特征值。

由于映射函数 $\phi$ 未知,故无法求出 $\Sigma_i$ 。而由于  $\Sigma_i$ 是对称、正定矩阵,可以将其对角化<sup>[12]</sup>为如下形 式:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{i} = \boldsymbol{W} \boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}} = \sum_{j=1}^{p} \lambda_{ij} \boldsymbol{w}_{ij} \boldsymbol{w}_{ij}^{\mathrm{T}}$$
(7)

其中 $\lambda_{ii}$ 为 $\Sigma_i$ 的第*j*个特征值,  $w_{ii}$ 为与 $\lambda_{ii}$ 相对应的 特征向量, $\Sigma_i$ 的特征值已经按照从大到小的顺序排 列。

将
$$\Sigma_i$$
代入式(5)中,得到  
 $t_i(\Phi(\boldsymbol{x})) = 1 + \frac{1}{v} \sum_{j=1}^{p} \frac{1}{\lambda_{ij}} [\boldsymbol{w}_{ij}^{\mathrm{T}}(\Phi(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{\mu}_i)]^2$  (8)

**3.3.2 Mahalanobis 距离公式**由于高维的人脸特征 对人脸分类的作用并不等同,所以为减少时间复杂 度,先进行降维处理。主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)作为一种经典有效的降 维方法,已经广泛的应用到人脸识别中[13],其降维 过程不考虑样本数据的类别属性, 而是将全体数据 作为一个整体, 求得样本在投影方向上具有最大方 差的特征。

借鉴 PCA 降维思想,但与 PCA 不同的是,文 中并没有舍弃第 k+1个以后的特征值,而是用第 k+1个特征值 $h_{i(k+1)}$ 代替第k+1个后的所有特征

$$t_{i}\left(\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x})\right) = 1 + \frac{1}{v} \left\{ \sum_{j=1}^{k} \frac{1}{\lambda_{ij}} \left[ \boldsymbol{w}_{ij}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{\mu}_{i}\right) \right]^{2} + \sum_{j=k+1}^{p} \frac{1}{h_{i(k+1)}} \left[ \boldsymbol{w}_{ij}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{\mu}_{i}\right) \right]^{2} \right\}$$
$$= 1 + \frac{1}{v} \times \frac{1}{h_{i(k+1)}} \left\{ \sum_{j=1}^{p} \left[ \boldsymbol{w}_{ij}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{\mu}_{i}\right) \right]^{2} - \sum_{j=1}^{k} \left( 1 - \frac{h_{i(k+1)}}{\lambda_{ij}} \right) \left[ \boldsymbol{w}_{ij}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{\mu}_{i}\right) \right]^{2} \right\}$$
(9)

根据再生核理论,所有对应于 $\lambda_{ij} \neq 0$ 的特征向 量 $w_{ii}$ 必存在于 $\Phi(x_1), \Phi(x_2), \dots, \Phi(x_N)$ 所张成的空间 中。因此, w<sub>ii</sub> 可以用它们的线性组合来表示<sup>[15]</sup>, 即 存在系数 $\alpha_i$ (*i* = 1,2,...,*N*)使

$$\boldsymbol{w}_{ij} = \sum_{l=1}^{N} \alpha_{ij}^{l} \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}_{l}) = \boldsymbol{U} \boldsymbol{\alpha}_{ij}$$
(10)

 $\ddagger \mathbf{\Psi} \mathbf{U} = [\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}_1), \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}_2), \cdots, \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}_N)], \, \boldsymbol{\alpha}_{ii} = [\alpha_{ii}^{(1)}, \alpha_{ii}^{(2)}, \cdots,$  $\alpha_{ii}^{(N)}$ ]<sup>T</sup> .

由协方差矩阵定义可知, 一对特征值与特征向 量 { $\lambda_{ii}$ ,  $\boldsymbol{w}_{ii}$ } 满足

$$\lambda_{ij} \boldsymbol{w}_{ij} = \boldsymbol{\Sigma}_i \boldsymbol{w}_{ij} \tag{11}$$

由于特征向量之间是正交的,式(11)有如下变 形

т —

$$\lambda_{ij} = \boldsymbol{w}_{ij}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}_{i} \boldsymbol{w}_{ij}$$
(12)  
将式(7)和式(10)代入式(12),得到 $\lambda_{ij}$ 为  
$$\lambda_{ij} = [\boldsymbol{U}\boldsymbol{\alpha}_{ij}]^{\mathrm{T}} \left( \frac{1}{N_{i}} \sum_{j=1}^{N_{i}} [\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}_{j}) - \boldsymbol{\mu}_{i}] [\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}_{j}) - \boldsymbol{\mu}_{i}]^{\mathrm{T}} \right)$$
$$\cdot [\boldsymbol{U}\boldsymbol{\alpha}_{ij}] = \boldsymbol{\alpha}_{ij}^{\mathrm{T}} \frac{1}{N_{i}} \sum_{j=1}^{N_{i}} \left( k_{x_{j}} - \frac{1}{N_{i}} \sum_{l=1}^{N_{i}} k_{x_{l}} \right)$$
$$\cdot \left( k_{x_{j}} - \frac{1}{N_{i}} \sum_{l=1}^{N_{i}} k_{x_{l}} \right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\alpha}_{ij} = \boldsymbol{\alpha}_{ij}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M} \boldsymbol{\alpha}_{ij}$$

其中

$$\begin{split} \boldsymbol{M} &= \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} \left( k_{x_j} - \frac{1}{N_i} \sum_{l=1}^{N_i} k_{x_l} \right) \left( k_{x_j} - \frac{1}{N_i} \sum_{l=1}^{N_i} k_{x_l} \right)^{\mathrm{T}} \\ & \text{将式}(10) \text{代入式}(9) \text{中的} \sum_{j=1}^{p} \left[ \boldsymbol{w}_{ij}^{\mathrm{T}} \left( \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{\mu}_i \right) \right]^2 \end{split}$$

得

$$\begin{split} \sum_{j=1}^{p} & \left[ \boldsymbol{w}_{ij}^{\mathrm{T}} \left( \boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{\mu}_{i} \right) \right]^{2} \\ &= \sum_{j=1}^{p} \left[ \boldsymbol{\alpha}_{ij}^{\mathrm{T}} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{x}_{1}) \boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{x}) \\ \boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{x}_{2}) \boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{x}) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{x}_{N}) \boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix} - \frac{1}{N_{i}} \sum_{l=1}^{N_{i}} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{x}_{1}) \boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{x}_{l}) \\ \boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{x}_{2}) \boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{x}_{l}) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{x}_{N}) \boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix} - \frac{1}{N_{i}} \sum_{l=1}^{N_{i}} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{x}_{1}) \boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{x}_{l}) \\ \boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{x}_{2}) \boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{x}_{l}) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{x}_{N}) \boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{x}) \end{pmatrix} \right]^{2} \end{split}$$

$$= \sum_{j=1}^{p} \left[ \boldsymbol{\alpha}_{ij}^{\mathrm{T}} \left[ \begin{bmatrix} k(\boldsymbol{x}_{1}, \boldsymbol{x}) \\ k(\boldsymbol{x}_{2}, \boldsymbol{x}) \\ \vdots \\ k(\boldsymbol{x}_{N}, \boldsymbol{x}) \end{bmatrix} - \frac{1}{N_{i}} \sum_{l=1}^{N_{i}} \begin{bmatrix} k(\boldsymbol{x}_{1}, \boldsymbol{x}_{l}) \\ k(\boldsymbol{x}_{2}, \boldsymbol{x}_{l}) \\ \vdots \\ k(\boldsymbol{x}_{N}, \boldsymbol{x}_{l}) \end{bmatrix} \right]^{2}$$
$$= \left\| k_{x} - \frac{1}{N_{i}} \sum_{l=1}^{N_{i}} k_{x_{l}} \right\|_{2}^{2}$$
(13)

同理,得

$$\begin{split} \sum_{j=1}^{k} \left( 1 - \frac{h_{i(k+1)}}{\lambda_{ij}} \right) \left[ \boldsymbol{w}_{ij}^{\mathrm{T}} \left( \boldsymbol{\varPhi}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{\mu}_{i} \right) \right]^{2} \\ &= \sum_{j=1}^{k} \left( 1 - \frac{h_{i(k+1)}}{\lambda_{ij}} \right) \\ &\cdot \left[ \boldsymbol{\alpha}_{ij}^{\mathrm{T}} \left( k_{\boldsymbol{x}} - \frac{1}{N_{i}} \sum_{l=1}^{N_{i}} k_{\boldsymbol{x}_{l}} \right) \left[ k_{\boldsymbol{x}} - \frac{1}{N_{i}} \sum_{l=1}^{N_{i}} k_{\boldsymbol{x}_{l}} \right]^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\alpha}_{ij} \right] (14) \\ &$$
将式(13)和式(14)代入式(9)中, 得

$$t_{i}\left(\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x})\right) = 1 + \frac{1}{v} \times \frac{1}{h_{i(k+1)}}$$

$$\cdot \left\{ \left[ \left( k_{\boldsymbol{x}} - \frac{1}{N_{i}} \sum_{l=1}^{N_{i}} k_{\boldsymbol{x}_{l}} \right) \right]_{2}^{2} - \sum_{j=1}^{k} \left( 1 - \frac{h_{i(k+1)}}{\lambda_{ij}} \right) \right] \\ \cdot \left[ \boldsymbol{\alpha}_{ij}^{\mathrm{T}} \left( k_{\boldsymbol{x}} - \frac{1}{N_{i}} \sum_{l=1}^{N_{i}} k_{\boldsymbol{x}_{l}} \right) \left( k_{\boldsymbol{x}} - \frac{1}{N_{i}} \sum_{l=1}^{N_{i}} k_{\boldsymbol{x}_{l}} \right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\alpha}_{ij} \right] \right\}$$

$$(15)$$

其中λ<sub>ij</sub>和 α<sub>ij</sub>是矩阵 *M* 的一对特征值与特征向量。 **3.4 实验步骤** 

(1)分析 5 种重尾噪声分布模型,得到含重尾噪声的待识别人脸图像。根据含重尾噪声的人脸图像的特性,选择具有良好平滑性的 RBF 核函数。

(2)在核空间中,将t分布与核函数、贝叶斯公式相结合进行推导,得到 Mahalanobis 距离 $t_i(\Phi(\mathbf{x}))$ 。

(3)采用试凑法确定 RBF 核函数以及 t<sub>i</sub>(Φ(**x**))中的参数值。首先设定参数的初始值,然后根据实验结果不断调试参数值,直至得到比较满意的实验数值。

(4)根据贝叶斯分类方法,得到某一样本数据的 类别可信度,由最大后验概率确定样本所属分类。

## 4 模拟实验及分析

实验在 ORL 和 Yale 数据集上进行。为了验证 本文所提出的算法的分类性能,引入 3 种对比算法, Gauss 分布下基于核函数的最大后验概率分类方法 (Gaussian Kernel-based Maximum *A Posteriori*, GKMAP),核主成分分析方法 (Kernel Principal Component Analysis, KPCA)和核 Fisher 判别方法 (Kernel Fisher Discrimiant Analysis, KFDA).

## 4.1 人脸数据集简介

ORL 人脸数据集由 40 人,每人 10 幅 112×92 的图像组成,其中的人脸图像是正面图像,光照、 姿态表情变化不是很大。Yale 人脸数据集中共有 15 人,每人 11 幅图像,其中的图像拍摄环境较复杂, 光照强度、姿态表情的变化比较大。为了降低时间 复杂度,将 ORL 中的人脸图像大小归一化为 53× 64,将 Yale 中的人脸图像大小归一化为 50×50,但 并未做任何内容上的更改。图 1 和图 2 显示了 ORL 和 Yale 中的部分人脸图像。



图 1 ORL 中的部分人脸图像



图 2 Yale 中的部分人脸图像

在 ORL 和 Yale 中,分别添加 5 种类型的重尾 噪声,在每种噪声中设置 3 种参数,从而得到同种 噪声模型下,受污染程度不同的人脸图像,添加噪 声后的某人脸图像如图 3 和图 4 所示。图 3 和图 4 中,从左到右的 5 列图像,分别为添加 3 种噪声参 数的 Cauchy 噪声, Erlang 噪声, Laplace 噪声,负 指数噪声和混合高斯噪声的人脸图像。

## 4.2 实验结果

经过反复实验,ORL 和 Yale 中的参数值分别 为,RBF 核函数中的参数 $\sigma = 15$ 和 $\sigma = 10$ ,规整化 参数 $\theta = 0.01$ , $\eta = 0.03$ 和 $\theta = 0.01$ , $\eta = 0.06$ ,自由度 参数v = 5和v = 3。

实验中,在 ORL 和 Yale 中随机选择 2, 3, 4, 5 和 6 张人脸图像作为训练样本集,剩下的人脸图像 作为测试样本集。限于文章篇幅,只列出 ORL 中添 加 Cauchy 噪声的人脸图像的识别率,如表 1 所示, Yale 中添加 Erlang 噪声的人脸图像的识别率,如表



图 3 ORL 中含 5 种重尾噪声的人脸图像



图 4 Yale 中含 5 种重尾噪声的人脸图像

2 所示, ORL 和 Yale 中含其他 4 种重尾噪声的人脸 图像识别率在 4 种算法中有类似的实验结果。实验 结果为 20 次实验的平均值。

## 4.3 实验结果分析

从实验结果可以看到,随着训练样本数目的增

加,4 种人脸分类算法的识别率均有提高。在样本数目相同的前提下,前两种算法 KPCA 和 KFDA 的识别效果没有后两种算法 GKMAP 和 TKMAP 理想。这是因为,虽然核函数在一定程度上解决了小样本问题,但是其并没有考虑人脸图像的实际概率密度分布情况,而后两种算法在核函数的基础上,结合统计分布概念,能够比较合理地估计人脸图像的概率密度分布。

算法 GKMAP 和 TKMAP 的比较,识别精度 上,第一,由于t分布对尖峰拖尾情况有比较好的适 应性,故算法 TKMAP 比 GKMAP 的鲁棒性好。 第二,当人脸图像中的噪声点比较少时,TKAMP 比GKMAP 的识别率高很多,而当噪声点比较多时, 人脸特征变化较大,相应地概率密度函数的变化也 很大,无法通过试凑法比较准确地确定其中的参数 值,故两种方法的识别效果相差不大。复杂度上, 由于 TKMAP 需要不断调整参数v,所以比 GKMAP 耗时,但是由此换来了更好的实验效果。

## 5 结束语

本文将概率密度函数估计中的参数估计、核函 数以及贝叶斯理论结合起来,提出t分布下的基于核 函数的最大后验概率多分类方法 TKMAP。该算法 主要利用t分布能够比较好地适应样本数据的拖尾 特性,进而能够对含重尾噪声的人脸图像的实际拖 尾情况进行有效估计。实验结果证明,与其他3种 算法相比,TKMAP 在去除重尾噪声方面表现出了 良好的抗噪能力。但在算法实现中也存在一些问题, 例如如何根据含重尾噪声的人脸图像的拖尾情况, 定量确定t分布中的自由度参数v,是一个值得深入 研究的问题。

表 1 ORL 中含 Cauchy 噪声的人脸图像的识	别率(%)
-----------------------------	-------

参数值	算法 -	训练样本数					
		2	3	4	5	6	
$x_{\scriptscriptstyle 0} =  0.10$ , $\gamma  =  0.002$	KPCA	75.47	81.10	90.42	91.87	92.65	
	KFDA	76.56	84.08	89.38	92.03	93.75	
	GKMAP	81.14	85.63	93.33	94.87	95.21	
	TKMAP	84.06	89.02	95.00	95.38	95.66	
$x_{_{0}}=0.03\;,\;\gamma=0.009$	KPCA	78.85	84.19	88.75	91.75	94.53	
	KFDA	80.57	87.77	92.29	94.63	95.93	
	GKMAP	82.19	88.75	93.34	94.87	95.94	
	TKMAP	84.74	90.53	94.79	96.75	97.04	
$x_{_0}=0.03\;,\;\gamma=0.040$	KPCA	68.75	76.73	84.03	88.08	91.56	
	KFDA	69.88	78.93	85.76	87.08	90.94	
	GKMAP	80.63	85.60	90.76	92.58	95.21	
	TKMAP	80.86	85.71	90.69	92.58	95.31	

参数值	笛沚								
	开口	2	3	4	5	6			
a = 0.1, b = 7	KPCA	71.70	76.95	77.62	79.11	80.40			
	KFDA	73.03	76.39	77.62	80.45	82.40			
	GKMAP	73.18	77.22	78.10	80.67	83.11			
	TKMAP	75.71	78.75	79.84	81.55	84.74			
a = 0.1, b = 2	KPCA	70.96	73.42	75.12	76.52	81.73			
	KFDA	70.74	72.16	76.55	78.19	84.00			
	GKMAP	71.70	73.42	77.74	78.19	84.00			
	TKMAP	73.77	75.50	80.24	81.25	86.13			
a = 0.3, b = 2	KPCA	62.89	71.04	74.00	78.15	79.34			
	KFDA	63.78	73.02	79.81	80.56	81.50			
	GKMAP	68.37	75.31	80.29	82.22	82.16			
	TKMAP	69.18	75.62	80.86	82.41	83.17			

表 2 Yale 中含 Erlang 噪声的人脸图像的识别率(%)

## 参考文献

- Mukherjee A and Sengupta A. Estimating the probability density function of a nonstationary non-Gaussian noise [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2010, 57(4): 1429–1435.
- Duda R O, Hart P E, and Stork D G. Pattern Classification
   [M]. Wiley-Interscience Publication, 2000: 20–102.
- [3] Wang Zhi-min and Song Qing. Robust curve clustering based on a multivariate t-distribution model [J]. *IEEE Transactions* on Neural Networks, 2010, 21(12): 1976–1984.
- [4] 王桥. 数字图像处理[M]. 第 1 版, 北京: 科学出版社, 2009: 21-30.

Wang Qiao. Digital Image Processing [M]. First Edition, Beijing: Science Press, 2009: 21–30.

[5] 楼宋江,张国印. 零空间保局判别本征脸 [J]. 电子与信息学报, 2011, 33(4): 962–966.
 Lou Song-jiang and Zhang Guo-yin. Null space locality

preserving discriminant intrinsicface[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2011, 33(4): 962–966.

- John S T and Cristianini N. Kernel Methods for Pattern Analysis [M]. Cambridge University Press, 2004: 289–325.
- [7] 褚蕾蕾,陈绥旭,周梦. 计算智能的数学基础[M]. 北京:科学 出版社, 2002: 105-110.
  Chu Lei-lei, Chen Sui-xu, and Zhou Meng. Mathematical Basis of Computation Intelligence[M]. Beijing: Science Press, 2002: 105-110.
- [8] 刘向东,骆斌,陈兆乾.支持向量机最优模型选择的研究[J]. 计算机研究与发展, 2005, 42(2): 576-581.
   Liu Xiang-dong, Luo Bin, and Chen Zhao-qian. Optimal model selection for support vector machines[J]. Journal of Computer Research and Development, 2005, 42(2): 576-581.
- [9] 张全新,郑建军,朱振东,等.贝叶斯分类器集成的增量学习

方法[J]. 北京理工大学学报, 2008, 28(5): 397-400.

Zhang Quan-xin, Zheng Jian-jun, Zhu Zhen-dong, *et al.* Increment learning algorithm based on Bayesian classifier integration[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2008, 28(5): 397–400.

- [10] Zhang Yan and Zhang Tao. Kernel-based Bayesian face recognition[C]. 2009 Fifth International Conference on Natural Computation, Tianjin, China, 2009, 7: 568–572.
- [11] 钟桦, 焦李成, 侯鹏. 基于非下采样 Contourlet 变换的视网膜 分割[J]. 计算机学报, 2011, 34(3): 574-582.
  Zhong Hua, Jiao Li-cheng, and Hou Peng. Retial vessal segmentation using subsampled Contourlet transform [J]. *Chinese Journal of Computers*, 2011, 34(3): 574-582.
- [12] Ruiz A and Lopez-de Teruel P E. Nonlinear kernel-based statistical pattern analysis [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2001, 12(1): 16–32.
- [13] Zhao Hai-tao, Yuen Pong-chi, and Kwok J T. A novel incremental principal component analysis and its application for face recognition [J]. *IEEE Transactions on Systems*, *Man*, and Cybernetics, 2006, 36(4): 873–886.
- [14] Xu Zeng-lin, Huang Kai-zhu, Zhu Jian-ke, et al. A novel kernel-based maximum a posteriori classification method [J]. Neural Networks, 2009, 22(7): 977–987.
- [15] Schölkopf B, Smola A, and Müller K R. Nonlinear component analysis as a kernel eigenvalue problem[J]. Neural Computation, 1998, 10(5): 1299–1319.
- 张如艳: 女,1985年生,硕士生,研究方向为人工智能与模式识别.
- 王士同: 男,1964年生,博士生导师,研究方向为人工智能与模式识别、生物信息学、神经网络等.