

基于 Tetrolet Packet 变换的 SAR 图像稀疏表示

陈 原 张 荣* 尹 东

(中国科学技术大学电子工程与信息科学系 合肥 230027)

摘 要: Tetrolet 变换作为多尺度几何分析的一种,能够对平滑的自然图像进行有效的稀疏表示。SAR 图像具有丰富的细节纹理信息,因此经过 Tetrolet 变换后的高频系数依然具有较大的幅值,从而严重影响了稀疏表示 SAR 图像的性能。该文针对此问题提出了一种新的变换方法 Tetrolet Packet,该算法将高频子带系数进行重新排序后,使用熵作为代价函数对不同的子带进行不同层次的 Tetrolet 分解得到 Tetrolet 最优分解树,从而使系数能量更加集中同时尽量减少方向信息,以便于后续 SAR 图像压缩。实验比较了 Tetrolet 和 Tetrolet Packet 两种算法,用相同个数的变换系数来进行图像重建,无论是主观视觉质量还是客观参数 PSNR 评价, Tetrolet Packet 稀疏表示 SAR 图像的性能都优于 Tetrolet。最后针对两种算法的变换系数均具有类似零树结构的特性,提出分别使用 SPIHT 和 Modified-SPIHT 算法对 Tetrolet 和 Tetrolet Packet 变换系数进行编码,并探讨了该两种算法对 SAR 图像的压缩性能。

关键词: SAR 图像压缩; Tetrolet; Tetrolet Packet; 稀疏表示

中图分类号: TP751

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)02-0261-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.00584

SAR Image Sparse Representation Based on Tetrolet Packet Transform

Chen Yuan Zhang Rong Yin Dong

(Department of Electronic Engineering and Information Science,
University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract: Tetrolet transform, as one of the mutiscale geometric analysis method, can be used to represent natural images sparsely. However, SAR images consist of textures, leading to that the high frequency coefficients of Tetrolet still have large amplitude, and thus affects the sparse representation performance of SAR images seriously. In this paper, a new transform named Tetrolet Packet is proposed. At first, the high frequency coefficients are reordered, and then the high frequency sub-bands are decomposed using multi-Tetrolet transform according to an entropy based cost function. So an optimal Tetrolet tree structure can be found, and the energy of coefficients are concentrated with less direction informations in order to get better performance of SAR image compression. In the experiment, the SAR images are reconstructed with the same number of coefficients of Tetrolet transform and Tetrolet Packet respectively, and their reconstruction performances are compared. The results show that the proposed method Tetrolet Packet outperforms Tetrolet in the sense of sparse representation ability for SAR images, both in visual quality and PSNR. Furthermore, transform coefficients of both methods have similar zero-tree structures, and the compression performance of the proposed method is investigated by employing Modified-SPIHT.

Key words: SAR image compression; Tetrolet; Tetrolet Packet; Sparse representation

1 引言

图像稀疏表示作为图像处理过程中一个重要的任务,已经广泛的应用于图像去噪、图像压缩等领域。图像的稀疏表示即以紧凑的形式有效描述图像的主要特征和信息,在稀疏分解的过程中使图像的

能量尽量集中。小波分析作为最经典的时频分析工具,能够有效地处理点奇异性对象,但由 1 维小波张成的可分离小波只具有有限的方向性,不能有效地捕捉图像的轮廓信息。为了提高处理具有多方向几何结构特征图像的能力,多尺度几何分析(Mutiscale Geometric Analysis, MGA)应运而生,它的产生符合人类视觉皮层对图像有效表示的要求,即局部性、方向性和多尺度性。其中非自适应

2011-06-14 收到, 2011-09-28 改回

国家 973 计划项目(2010CB731904)资助课题

*通信作者: 张荣 zrong@ustc.edu.cn

的小波系统有 Curvelets^[1], Contourlets^[2,3] 和 Directionlets^[4], 可以根据图像局部结构来自适应的调整基函数的小波系统有 Wedgelets^[5] 和 Bandelets^[6], 近两年又出现了基于计算适应性领域均值的算法 Grouplets^[7] 和 EPWT(Easy Path Wavelet Transform)^[8,9]. 除此之外, 基于字典学习方法来对图像进行稀疏表示也得到了越来越广泛的应用^[10,11].

文献[12]提出一种基于四格拼板(Tetrominoes)的 Haar 小波变换, 称为 Tetrolet 变换. Tetrolet 变换能够根据图像局部几何特征自适应地选择合适地四格拼板对正方形区域进行堆叠, 其无冗余的基函数集合可以很好地对图像进行稀疏表示, 文献[12]中针对自然图像, 比较了 Tetrolet, Wavelet, Curvelet 和 Contourlet 分别使用相同数量的变换系数重建得到的图像质量, Tetrolet 要优于另外 3 个.

合成孔径雷达(SAR)是一种通过移动雷达传送装置来合成远大于实际天线孔径的一种遥感技术. 随着 SAR 图像去噪、压缩应用需求的增大, 如何稀疏地表示 SAR 图像已经成为了研究热点. 与普通的光学图像相比, SAR 图像具有以下特性: 首先, 由于受成像机制的影响, 图像数据中含有大量的相干斑噪声, 严重阻碍了后续的图像分析; 其次, 图像中包含大量的细节纹理信息; 最后, SAR 图像具有很大的动态范围, 即最大值和最小值的差值很大.

SAR 图像同样也具有多方向几何结构, 本文实验中使用 Tetrolet 变换稀疏表示 SAR 图像的性能高于使用传统的 Wavelet 稀疏表示的性能证明了这一点. 然而由于 SAR 图像具有上述特点, 对 SAR 图像进行 Tetrolet 变换后, 依然有大量的中高频系数不为零, 说明 Tetrolet 并不能很好地对 SAR 图像进行稀疏表示, 本文针对该问题, 提出了新的 Tetrolet Packet 变换. 该变换先将 Tetrolet 变换得到的高频系数重新排序得到各个子带; 然后使用熵作为分解的代价函数, 得到最优的分解树结构, 并对这些子带系数根据得到的树结构再次利用 Tetrolet 变换进行分解, 从而使系数能量更加集中的同时尽量减少方向信息; 接着实验比较了 Tetrolet Packet, Tetrolet, Wavelet 3 种算法使用相同个数的变换系数所重建的图像, 无论是从主观质量上还是客观参数 PSNR 上, 本文算法都有明显的优势; 最后, 本文针对两种算法的变换系数均具有类似零树结构的特性, 提出分别使用 SPIHT 和 Modified-SPIHT 算法对 Tetrolet 和 Tetrolet Packet 变换系数进行编码, 研究了两种算法对 SAR 图像的压缩性能.

2 基于 Tetrolet 的 SAR 图像稀疏表示

2.1 Tetrolet 变换

Golomb^[13]首先提出了四格拼板(Tetrominoes)的概念. 它们是由 4 个单位正方形组成的图形, 在不考虑旋转和反转的情况下, 共有 5 种不同的形状, 即所谓的“自由四格拼板”, 如图 1 所示.



图 1 5 种自由四格拼板(O-I-T-S-L)

在 4×4 的区域内由上述 5 种自由四格拼板完全填充, 如果不考虑旋转和反转, 共有 22 种基本解.

四格拼板问题的数学描述如下: 设 $I = \{(i, j) : i, j = 0, \dots, N-1\} \subset Z^2$ 是数字图像 $f = (f[i, j])_{(i, j) \in I}$, $N = 2^J, J \in \mathbf{N}$ 的索引集, 定义索引 $(i, j) \in I$ 的 4 邻域为 $N_4(i, j)$, 并使用由双射 $J : I \rightarrow \{0, 1, \dots, N-1\}$, $J((i, j)) := jN + i$ 得到 1 维索引集 $J(I)$. 对于集合 $E = \{I_0, \dots, I_r\}, r \in \mathbf{N}$, 其中 $I_v \subset I$, 若对于 $v \neq \mu$ 满足 $I_v \cap I_\mu = \emptyset$ 和 $\bigcup_{v=0}^r I_v = I$, 则称 E 是索引集 I 的不相交分割. 若每个子集 I_v 包含 4 个索引, 即 $|I_v| = 4$, 并且 I_v 中每个索引都有一个属于 I_v 的邻域, 即 $\forall (i, j) \in I_v \exists (i', j') \in I_v : (i', j') \in N_4(i, j)$, 则子集 I_v 称为四格拼板(Tetrominoes), 由这样的拼板堆叠正方形区域 $[0, N]^2$ 的问题称为四格拼板问题. 对于子集 $I_v = \{(i_1, j_1), (i_2, j_2), (i_3, j_3), (i_4, j_4)\}$ 的 4 个元素进行 1 维索引, 即将 $J(i_1, j_1), \dots, J(i_4, j_4)$ 的值由大到小进行排序, 再映射到 $\{0, 1, 2, 3\}$ 上, 将最小的索引值映射为 0, 最大的索引值映射为 3.

令 L 是如前所述的将 I_v 的 4 个像素对映射到 $\{0, 1, 2, 3\}$ 的双射, 则经过 Tetrolet 滤波后, 低通部分为

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^1 &= (a^1[i, j])_{i, j=0}^{N/2-1}, \\ a^1[i, j] &= \sum_{(i', j') \in I_{i, j}} \varepsilon[0, L(i', j')] a[i', j'] \end{aligned} \quad (1)$$

对于 3 个 $l = 1, 2, 3$ 高通部分为

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_l^1 &= (w_l^1[i, j])_{i, j=0}^{N/2-1}, \\ w_l^1[i, j] &= \sum_{(i', j') \in I_{i, j}} \varepsilon[l, L(i', j')] a[i', j'] \end{aligned} \quad (2)$$

其中系数 $\varepsilon[l, m], l, m = 0, \dots, 3$ 是 Haar 小波变换矩阵里的元素:

$$\mathbf{W} := (\varepsilon[l, m])_{l, m=0}^3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Tetrolet 算法将图像索引集划分成 4×4 的小块, 然后根据图像的局部几何特征, 找出使得在四格拼板上定义的小波系数具有最小 l_1 范数的分割方式, 将 4×4 的小块分成 4 个四格拼板。

2.2 图像的多层 Tetrolet 分解

对输入的图像 $\mathbf{a}^0 = (a[i, j])_{i,j=0}^{N-1}$, $N = 2^J$, $J \in \mathbb{N}$, 进行 r 级 Tetrolet 变换, 具体步骤如下:

(1) 对图像进行分块, 将低通图像 \mathbf{a}^{r-1} 分为大小为 4×4 的图像块 $Q_{i,j}$, $i, j = 0, \dots, N/4^r - 1$ 。

(2) 对于每个图像块 $Q_{i,j}$, 考虑 117 种允许的堆叠方法: $c = 1, \dots, 117$ 。对于每一种堆叠方法, 在 4 个四格拼板子集 $I_s^{(c)}$, $s = 0, 1, 2, 3$ 上执行 Haar 小波变换, 得到 4 个低通系数和 12 个 Tetrolet 系数, 低通子带系数为

$$\mathbf{a}^{r,(c)}[s] = \sum_{(m,n) \in I_s^{(c)}} \varepsilon[0, L(m, n)] \mathbf{a}^{r-1}[m, n] \quad (4)$$

3 个 $l = 1, 2, 3$ 高通子带系数为

$$\mathbf{w}_l^{r,(c)} = \left[\sum_{(m,n) \in I_s^{(c)}} \varepsilon[l, L(m, n)] \mathbf{a}^{r-1}[m, n] \right]_{s=0}^3 \quad (5)$$

式中系数 $\varepsilon[l, L(m, n)]$ 由式(3)给出, L 是 $I_s^{(c)}$ 的 4 个索引 (m, n) 对到集合 $\{0, 1, 2, 3\}$ 的双射映射, 最后找到一种覆盖 c^* , 使得 12 个 Tetrolet 系数的 l_1 范数最小:

$$c^* = \arg \min_c \sum_{l=1}^3 \|\mathbf{w}_l^{r,(c)}\|_1 = \arg \min_c \sum_{l=1}^3 \sum_{s=0}^3 |\omega_l^{r,(c)}[s]| \quad (6)$$

如果最优覆盖不唯一, 则选取在以前的块中被选择频率最高的覆盖 c^* , 这样可使用于编码覆盖的代价降低, 最后对于每个子块 $Q_{i,j}$, 都能得到一组最优 Tetrolet 分解系数 $[\mathbf{a}^{r,(c^*)}, \mathbf{w}_1^{r,(c^*)}, \mathbf{w}_2^{r,(c^*)}, \mathbf{w}_3^{r,(c^*)}]$ 。

(3) 为了对低通系数进行再次 Tetrolet 分解, 对低通系数进行合适的排序是必要的, 用变换矩阵 \mathbf{R} 将向量 $\mathbf{a}^{r,(c^*)}$ 重新排列成 2×2 的矩阵:

$$\mathbf{a}_{Q_{i,j}}^r = \mathbf{R}(\mathbf{a}^{r,(c^*)}) = \begin{pmatrix} \mathbf{a}^{r,(c^*)}[0] & \mathbf{a}^{r,(c^*)}[2] \\ \mathbf{a}^{r,(c^*)}[1] & \mathbf{a}^{r,(c^*)}[3] \end{pmatrix} \quad (7)$$

对于所有 4 个四格拼板的 24 种标号方法, 分别计算块 $Q_{i,j}$ 中标号与 Haar 小波覆盖中标号不同的小方块的个数, 即为该标号方法的偏差数。寻找具有最小偏差数的标号方法, 使覆盖 c^* 的几何结构能够映射到 $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 上。

经过合适数目的分解级数后, 对 Tetrolet 系数采用收缩方法处理获得稀疏图像表示。在重建图像的过程中, 除了需要利用粗尺度的低通系数和 Tetrolet 系数之外, 还需要每级中各子块的覆盖信息。

3 Tetrolet Packet 算法

SAR 图像受成像机制的影响, 图像数据中含有大量的相干斑噪声并且数据动态范围大, 图像中含有大块的伴随着细节纹理的均匀区域。因此对 SAR 图像进行 Tetrolet 变换后, 其高频分量依然具有较大的幅值, 即 Tetrolet 系数中接近零值的系数很少, 说明 Tetrolet 不能较好地对 SAR 图像进行稀疏表示。针对此问题, 本文提出 Tetrolet Packet 算法来对 SAR 图像更好的进行稀疏表示。

3.1 Tetrolet Packet 基本原理

Tetrolet 根据 2D-Haar 基函数定义了 tetromino 支撑下的 tetrolets 为离散函数 ϕ_{I_v} 和 $\psi_{I_v}^l$, 定义如下:

$$\phi_{I_v}[m, n] := \begin{cases} 1/2, & (m, n) \in I_v \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

$$\psi_{I_v}^l[m, n] := \begin{cases} \varepsilon[l, L(m, n)], & (m, n) \in I_v \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

根据 Haar 小波性质可以知道 ϕ_{I_v} 和 $\psi_{I_v}^l$ 应满足如下二尺度关系:

$$\left. \begin{aligned} \phi_{I_v}(t) &= \sum_k h_{0k} \phi_{I_v}(2t - k) \\ \psi_{I_v}^l(t) &= \sum_k h_{1k} \phi_{I_v}(2t - k) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中 h_{0k} 和 h_{1k} 是多分辨率分析中的 Tetrolet 滤波器系数, 其中 h_{1k} 是与四格拼板覆盖方式相关的系数。定义如下关系:

$$\left. \begin{aligned} w_{2n}(t) &= \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_{0k} w_n(2t - k) \\ w_{2n+1}(t) &= \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_{1k} w_n(2t - k) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中 h_{0k} 和 h_{1k} 是式(9)中的滤波器系数, 当 $n = 0$ 时, $w_0(t) = \phi_{I_v}(t)$, $w_1(t) = \psi_{I_v}^l(t)$ 。以上定义的函数集合 $\{w_n(t)\}_{n \in \mathbb{Z}}$ 即为 Tetrolet Packet 基库。

对于子块 $Q \subset \mathbb{Z}^2$, $\{\phi_{I_v} : v = 0, 1, 2, 3\}$ 和 $\{\psi_{I_v}^l : v = 0, 1, 2, 3; l = 1, 2, 3\}$ 构成 $l^2(Q)$ 上的正交基, 令 ϕ_{I_v} 所组成的子空间为 $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$, $\psi_{I_v}^l$ 所组成的子空间为 $\{W_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$, 则由多分辨率分析可知 $V_j = V_{j+1} \oplus W_{j+1}$ 。对于 Tetrolet Packet 的子空间分解, 对式(10)中的下标 n 进行正交分解, 有 $W_j^n = W_{j+1}^{2n} \oplus W_{j+1}^{2n+1}$, 其中 W_{j+1}^{2n} 和 W_{j+1}^{2n+1} 是 W_j^n 的子空间, W_{j+1}^{2n} 对应 w_{2n} , W_{j+1}^{2n+1} 对应 w_{2n+1} , 所以 Tetrolet Packet 子空间分解的一般表达式为

$$W_j = W_{j+k}^{2^k} \oplus W_{j+k}^{2^{k+1}} \oplus \dots \oplus W_{j+k}^{2^{k+1}-1} \quad (11)$$

3.2 最优 Tetrolet Packet 基选择

Tetrolet Packet 基库是由许多 Tetrolet Packet 基组成的, 不同的 Tetrolet Packet 基具有不同的性质, 能够反映图像上不同的方向信息, 所以希望根

据不同图像的方向信息选择一个最好的 Tetrolet Packet 基, 使得 Tetrolet Packet 基对图像进行最优逼近的同时其含有的信息代价要足够的小。对于定义的一个代价函数, 在 Tetrolet Packet 基库中选择使得代价函数最小的基即为最优基。

文献[14]提出用熵来作为选择最优小波包树的代价函数:

$$C = -\sum_i \sum_j |\alpha(i, j)|^2 / \|\alpha\|^2 \lg |\alpha(i, j)|^2 / \|\alpha\|^2 \quad (12)$$

其中 $|\alpha(i, j)|$ 表示小波系数的模值。熵是用来度量信息规律的标准, 熵越小, 则信息的规律性越强, 因此本文在选择最优 Tetrolet Packet 分解树时使用文献[14]提出的熵作为代价函数。

3.3 Tetrolet Packet 具体算法步骤

对输入的 SAR 图像 $\mathbf{a}^0 = (a[i, j])_{i, j=0}^{N-1}$, $N = 2^J$, $J \in \mathbb{N}$, 进行第 r 层 Tetrolet Packet 变换, 具体步骤如下:

(1) 对图像进行分块, 将输入图像 \mathbf{a}^{r-1} 分为大小为 4×4 的图像块 $Q_{i, j}$, $i, j = 0, \dots, N/4^r - 1$ 。

(2) 对所有的图像块 $Q_{i, j}$ 进行 Tetrolet 分解, 每个图像块得到 4 个低通系数 \mathbf{a} 和 12 个 Tetrolet 系数 \mathbf{w} , 用变换矩阵 \mathbf{R} 将向量 \mathbf{a} 重新排列成 2×2 的矩阵, 将 \mathbf{w} 系数按顺序等分成 3 组 $(\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3)$, 每组的 4 个系数也用变换矩阵 \mathbf{R} 重新排列成 2×2 的矩阵, 最后将所有子块 $Q_{i, j}$ 得到的系数按照 $\begin{pmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{w}_2 \\ \mathbf{w}_1 & \mathbf{w}_3 \end{pmatrix}$

排列成跟图像大小相等的矩阵。

(3) 将低频系数 \mathbf{a} 作为第 $r+1$ 层 Tetrolet Packet 变换的输入图像, 回到步骤(1), 直到到达所需要的分解层数。

(4) 计算 $\mathbf{w}_i, i = 1, 2, 3$ 经过 Tetrolet 变换后 4 个子带系数的代价函数之和 α , 并与变换前系数的代价函数 β 做比较。若 $\alpha < \beta$, 则继续分解, 将 \mathbf{w}_i 作为第 $r+1$ 层 Tetrolet Packet 变换的输入图像, 回到步骤(1), 直到到达所需要的分解层数, 否则, 停止分解。

3.4 Tetrolet Packet 算法复杂度分析

L 层的 Tetrolet 变换, 只需要做 L 次 Tetrolet 分解, 而对于 L 层 Tetrolet Packet 变换, 除了需要对低频继续分解外, 还需要对高频继续分解。若考虑完全分解的情况, 则共需要做 $\sum_{i=1}^L 2^{2(i-1)}$ 次 Tetrolet 分解。除此之外, 为了寻找最优 Tetrolet Packet 分解树, 在每次分解前均要进行代价函数的计算与比较, 对于 $N \times N$ 大小的图像, 计算代价函数需要 $\sum_{i=1}^L (1 - 1/2^{2i}) N^2$ 次乘法操作, L 层 Tetrolet Packet 变换需要进行 $3(L-1)$ 次代价函数的比较。综上分析, L 层 Tetrolet 算法的计算复杂度为 $\sum_{i=1}^L (N/2^{i-1})^2$ 次乘法操作, L 层完全分解的 Tetrolet Packet 算法的计算复杂度为 $LN^2 + \sum_{i=1}^L (1 - 1/2^{2i}) N^2$ 次乘法操作。

4 实验结果与分析

测试图像为一幅标准二视 X-Band SAR 幅度图像, 3 m 分辨率, 大小为 256×256 的 8 bit 灰度图像, 如图 2 所示。



图2 Bedfordshire 农田

对 SAR 图像分别使用 Tetrolet 变换和 Tetrolet Packet 变换, 为了便于比较, 变换层数均统一设为 5 层, 变换后的系数直方图如图 3(a) 和图 3(b) 所示。

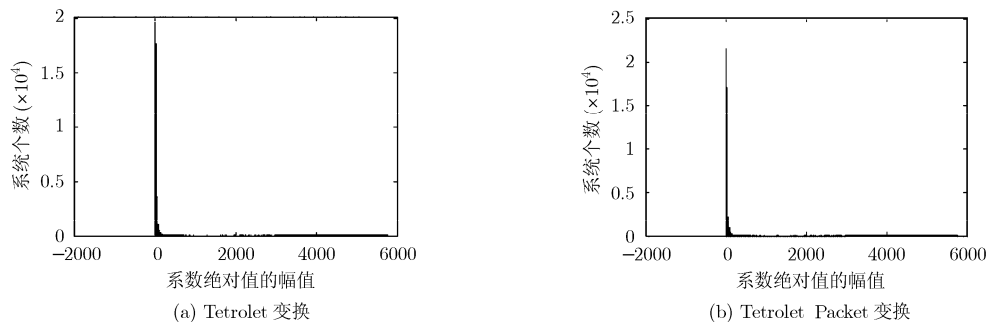


图3 变换系数的直方图

对比直方图可以看出，经过 Tetrolet Packet 变换后接近零值的小系数比经过 Tetrolet 变换后接近零值的小系数更多，说明经过 Tetrolet Packet 变换后系数能量更加集中，Tetrolet Packet 能够更加稀疏地表示 SAR 图像。

实验进一步研究 Tetrolet 和 Tetrolet Packet 对 SAR 图像的稀疏表示特性，将变换后的系数按照模值大小进行从大到小的排序，分别保留相同个数的最大系数进行 SAR 图像重建，比较两种算法所重建图像的主观视觉效果和 PSNR。

为了更好地对比两种算法所重建图像的主观质量，实验中变换系数的保留个数以 6000 为例，使用 6000 个 Tetrolet 变换系数重建图像如图 4(a)所示，使用 6000 个 Tetrolet Packet 变换系数重建图像如图 4(b)所示，将重建图像右上角部分放大一倍得到图 5(b)，图 5(c)，通过与原始 SAR 图像比较细节可以看出 Tetrolet Packet 变换系数所重建的图像主观质量要优于 Tetrolet 变换系数所重建的图像，边缘保持性更好。

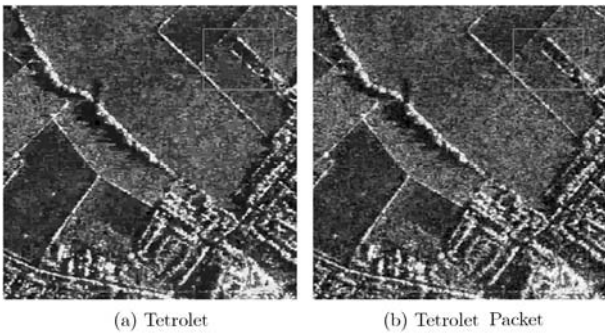


图 4 使用 6000 个系数重建的图像

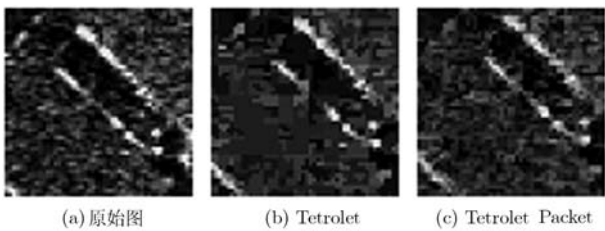


图 5 图 4 中部分放大一倍的细节图像

接着实验又更加详细地比较两种算法重建图像的客观质量，分别使用 Wavelet 9/7, Tetrolet, Tetrolet Packet 算法对图像进行稀疏表示(Wavelet 9/7 为使用传统的小波变换，滤波器为 9/7 小波)，分解层数均为 5 层，使用不同个数的系数对图像进行重建，其 PSNR 曲线如图 6 所示。可以看出使用 Tetrolet Packet 算法对 SAR 图像进行稀疏表示是三者中性能最优的。

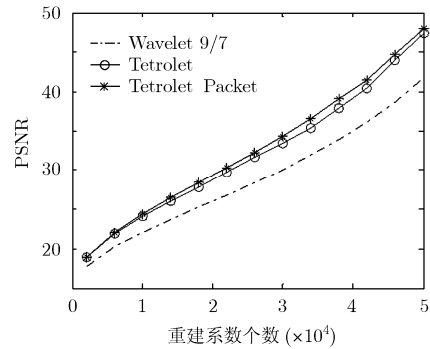


图 6 3 种算法不同系数个数进行图像重建的性能比较

为了验证本文算法对于具有不同地物特征 SAR 图像的有效性，本文又针对包含河流、山脉、城市的 3 幅来自 RADARSAT 的 SAR 图像进行了对比实验。使用不同个数系数重建图像的 PSNR 结果如表 1 所示。

从表 1 的结果可以看出，使用 Tetrolet Packet 算法对 SAR 图像进行稀疏表示的效果要优于 Wavelet 9/7 和 Tetrolet，即经过 Tetrolet Packet 变换后的系数能量更加集中，但对于含有大量山脉的 SAR 图像，性能提升不是很明显。

5 Tetrolet 和 Tetrolet Packet 在 SAR 图像压缩上的应用

对图像进行稀疏表示，已被广泛应用于 SAR 图像压缩领域^[15]。Tetrolet 和 Tetrolet Packet 能够很好地对 SAR 图像进行稀疏表示，并且其 Tetrolet 基函数是无冗余的，若应用到 SAR 图像压缩上，则除

表 1 重建图像的 PSNR(dB)

算法	河流			山脉			城市		
	1000	5000	10000	1000	5000	10000	1000	5000	10000
Wavelet 9/7	15.91	19.16	22.67	14.39	17.28	20.04	11.01	13.28	15.40
Tetrolet	17.14	21.86	26.23	15.53	19.62	23.04	12.12	15.56	18.63
Tetrolet Packet	17.31	22.0	26.31	15.59	19.63	23.02	12.29	15.76	18.77

了需要保存相应的变换系数之外,其方向信息也是不可忽略的。方向信息即为四格拼板的覆盖方式 $c \in \{1, 2, \dots, 117\}$, 对于 256×256 的图像, 5层 Tetrolet 变换共得到 5456 个表示覆盖方式的方向系数。文献 [12] 中通过计算 Tetrolet 系数的熵与方向系数的熵之和来作为编码代价, 但并未使用具体编码算法来研究 Tetrolet 变换在图像压缩中的效果。本文将 Tetrolet 系数进行重排序后发现其系数具有类似零树的结构, 于是利用 SPIHT 编码算法^[6]来对 Tetrolet 系数进行压缩编码, 利用 Modified-SPIHT 编码算法^[7]来对 Tetrolet Packet 系数进行压缩编码, 而对于方向系数则直接使用算术编码, 以 SAR 图像 Bedfordshire 农田为例, 实验结果如表 2 所示。

表 2 117 种覆盖方式下 Tetrolet 和 Tetrolet Packet 算法的压缩性能

算法	变换系数 码率(bpp)	方向系数 码率(bpp)	总的码率 (bpp)	PSNR (dB)
Wavelet 9/7	1	-	1	21.70
Tetrolet	1	0.56	1.56	22.86
Tetrolet Packet	1	1.22	2.22	23.11
Tetrolet	0.5	0.56	1.06	20.10
Tetrolet Packet	0.5	1.22	1.72	20.27

从表 2 的结果可以看出 Tetrolet 和 Tetrolet Packet 变换均存在较高的方向信息的编码代价, 而 Tetrolet Packet 的方向系数编码代价尤其高, 原因是其高频系数每做一次 Tetrolet 分解其方向系数就会随之增加。对于仅仅只进行两个方向滤波的小波变换, 其没有方向系数的编码代价, 因此使用 SPIHT 压缩编码的效率很高, 而多尺度分析由于其方向信息具有较高的编码代价, 使其不能广泛应用在 SAR 图像压缩领域。既要较多的方向信息来精确描述图像的方向特征, 又需要方向信息的编码代价尽可能地小, 因此如何折中地选取合适数量的方向信息和寻找合适的方向信息编码算法成为了未来研究的方向。

6 结束语

本文根据 SAR 图像经过多层 Tetrolet 变换后其高频系数依然包含较大的能量和方向信息的特点, 提出了一种新的算法 Tetrolet Packet 来对 SAR 图像进行稀疏表示。该算法将经过 Tetrolet 变换后的高频系数进行重新排序, 然后根据熵为代价函数选择最优 Tetrolet Packet 基, 将高频系数再次进行

Tetrolet 变换分解成更多的子带, 使得高频系数能量更加集中。通过实验表明, 无论从重建图像主观视觉质量上还是从性能参数上看, Tetrolet Packet 要优于 Tetrolet 算法, 说明 Tetrolet Packet 能更好地对 SAR 图像进行稀疏表示。最后, 本文研究了 Tetrolet Packet 和 Tetrolet 算法在 SAR 图像压缩领域的应用, 根据 SAR 图像的特性和变换系数的结构设计合适的编码算法, 指出在未来的 SAR 图像压缩中应该寻找合适的方向信息表示方法和合适的方向信息编码算法。

参考文献

- [1] Candes E J and Donoho D L. New tight frames of curvelets and optimal representations of objects with piecewise C2 singularities[J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2004, 57(2): 219-266.
- [2] Do M N and Vetterli M. The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2005, 14(12): 2091-2106.
- [3] Huo C, Zhang R, and Yin D. An adaptive sparse representation for remote sensing image based on combination of wavelet and adaptive directional filter[C]. *Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Dallas, 2010: 990-993.
- [4] Velisavljevic V, Beferull-Lozano B, Vetterli M, et al. Directionlets: anisotropic multidirectional representation with separable filtering[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, 15(7): 1916-1933.
- [5] Donoho D L. Wedgelets: nearly minimax estimation of edges[J]. *The Annals of Statistics*, 1999, 27(3): 859-897.
- [6] Le Pennec E and Mallat S. Sparse geometric image representations with bandelets[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2005, 14(4): 423-438.
- [7] Mallat S. Geometrical grouplets[J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2009, 26(2): 161-180.
- [8] Plonka G. The easy path wavelet transform: a new adaptive wavelet transform for sparse representation of two-dimensional data[J]. *Multiscale Modeling and Simulation*, 2009, 7(3): 1474-1496.
- [9] Plonka G, Tenorth S, and Rosca D. A new hybrid method for image approximation using the easy path wavelet transform[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2011, 20(2): 372-381.
- [10] Thiagarajan J J, Ramamurthy K N, and Spanias A. Multilevel dictionary learning for sparse representation of images[C]. *Digital Signal Processing Workshop and IEEE Signal Processing Education Workshop*, Sedona, AZ, 2011: 271-276.

- [11] Liu Z, Zhen X, and Ma C. Image sparse decomposition based on concatenated dictionary[C]. Intelligent Computation Technology and Automation (ICICTA), Shenzhen, China, 2011: 147-150.
- [12] Krommweh J. Tetrolet transform: a new adaptive Haar wavelet algorithm for sparse image representation[J]. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2010, 21(4): 364-374.
- [13] Golomb S W. Polyominoes[M]. Nebraska, USA, Scribner, 1965: 70-85.
- [14] Coifman R R and Wickerhauser M V. Entropy-based algorithms for best basis selection[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1992, 38(2): 713-718.
- [15] Xu J, Pi Y, and Ming R. SAR image compression based on sparse representation[C]. Radar Symposium (IRS), Vilnius, Lithuania, 2010: 1-4.
- [16] Said A and Pearlman W A. A new, fast, and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 1996, 6(3): 243-250.
- [17] Sprljan N, Grgic S, and Grgic M. Modified SPIHT algorithm for wavelet packet image coding[J]. *Real-Time Imaging*, 2005, 11(5,6): 378-388.
- 陈 原: 男, 1986 年生, 博士生, 研究方向为 SAR 图像压缩.
- 张 荣: 女, 1968 年生, 副教授, 研究方向为数字图像处理、超光谱图像压缩以及图像质量评估.
- 尹 东: 男, 1965 年生, 副教授, 研究方向为图像处理和智能信息处理.