

一种新的双基地 MIMO 雷达快速多目标定位算法

程院兵* 顾红 苏卫民

(南京理工大学电子工程与光电技术学院 南京 210094)

摘要: 针对双基地 MIMO 雷达目标定位问题, 该文提出一种基于三阶张量分解的快速多目标定位算法。该算法首先将匹配滤波输出转化为三阶张量, 并对其进行降维预处理, 然后利用交替最小二乘(ALS)算法估计收发阵列流型矩阵和多普勒矩阵, 最后通过谱估计算法恢复目标收发角和多普勒频率。同时利用线性搜索加快 ALS 算法的收敛速度。与现有算法相比, 该算法避免了 2 维谱峰搜索和协方差矩阵估计, 得到的目标三参数自动配对, 不仅提高了估计性能, 而且有效降低了运算量和存储量。仿真结果证明了所提算法的有效性和优越性。

关键词: 双基地 MIMO 雷达; 收发角; 多普勒频率; 三阶张量分解

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)02-0312-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.00555

A New Method for Fast Multi-target Localization in Bistatic MIMO Radar

Cheng Yuan-bing Gu Hong Su Wei-min

(School of Electronic Engineering and Optoelectronic Technology,

Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: To solve the problem of target localization in bistatic MIMO radar, a new method based on third-order tensor decomposition is proposed for fast multi-target localization. First, the matched filter output is transformed to a third-order tensor and its dimension is reduced. Then, the transmit and receive steering matrices and Doppler matrix are estimated through Alternate Least Square (ALS) method. Finally, the target Direction Of Departure (DOD), Direction Of Arrival (DOA) and Doppler frequency can be regressed by spectrum estimation algorithms. The Line Search (LS) scheme is used to speed up the convergence of ALS. Compared with the existing approaches, the proposed method avoids two-Dimensional (2-D) spectrum peak searching and covariance matrix estimating, and the target DOD, DOA and Doppler frequency are automatically paired. The estimation performance is improved; meanwhile, the computational cost and storage are effectively reduced. The effectiveness and superiority of the proposed method is demonstrated by simulation results.

Key words: Bistatic MIMO radar; Direction Of Departure (DOD) and Direction Of Arrival (DOA); Doppler frequency; Third-order tensor decomposition

1 引言

多输入多输出 (Multiple-Input Multiple-Output, MIMO) 雷达作为一种新体制雷达被广泛研究^[1-3]。它的收发天线可根据系统要求灵活布置, 并发射多个正交信号, 实现空间分集和波形分集。根据收发阵列的配置, MIMO 雷达主要分为两类: 统计 MIMO 雷达和单/双基地 MIMO 雷达。统计 MIMO 雷达的阵元间距较大, 满足空间分集条件, 通过从不同的角度观测目标以抑制其雷达截面积

(RCS) 闪烁, 可获得较大的空间分集增益, 提高探测性能^[2]。单/双基地 MIMO 雷达的收发阵元相距较近, 不具有空间分集特性, 但可利用波形分集技术形成大的虚拟孔径, 具有提高角度分辨率和增加可检测目标数等优点^[3]。

在双基地 MIMO 雷达目标定位中, 目标的发射角 (DOD) 和接收角 (DOA) 是需要被估计的主要参数^[4-8]。文献[4]采用 2 维谱峰搜索算法, 但当搜索范围较大, 精度要求较高时, 该算法运算量巨大; 文献[5]提出一种基于 ESPRIT 的收发角估计算法, 但需要额外的配对运算; 文献[6]在文献[5]基础上提出了一种收发角能自动配对的算法。文献[7]提出一种基于多项式求根的目标收发角估计算法。然而,

2011-06-07 收到, 2011-09-05 改回

国家部委基金(9140A07010809BQ0205)和南京理工大学自主科研专项计划基金(2010ZDJH05)资助课题

*通信作者: 程院兵 chengyb@yeah.net

以上算法均是针对静止目标，忽略了目标多普勒频率。文献[8]提出一种基于并行因子分析的目标收发角和多普勒频率估计算法，但当收发阵元数和快拍数较大时，其运算量巨大。

本文根据匹配滤波输出的代数结构，提出一种基于三阶张量分解的双基地 MIMO 雷达快速多目标定位算法。文章首先给出了雷达的阵列结构，建立了信号模型，其次将匹配滤波输出转化为三阶张量，并对其进行降维预处理，接着利用结合线性搜索的交替最小二乘(ALS)算法估计收发阵元流型矩阵和多普勒矩阵，最后通过谱估计算法得到收发角和多普勒频率。该算法避免了复杂的2维谱峰搜索和子空间算法中的协方差矩阵估计，得到的目标参数能自动配对。与文献[8]算法相比，本文算法的优势主要体现在以下两点：(1)由于对数据进行了降维预处理，并利用线性搜索加快了 ALS 算法的收敛速度，因此本文算法具有更小的存储量和运算量；(2)用超分辨谱估计算法代替文献[8]中的取平均方法恢复目标收发角和多普勒频率，可获得更好的参数估计性能。

2 阵列结构及信号模型

图1为本文双基地 MIMO 雷达的阵列结构，收发天线阵列均为等间距均匀线阵， M 和 N 分别为发射和接收阵元数， d_t 和 d_r 分别为发射和接收阵元间距。 $s_1(t) \sim s_M(t)$ 为 M 个正交的基带窄带相位编码信号。多个点目标位于收发阵列远场， θ_k 、 φ_k 和 f_{dk} 分别为第 k 个目标的 DOD, DOA 和多普勒频率。

假设在某一感兴趣的距离单元内有 K 个目标，则接收阵列接收到的第 i 个基带回波脉冲为

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{B}\mathbf{A}_i\mathbf{A}^T\mathbf{S} + \mathbf{Z}_i \quad (1)$$

式中 \mathbf{Y}_i 为 $N \times L$ 维矩阵， L 为单个脉冲内的编码数； $\mathbf{S} = [s_1 s_2 \cdots s_M]^T$ 为 $M \times L$ 维基带发射信号矩阵，满足 $\mathbf{S}\mathbf{S}^H/L = \mathbf{I}_M$ ， $(\cdot)^T$ 和 $(\cdot)^H$ 分别为矢量/矩阵转置和共轭转置， \mathbf{I}_M 为 $M \times M$ 维单位矩阵； $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1) \mathbf{a}(\theta_2) \cdots \mathbf{a}(\theta_K)]$ 为 $M \times K$ 维发射流型矩阵， $\mathbf{B} =$

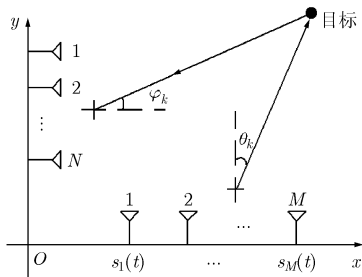


图1 本文双基地 MIMO 雷达阵列结构

$[\mathbf{b}(\varphi_1) \mathbf{b}(\varphi_2) \cdots \mathbf{b}(\varphi_K)]$ 为 $N \times K$ 维接收流型矩阵， $\mathbf{a}(\theta_k) = [1 e^{j\theta_k \sin(\theta_k)} \cdots e^{j\theta_k(M-1)\sin(\theta_k)}]^T$ 和 $\mathbf{b}(\varphi_k) = [1 e^{j\varphi_k \sin(\varphi_k)} \cdots e^{j\varphi_k(N-1)\sin(\varphi_k)}]^T$ 分别为第 k 个目标的发射和接收导向矢量，其中常数 $g_t = -j2\pi d_t/\lambda$ ， $g_r = -j2\pi d_r/\lambda$ ， λ 为雷达工作波长； $\mathbf{A}_i = \text{diag}(\mathbf{c}_i)$ 为 $K \times K$ 维对角矩阵， $\mathbf{c}_i = [\beta_{i1} e^{j2\pi f_{d1} T_r} \beta_{i2} e^{j2\pi f_{d2} T_r} \cdots \beta_{iK} e^{j2\pi f_{dK} T_r}]$ ， β_{ik} 为第 k 个目标在第 i 个脉冲内的散射系数， f_{dk} 为第 k 个目标的多普勒频率， T_r 为脉冲重复周期； \mathbf{Z}_i 为 $N \times L$ 维回波噪声矩阵，假设噪声是均值为0，方差为 σ_n^2 的高斯白噪声，即 $\mathbf{Z}_i \sim N^c(0, \sigma_n^2 \mathbf{I}_N)$ 。在接收端用 $\{\mathbf{s}_m\}_{m=1}^M$ 对 \mathbf{Y}_i 进行匹配滤波可获得 $MN \times 1$ 维矢量。

$$\mathbf{y}_i = (\mathbf{A} \oplus \mathbf{B})\mathbf{c}_i^T + \mathbf{z}_i \quad (2)$$

式中 $\mathbf{y}_i = \text{vec}(\mathbf{Y}_i \mathbf{S}^H/L)$ ， $\mathbf{z}_i = \text{vec}(\mathbf{Z}_i \mathbf{S}^H/L)$ ， $\text{vec}(\cdot)$ 表示将矩阵按列写成列矢量， \oplus 表示 Khatri-Rao 乘积^[9]。将 I 个回波脉冲匹配滤波后得到的矢量合并，可得到 $MN \times I$ 维矩阵。

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1 \mathbf{y}_2 \cdots \mathbf{y}_I] = (\mathbf{A} \oplus \mathbf{B})\mathbf{C}^T + \mathbf{Z} \quad (3)$$

式中 $\mathbf{C}^T = [\mathbf{c}_1^T \mathbf{c}_2^T \cdots \mathbf{c}_I^T]$ ， $\mathbf{Z} = [\mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 \cdots \mathbf{z}_I]$ 。由于 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 具有范德蒙德结构，如果我们能从 \mathbf{Y} 得到 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} ，就可以确定收发角。由于 \mathbf{C} 中包含目标散射系数和多普勒频率两个参数，可以看出，当目标散射系数服从 Swerling-I 模型^[10]，即 I 个脉冲的目标散射系数相等时， \mathbf{C} 也具有范德蒙德结构，由 \mathbf{C} 可确定目标多普勒频率。

3 基于三阶张量分解的目标定位算法

可以看出式(3)满足并行因子分解(PARALLEL FACTOR decomposition, PARAFAC)模型^[8,11]，可将其看作三阶张量 $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{MN \times N \times I}$ 的一个等效矩阵。图2为 \mathbf{Y} 的3维图形表示。

将 \mathbf{Y} 沿发射方向、接收方向和快拍方向的切片各自平铺连接成矩阵，可得到以下3个等效矩阵^[8]

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Y}_1^{NI \times M} &= (\mathbf{B} \oplus \mathbf{C})\mathbf{A}^T + \mathbf{Z}_1^{NI \times M} \\ \mathbf{Y}_2^{IM \times N} &= (\mathbf{C} \oplus \mathbf{A})\mathbf{B}^T + \mathbf{Z}_2^{IM \times N} \\ \mathbf{Y}_3^{MN \times I} &= (\mathbf{A} \oplus \mathbf{B})\mathbf{C}^T + \mathbf{Z}_3^{MN \times I} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中 $\{\mathbf{Z}_n\}_{n=1}^3$ 为噪声项， $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 称为加载矩阵^[11]。

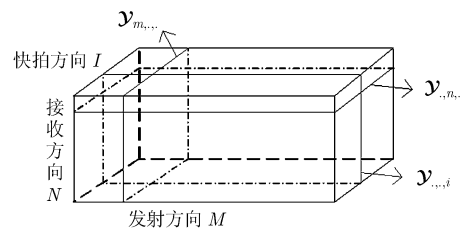


图2 三阶张量 \mathbf{Y} 的 3 维图形表示

我们的目的就是通过对 \mathbf{y} 进行并行因子分解得到加载矩阵, 进而得到目标收发角和多普勒频率。三阶张量的并行因子分解问题可转化为以下 3 个等价的最小化问题

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \min \| \mathbf{Y}_1 - (\mathbf{B} \oplus \mathbf{C}) \mathbf{A}^T \|_{\text{F}}^2 \\ \varepsilon_2 &= \min \| \mathbf{Y}_2 - (\mathbf{C} \oplus \mathbf{A}) \mathbf{B}^T \|_{\text{F}}^2 \\ \varepsilon_3 &= \min \| \mathbf{Y}_3 - (\mathbf{A} \oplus \mathbf{B}) \mathbf{C}^T \|_{\text{F}}^2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中 $\|\cdot\|_{\text{F}}$ 表示矩阵 Frobenius 范数。通常采用交替最小二乘(ALS)算法^[8,11]求解式(5)。ALS 算法通过交替投影空间, 最小化代价函数, 估计 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 。该算法主要步骤为: (1)初始化加载矩阵 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 为随机矩阵; (2)依次更新加载矩阵: 固定 \mathbf{B} 和 \mathbf{C} , 更新 $\mathbf{A} = [(\mathbf{B} \oplus \mathbf{C})^+ \mathbf{Y}_1]^T$; 固定 \mathbf{A} 和 \mathbf{C} , 更新 $\mathbf{B} = [(\mathbf{C} \oplus \mathbf{A})^+ \mathbf{Y}_2]^T$; 固定 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} , 更新 $\mathbf{C} = [(\mathbf{A} \oplus \mathbf{B})^+ \mathbf{Y}_3]^T$; (3)重复(2)直到算法收敛。其中 $(\cdot)^+$ 表示 Moore-Penros(MP)逆, 可利用公式^[9] $(\mathbf{D} \oplus \mathbf{E})^+ = [(\mathbf{D}^H \mathbf{D}) \odot (\mathbf{E}^H \mathbf{E})]^{-1} (\mathbf{D} \oplus \mathbf{E})^H$ 得到, \odot 表示 Hadamard 乘积。然后, 根据 \mathbf{A}, \mathbf{B} 和 \mathbf{C} (仅 Swerling-I 模型^[10]) 具有范德蒙德结构的特性, 计算目标收发角和多普勒频率^[8]。

另外, 当 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 的 k 秩^[8] 满足 $k_A + k_B + k_C \geq 2K + 2$ 时, 三阶张量 \mathbf{y} 的并行因子分解是唯一的, 可唯一确定目标参数。由于 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 是列满秩的范德蒙德矩阵, 其 k 秩为^[8] $k_A = k_B = K$, \mathbf{C} 的 k 秩为 $k_C = \min(I, K)$, 可以看出当 $\min(I, K) \geq 2$ 时, 就能保证分解唯一。对多目标多快拍情况, 该条件易满足。

4 本文快速多目标定位算法

算法思路: 首先对原始三阶张量 \mathbf{y} 进行降维预处理, 然后采用 ALS 算法计算降维后的加载矩阵, 接着恢复原始加载矩阵, 即得到收发阵列型矩阵和多普勒矩阵, 最后利用高分辨谱估计算法估计收发角和多普勒频率。同时采用线性搜索加快 ALS 算法的收敛速度。

4.1 降维预处理

在进行 ALS 算法之前, 利用三阶奇异值分解(Third Order-SVD, TOSVD)对原始张量 \mathbf{y} 进行降维处理, 减小存储量和运算量。

定义 1^[12] Tucker n 模式乘积, $n = 1, 2, 3$ 。三阶张量 $\mathbf{g} \in \mathcal{C}^{L \times M \times N}$ 与矩阵 $\mathbf{D} \in \mathcal{C}^{I \times L}$ 的 1 模式乘积表示为 $(\mathbf{g} \times_1 \mathbf{D})_{imn} = \sum_{l=1}^L g_{lmn} d_{il}$, \mathbf{g} 与矩阵 $\mathbf{E} \in \mathcal{C}^{J \times M}$ 的 2 模式乘积表示为 $(\mathbf{g} \times_2 \mathbf{E})_{ijm} = \sum_{m=1}^M g_{lmn} e_{jm}$, \mathbf{g} 与矩阵 $\mathbf{F} \in \mathcal{C}^{K \times N}$ 的 3 模式乘积表

示为 $(\mathbf{g} \times_3 \mathbf{F})_{lmk} = \sum_{n=1}^N g_{lmn} f_{kn}$ 。其中 $(\cdot)_{lmn}$ 和 $(\cdot)_{ij}$ 分别表示张量和矩阵元素。

三阶张量 $\mathbf{A} \in \mathcal{C}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ 的 TOSVD 可写为^[12,13]

$$\mathbf{A} = \mathcal{S} \times_1 \mathbf{U}_1 \times_2 \mathbf{U}_2 \times_3 \mathbf{U}_3 \quad (6)$$

式中 \times_n 表示 Tucker n 模式乘积, $\mathcal{S} \in \mathcal{C}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ 称为核张量, \mathbf{U}_n 为 $I_n \times I_n$ 的正交矩阵, 称为 n 模式奇异因子矩阵, $n = 1, 2, 3$ 。将张量 \mathbf{A} 进行 3 维模式分解得到其等效矩阵 $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3$, 其定义为^[12,13]

$$\left. \begin{aligned} [\mathbf{A}_1]_{i_1, i_2 I_3 + i_3} &= [\mathbf{A}]_{i_1, i_2, i_3} \\ [\mathbf{A}_2]_{i_2, i_3 I_1 + i_1} &= [\mathbf{A}]_{i_1, i_2, i_3} \\ [\mathbf{A}_3]_{i_3, i_1 I_2 + i_2} &= [\mathbf{A}]_{i_1, i_2, i_3} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

则 \mathbf{U}_n 由 \mathbf{A}_n 的左奇异矢量构成, 即 $\mathbf{A}_n = \mathbf{U}_n \mathbf{D}_n \mathbf{V}_n^H$ 。根据上述定义将式(3)对应的张量 $\mathbf{y} \in \mathcal{C}^{M \times N \times I}$ 进行 TOSVD, 写成

$$\mathbf{y} = \mathcal{X} \times_1 \mathbf{U}_1 \times_2 \mathbf{U}_2 \times_3 \mathbf{U}_3 \quad (8)$$

结合式(4)和式(7)可以看出, $\mathbf{U}_1 \in \mathcal{C}^{M \times M}$, $\mathbf{U}_2 \in \mathcal{C}^{N \times N}$ 和 $\mathbf{U}_3 \in \mathcal{C}^{I \times I}$ 分别为 \mathbf{Y}_1^T , \mathbf{Y}_2^T 和 \mathbf{Y}_3^T 的左奇异矢量构成的矩阵, 即 $\{\mathbf{Y}_n^T = \mathbf{U}_n \mathbf{D}_n \mathbf{V}_n^H\}_{n=1}^3$ 。为达到降维目的, 我们用核张量 \mathcal{X} 的主分量代替 \mathbf{y} 。令 $M' = \min(M, K + 1)$, $N' = \min(N, K + 1)$, $I' = \min(I, K + 1)$, 则 \mathcal{X} 的主分量可写成

$$\mathcal{X}' = \mathbf{y} \times_1 \mathbf{U}_{11}^H \times_2 \mathbf{U}_{21}^H \times_3 \mathbf{U}_{31}^H \quad (9)$$

式中 $\mathcal{X}' \in \mathcal{C}^{M' \times N' \times I'}$, \mathbf{U}_{11} 由 \mathbf{U}_1 的前 M' 列组成, \mathbf{U}_{21} 由 \mathbf{U}_2 的前 N' 列组成, \mathbf{U}_{31} 由 \mathbf{U}_3 的前 I' 列组成。一般情况下, M 和 N 与 $K + 1$ 相当, I 远大于 $K + 1$, 因此 \mathcal{X}' 比 \mathbf{y} 具有更小的维数, 从而实现降维, 如当 $M = N = 10, I = 200, K = 5$ 时, 可将原始张量 $\mathbf{y} \in \mathcal{C}^{10 \times 10 \times 200}$ 降维到 $\mathcal{X}' \in \mathcal{C}^{6 \times 6 \times 6}$, 大幅降低了存储容量和运算量。

由以上讨论可知, 我们只需要计算 $\{\mathbf{U}_{n1}\}_{n=1}^3$, 因此没有必要对 $\{\mathbf{Y}_n^T\}_{n=1}^3$ 作满奇异值分解。为了降低运算量, 采用正交迭代算法^[14]快速计算 $\{\mathbf{U}_{n1}\}_{n=1}^3$ 。下面以计算 \mathbf{U}_{11} 为例给出该算法的步骤: (1)初始化 $\mathbf{F} = \mathbf{Y}_1^T$, \mathbf{U}_{11} 为 $M \times M'$ 维列正交矩阵; (2)令 $\mathbf{U}'_{11} = \mathbf{U}_{11}$, 计算 $\mathbf{H} = \mathbf{F}(\mathbf{F}^H \mathbf{U}'_{11})$, 对 \mathbf{H} 进行 QR 分解^[14] $\mathbf{H} = \mathbf{Q}\mathbf{R}$, 取 \mathbf{Q} 的前 M' 列构成矩阵 \mathbf{U}_{11} ; (3)重复步骤(2)直到 $\|\mathbf{U}'_{11} - \mathbf{U}_{11}\|_{\text{F}}^2$ 收敛至某一足够小的正数。

完成降维处理后, 利用 ALS 算法计算张量 \mathcal{X}' 的加载矩阵 $\mathbf{A}', \mathbf{B}', \mathbf{C}'$, 其维数分别为 $M' \times K$, $N' \times K$ 和 $I' \times K$ 。此时, 可将式(5)转化为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon'_1 &= \min \| \mathbf{X}'_1 - (\mathbf{B}' \oplus \mathbf{C}') \mathbf{A}'^T \|_{\text{F}}^2 \\ \varepsilon'_2 &= \min \| \mathbf{X}'_2 - (\mathbf{C}' \oplus \mathbf{A}') \mathbf{B}'^T \|_{\text{F}}^2 \\ \varepsilon'_3 &= \min \| \mathbf{X}'_3 - (\mathbf{A}' \oplus \mathbf{B}') \mathbf{C}'^T \|_{\text{F}}^2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中 $\{\mathbf{X}'_n\}_{n=1}^3$ 为 \mathbf{X}' 沿发射方向、接收方向和快拍方向的等效矩阵。最后，为了恢复原始加载矩阵，做如下处理：

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}_{11}\mathbf{A}', \quad \mathbf{B} = \mathbf{U}_{21}\mathbf{B}', \quad \mathbf{C} = \mathbf{U}_{31}\mathbf{C}' \quad (11)$$

4.2 线性搜索

ALS 算法能够在极大似然估计准则下很好地解决式(5)和式(10)的最小化问题，但其收敛速度较慢^[11,15]。线性搜索(Line Search, LS)被广泛应用于信号处理领域，用于加快算法收敛速度。线性搜索加速 ALS 算法收敛速度是基于以下两点^[15]：(1)迭代过程中，仅在最初始的几次迭代中，加载矩阵的元素会有较大的变化，其余的迭代中变化很小；(2)在较小的迭代范围内，加载矩阵的元素基本是线性变化的。假设用 $\mathbf{A}', \mathbf{B}', \mathbf{C}'$ 表示 ALS 算法中要求解的加载矩阵，在第 i 次迭代中，计算矩阵

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_0 &= (\mathbf{A}')^{(i-2)} + \mu(\Delta\mathbf{A}')^{(i)} \\ \mathbf{B}_0 &= (\mathbf{B}')^{(i-2)} + \mu(\Delta\mathbf{B}')^{(i)} \\ \mathbf{C}_0 &= (\mathbf{C}')^{(i-2)} + \mu(\Delta\mathbf{C}')^{(i)} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中 $(\Delta\mathbf{A}')^{(i)} = (\mathbf{A}')^{(i-1)} - (\mathbf{A}')^{(i-2)}$, $(\Delta\mathbf{B}')^{(i)} = (\mathbf{B}')^{(i-1)} - (\mathbf{B}')^{(i-2)}$, $(\Delta\mathbf{C}')^{(i)} = (\mathbf{C}')^{(i-1)} - (\mathbf{C}')^{(i-2)}$ 表示搜索方向； μ 为加权因子，不同的 μ 对应不同的线性搜索算法^[15]，本文中取 $\mu = i^{-1/3}$ 。需要注意的是，要保证 $\mathbf{A}_0, \mathbf{B}_0, \mathbf{C}_0$ 对应的代价函数小于第 $i-1$ 次迭代的代价函数，否则本次迭代中不采用线性搜索。

4.3 目标参数恢复算法

文献[8]采用对 \mathbf{A} , \mathbf{B} 和 \mathbf{C} (仅当 Swerling-I 模型)的每列分别取平均的方法恢复目标参数，该方法操作简单，但参数估计精度较低。本文利用 \mathbf{A} , \mathbf{B} 和 \mathbf{C} (仅 Swerling-I 模型)具有范德蒙德结构的特性，对其每列分别采用谱估计算法^[16]，如周期图法、Root-MUSIC 和 ESPRIT，可得到精度较高的目标 DOD, DOA 和多普勒频率估计值，且三者自动配对。下面给出基于 Root-MUSIC 的参数恢复算法^[16]：取 \mathbf{A} 的第 k 列 \mathbf{a}_k ，计算其协方差矩阵 $\mathbf{R} = \mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^H / M$ ，对其进行奇异值分解得到噪声子空间 \mathbf{U}_n ，令 $\mathbf{G} = \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H$ ，则第 m 个多项式系数等于 \mathbf{G} 的第 $m-M$ 个对角线元素之和， $m = 1, \dots, (2M-1)$ 。然后对多项式求根，取其最接近单位圆上的根，用 α 表示，则第 k 个目标的发射角估计值 $\hat{\theta}_k = -\text{asin}(\alpha \lambda / 2\pi d_t) 180 / \pi$ 。对 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 的每列做相同处理，就可以得到目标的收发角。当目标散射系数服从 Swerling-I 模型时，对 \mathbf{C} 的每列做相同处理即可得到多普勒频率估计值 $\hat{f}_{dk} = \alpha / (2\pi T_r)$ ，则速度估计值 $\hat{v}_k = \hat{f}_{dk} \lambda / 2$ 。由于 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 相同位置的列矢量分别对

应着同一目标的 DOD, DOA 和多普勒频率，所以 3 个参数自动配对。

4.4 本文算法步骤

下面给出本文基于三阶张量分解的快速多目标定位算法的基本步骤：

步骤 1 降维预处理。根据式(8)和式(9)对张量 \mathbf{Y} 进行降维，得到张量 \mathbf{X}' ；

步骤 2 初始化 ALS 算法。分解张量 \mathbf{X}' 得到其等效矩阵 $\mathbf{X}'_1, \mathbf{X}'_2, \mathbf{X}'_3$ ，初始化 $(\mathbf{A}')^{(0)}$, $(\mathbf{B}')^{(0)}$ 和 $(\mathbf{C}')^{(0)}$ 为随机矩阵，令迭代索引 $i = 1$ ，初始代价函数值 $\varepsilon^{(0)} = +\infty$ ；

步骤 3 线性搜索。当 $i < 3$ 时，跳过该步，并令 $\mathbf{A}_0 = (\mathbf{A}')^{(i-1)}$, $\mathbf{B}_0 = (\mathbf{B}')^{(i-1)}$, $\mathbf{C}_0 = (\mathbf{C}')^{(i-1)}$ ；否则利用 4.2 节中的线性搜索算法计算 $\mathbf{A}_0, \mathbf{B}_0, \mathbf{C}_0$ ；

步骤 4 更新加载矩阵。根据式(10)更新 $(\mathbf{A}')^{(i)} = [(\mathbf{B}_0 \oplus \mathbf{C}_0)^+ \mathbf{X}'_1]^T$ ；更新 $(\mathbf{B}')^{(i)} = [(\mathbf{C}_0 \oplus (\mathbf{A}')^{(i)+} \mathbf{X}'_2)]^T$ ；更新 $(\mathbf{C}')^{(i)} = [((\mathbf{A}')^{(i)} \oplus (\mathbf{B}')^{(i)+} \cdot \mathbf{X}'_3)]^T$ ；然后令 $(\mathbf{A}')^{(i-1)} = \mathbf{A}_0$, $(\mathbf{B}')^{(i-1)} = \mathbf{B}_0$, $(\mathbf{C}')^{(i-1)} = \mathbf{C}_0$ ；

步骤 5 计算平均代价函数值 $\varepsilon^{(i)} = [(\varepsilon'_1)^{(i)} + (\varepsilon'_2)^{(i)} + (\varepsilon'_3)^{(i)}] / 3$ ，其中 $\{(\varepsilon'_n)^{(i)}\}_{n=1}^3$ 为将当前加载矩阵代入式(10)得到的代价函数值。如果 $\varepsilon^{(i-1)} - \varepsilon^{(i)} \leq \delta$ (δ 为预设的某一足够小的正数)或迭代次数达到预设的值，则停止迭代，记录 $\mathbf{A}', \mathbf{B}', \mathbf{C}'$ ，并根据式(11)恢复原始加载矩阵 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ ；否则 $i \leftarrow i + 1$ ，转到步骤 3；

步骤 6 恢复目标参数。对步骤 5 得到的 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 使用 4.3 节算法恢复目标收发角和多普勒频率或运动速度。

5 运算量分析

文献[8]算法的运算量主要集中在 ALS 算法，其单次迭代运算复杂度为^[8] $O(K^3 + KMNI)$ ，本文算法的运算量主要集中在 ALS 算法和降维预处理中的三次矩阵奇异值分解，其中 ALS 算法单次迭代运算复杂度为 $O(K^3 + KM'N'I)$ ，正交迭代算法计算三次矩阵奇异值分解的平均运算复杂度为^[14] $O(M^2NI + N^2MI + I^2MN)$ 。由于将原始张量降维处理后进行 ALS 算法，且利用 LS 加速其收敛速度，因此本文算法经过少量次迭代即可收敛。下一节中，实验 3 通过仿真给出了本文算法和文献[8]算法运算量的比较。

6 仿真结果与性能分析

假设雷达工作载频 $f_0 = 10$ GHz，发射和接收阵元数均为 $M = N = 8$ ，收发阵元间距均为半波长。

发射信号为正交的带宽为 50 MHz 的窄带 Hadamard 编码信号, 单脉冲内编码数 $L = 256$, 脉冲重复周期 $T_r = 50 \mu\text{s}$ 。本文算法步骤 5 中取 $\delta = 10^{-6}$, 步骤 6 中采用 Root-MUSIC 谱估计恢复目标参数。下面分别从目标估计角度星座图、参数估计均方根误差和运算时间 3 个方面说明本文算法的有效性和优越性。

实验 1 存在 5 个目标, 其发射角为 $\{\theta_k\}_{k=1}^5 = \{-40^\circ, -35^\circ, -10^\circ, 30^\circ, 60^\circ\}$, 接收角为 $\{\varphi_k\}_{k=1}^5 = \{20^\circ, 15^\circ, -40^\circ, 0^\circ, -20^\circ\}$, 信噪比均为 5 dB, 散射系数服从 Swerling-II 模型^[10], 快拍数 $I = 100$ 。Monte Carlo 试验次数为 200。图 3 为本文算法得到的目标估计角度星座图, 图中“+”表示目标真实位置。可以看出, 本文算法能同时估计目标 DOD 和 DOA, 且二者自动配对, 可实现对多目标有效定位。

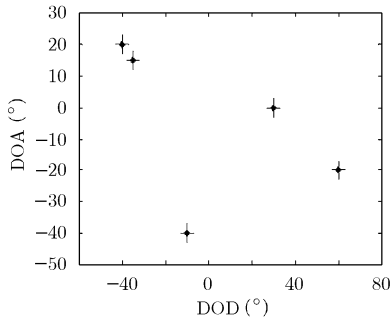


图 3 本文算法得到的目标估计角度星座图

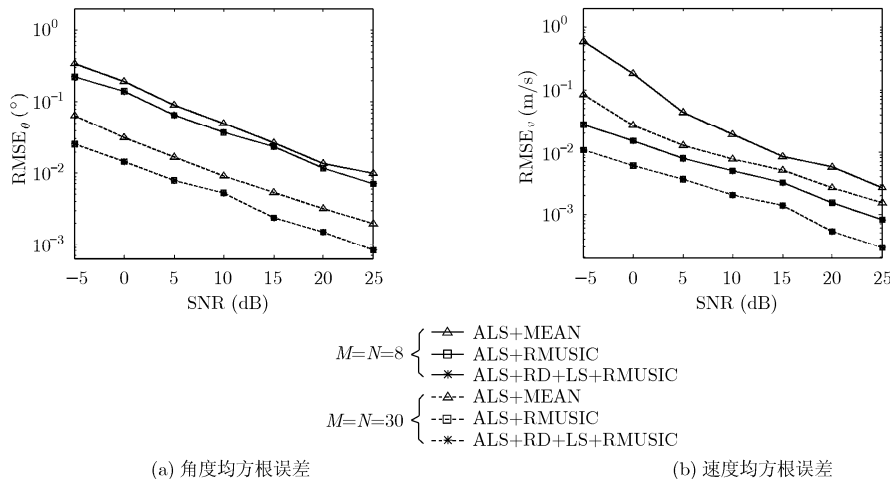
实验 2 存在 3 个目标, 其发射和接收角分别为 $\{\theta_k\}_{k=1}^3 = \{-10^\circ, 30^\circ, 60^\circ\}$, $\{\varphi_k\}_{k=1}^3 = \{-40^\circ, 0^\circ, -20^\circ\}$, 运动速度为 $\{v_k\}_{k=1}^3 = \{50, 60, 70\}$ m/s, 散射系数服从 Swerling-I 模型^[10], 快拍数 $I = 100$ 。角度均方根误差 RMSE_θ 和速度均方根误差 RMSE_v 分别定义为

$$\left. \begin{aligned} \text{RMSE}_\theta &= \left\{ \sum_{k=1}^K [(\hat{\theta}_k - \theta_k)^2 + (\hat{\varphi}_k - \varphi_k)^2] \right\}^{1/2} \\ \text{RMSE}_v &= \left\{ \sum_{k=1}^K (\hat{v}_k - v_k)^2 \right\}^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中 $\hat{\theta}_k$, $\hat{\varphi}_k$ 和 \hat{v}_k 分别表示第 k 个目标 DOD, DOA 和速度的估计值。为了表示方便, 我们将文献[8]算法简称为 ALS+MEAN, 本文算法写为 ALS+RD+LS+RMUSIC, 同时给出 ALS+RMUSIC 算法的性能, 其中 ALS 表示交替最小二乘, RD 表示降维预处理, LS 表示线性搜索, MEAN 和 RMUSIC 分别表示对收发阵列流型矩阵或多普勒矩阵的每列使用取平均方法和 Root-MUSIC 算法恢复目标参数。图 4 给出了以上 3 种算法的 RMSE_θ 和 RMSE_v 与信噪比的关系, 同时给出了在阵元数 $M = N = 30$ 情况下的结果。Monte Carlo 实验次数为 500。可以看出, 与文献[8]方法相比, 本文算法具有更好的测角和测速精度, 当阵元数较大时, 性能改善显著。同时可以看出本文算法与 ALS+RMUSIC 算法的估计性能基本一致, 因此使用降维预处理和线性搜索算法对目标参数估计性能几乎没有影响。

实验 3 存在 3 个目标, 其参数与实验 2 相同。图 5 给出了本文算法与文献[8]算法的运算时间比值与快拍数 I 的关系。Monte Carlo 试验次数为 500。可以看出, 本文算法的运算量要明显低于文献[8]方法。

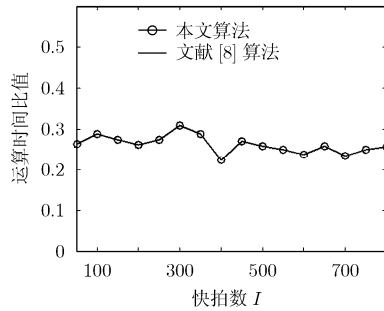
以上实验充分说明本文算法能有效估计目标收发角和运动速度, 且三者自动配对, 与文献[8]算法相比, 本文算法: (1) 采用高分辨谱估计算法恢复目标参数, 因此具有更佳的参数估计性能; (2) 将匹配滤波输出转化为三阶张量, 并对其做降维预处理, 同时采用线性搜索加快 ALS 算法的收敛速度, 在较少的迭代次数内即可收敛到局部最优解, 大幅降低了存储量和运算量。



(a) 角度均方根误差

(b) 速度均方根误差

图 4 目标估计参数的均方根误差

图5 运算量比值与快拍数 I 的关系

7 结束语

本文在双基地 MIMO 雷达阵列结构和信号模型基础上, 提出一种基于三阶张量分解的快速多目标定位算法。该算法避免了复杂的 2 维谱峰搜索和协方差矩阵估计, 得到的目标收发角和多普勒频率能自动配对。与文献[8]方法相比, 本文算法由于采用了降维预处理、线性搜索和高分辨谱估计算法, 不仅提高了目标参数估计精度, 而且有效降低了运算量和存储容量, 增强了雷达的实时处理能力, 利于工程实现。

参考文献

- [1] Li J and Stoica P. MIMO Radar Signal Processing[M]. New York: Wiley Press, 2008: 65-121.
- [2] Haimovich A, Blum R, and Cimini L. MIMO radar with widely separated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(1): 116-129.
- [3] Li J and Stoica P. MIMO radar with collocated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(5): 106-114.
- [4] Yan H D, Li J, and Liao G S. Multitarget identification and localization using bistatic MIMO radar systems[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2008, 8(2): 1-8.
- [5] Cheng D F, Cheng B X, and Qin G D. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(12): 770-771.
- [6] Chen J L, Gu H, and Su W M. A new method for joint DOD and DOA estimation in bistatic MIMO radar[J]. *Signal Processing*, 2010, 90(2): 714-718.
- [7] 谢荣, 刘峥. 基于多项式求根的双基地 MIMO 雷达多目标定位方法[J]. *电子与信息学报*, 2010, 32(9): 2197-2200.
Xie Rong and Liu Zheng. Multi-target localization based on polynomial rooting for bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(9): 2197-2200.
- [8] 张剑云, 郑志东, 李小波. 双基地 MIMO 雷达收发角及多普勒频率的联合估计算法[J]. *电子与信息学报*, 2010, 32(8): 1843-1848.
Zhang Jian-yun, Zheng Zhi-dong, and Li Xiao-bo. An algorithm for DOD-DOA and Doppler frequency jointly estimation of bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(8): 1843-1848.
- [9] Liu S Z and Trenkler G. Hadamard, khatri-rao, kronecker and other matrix products[J]. *International Journal of Information and Systems Sciences*, 2008, 4(1): 160-177.
- [10] 丁鹭飞, 陈建春. 雷达原理[M]. 北京: 电子工业出版社, 2009: 149-151.
- [11] Anh H P and Andrzej C. PARAFAC algorithms for large-scale problem[J]. *Neurocomputing*, 2011, 74(11): 1970-1984.
- [12] Kolda T G and Bader B W. Tensor decomposition and application[J]. *SIAM Review*, 2009, 51(3): 455-500.
- [13] Bergqvist G and Larsson E G. The high-order singular value decomposition: theory and application[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2010, 27(3): 151-154.
- [14] Gene H G and Charles F V L. Matrix Computations[M]. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1996: 332-334.
- [15] Rasmus B. Multi-way analysis in the food industry: models, algorithms, and application[D]. [Ph.D. dissertation]. University of Amsterdam, Amsterdam, the Netherlands, 1998.
- [16] 王永良, 陈辉, 彭应宁, 等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 132-138.

程院兵: 男, 1984 年生, 博士生, 研究方向为随机信号雷达、MIMO 雷达信号处理等。

顾红: 男, 1967 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为噪声雷达、MIMO 雷达信号处理、雷达成像、目标识别等。

苏卫民: 男, 1959 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为阵列信号处理、雷达成像等。