

基于平滑 l_0 范数的高分辨雷达一维成像研究

邱伟* 赵宏钟 陈建军 付强
(国防科技大学 ATR 重点实验室 长沙 410073)

摘要: 雷达高分辨距离像对于目标检测、识别具有重要意义。该文针对高频区雷达散射响应的特点,采用稀疏信号表示方法研究了雷达高分辨 1 维成像问题。以理想点散射模型为基础,构造了相应的过完备基,并引入平滑 l_0 范数法实现雷达高分辨成像。实验结果表明该方法在观测数据采样率降低、观测数据缺失等实验条件下均能正确成像,验证了该方法的有效性。

关键词: 雷达高分辨成像; 超分辨; 稀疏表示; l_0 范数

中图分类号: TN957.52

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)12-2869-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.00418

High-resolution Radar One-dimensional Imaging Based on Smoothed l_0 Norm

Qiu Wei Zhao Hong-zhong Chen Jian-jun Fu Qiang

(ATR Key Lab, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Radar High Range Resolution Profile (HRRP) plays an important role in target detection and recognition. For the properties of radar scattering response at high frequencies, a novel radar high-resolution imaging method using sparse signal representation is proposed in this paper. Based on ideal point-scattering model, an overcomplete basis is constructed, and an algorithm via smoothed l_0 norm is also introduced to obtain radar HRRP. Experimental results indicate that good HRRP can be reconstructed even under the condition of data sampling rate decreasing or observation data missing, which shows that the proposed method is an effective radar imaging method.

Key words: Radar high-resolution imaging; Super-resolution; Sparse representation; l_0 norm

1 引言

雷达目标的高分辨距离像反映了目标在雷达视线方向上的精细结构特征,对目标检测、识别具有重要意义^[1,2]。以典型的频率步进雷达为例,在该体制下常规的高分辨雷达成像主要利用逆傅里叶变换 (IFFT) 实现,运算速度较快,但成像分辨力本质上受雷达发射信号带宽限制,要获得更高的分辨力则需要增大发射信号带宽,从而增加数据存储,并且观测数据采样率降低或观测数据有缺失的条件下,该方法的成像质量下降甚至无法正确成像。

从信号分析的角度看,逆傅里叶变换成像方法就是目标回波在傅里叶正交基上的分解展开过程,其本质就是一个信号表示问题。事实上,我们总希望用尽量少的基函数来准确地表示原信号,也就是稀疏信号表示。由于稀疏信号表示能更自然地贴近信号的本质特征,从而受到了广泛的关注,并在多

个领域都有重要应用^[3-5];另一方面对雷达目标散射特性的研究表明,高频区雷达目标的散射响应可以由少数几个散射中心的响应描述,满足稀疏特性,因此可以将雷达高分辨成像转化为稀疏信号表示问题。文献[6]提出了用连续的高斯函数逼近 l_0 范数的平滑 l_0 范数方法实现线性逆问题的稀疏求解;文献[7]在此基础上,引入惩罚项来增强稀疏性的约束,实现复正弦信号频率的精确估计。本文将该方法引入到频率步进高分辨雷达 1 维成像中,以理想点散射模型为基础,构造适合雷达成像的过完备基,仿真和实测数据处理结果表明该方法在雷达观测数据采样率降低、观测数据缺失等实验条件下均能正确成像,验证了该方法的有效性。

2 高分辨雷达观测信号模型

高频区雷达目标的散射特性可用多散射中心模型近似表示。本文不是对雷达目标散射机理的研究,因此选取最简单的理想点散射模型来描述目标的散射特性。在频率步进高分辨雷达体制下,设目标含有 K 个强散射中心,在一个确定的方向上用频率为

f 的电磁波照射目标,此时目标总的回波信号可写为

$$x(n) = \sum_{k=1}^K \sigma_k \exp\left(-j \frac{4\pi r_k}{c} f_n\right) + w(n), \quad n = 0, 1, \dots, N_F - 1 \quad (1)$$

其中 c 为光速, $f_n = f_0 + n\Delta f$, f_0 为初始频率, Δf 为频率步进, N_F 为发射频点总数, 信号带宽为 $B = (N_F - 1)\Delta f$; σ_k 表示第 k 个散射中心的复散射系数; r_k 表示第 k 个散射中心到雷达参考相位零点的距离在雷达视线方向的投影位置; $w(n)$ 表示第 n 个频点的高斯白噪声。整理后可将式(1)写为

$$x(n) = \sum_{k=1}^K \tilde{\sigma}_k \exp\left(-j \frac{4\pi r_k n \Delta f}{c}\right) + w(n), \quad n = 0, 1, \dots, N_F - 1 \quad (2)$$

其中 $\tilde{\sigma}_k = \sigma_k \exp\left(-j \frac{4\pi r_k f_0}{c}\right)$, 两者幅度保持不变,

只存在相位的差异, 因而对距离像没有影响。令 $\omega_k = \Delta f(2r_k/c)$, $\omega_k \in [0, 1)$, 表示归一化的数字频率, 式(2)可写为

$$x(n) = \sum_{k=1}^K \tilde{\sigma}_k \exp(-j2\pi\omega_k n) + w(n), \quad n = 0, 1, \dots, N_F - 1 \quad (3)$$

3 基于平滑 l_0 范数的高分辨雷达成像算法

3.1 信号的稀疏表示

设 \mathbf{s} 为 N 维信号, $\Phi = [\psi_1 \ \psi_2 \ \dots \ \psi_M] \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 为过完备基, 其中 $\psi_i \in \mathbb{C}^N$, $M > N$, 则信号可以表示为基的线性组合^[8]:

$$\mathbf{s} = \Phi \mathbf{A} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{A} = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \dots \ \alpha_M]^T$, α_i 为 \mathbf{s} 在基 Φ 上的投影系数。由于 Φ 的过完备性, 从而信号 \mathbf{s} 在 Φ 上的表示形式不唯一, 而稀疏信号表示就是用最少的基来表示信号, 即 \mathbf{A} 中的非零元素最少, 本质上就是求解

$$\min_{\mathbf{A}} \|\mathbf{A}\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{s} = \Phi \mathbf{A} \quad (5)$$

其中 $\|\cdot\|_0$ 为 l_0 范数, 其值为 \mathbf{A} 中非零元素个数, 表征向量 \mathbf{A} 的稀疏程度。求解式(5)需要进行大量的组合搜索并且对噪声极为敏感。通常我们选择某种稀疏性度量来逼近 l_0 范数, 例如基追踪^[9](Basic Pursuit, BP)方法, 该方法用最小 l_1 范数解逼近 l_0 范数解, 并且可以用线性规划的方法方便求解, 但这种方法复杂度高, 运算速度较慢。另一种匹配追踪^[10](Matching Pursuit, MP)方法运算速度较快, 但它是一种贪心算法, 往往不能得到最优解。

采用 l_0 范数求解困难的原因是由于该范数的高度不连续性, 平滑 l_0 范数方法用连续的高斯函数逼近 l_0 范数实现稀疏求解, 避免了应用梯度法求解式

(5)时不连续函数求导的问题, 运算速度快, 解的精度高。

3.2 平滑 l_0 范数法^[6]

首先定义高斯函数

$$f_\sigma(\alpha) = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2\sigma^2}\right), \quad \alpha \in \mathbb{C} \quad (6)$$

定义如下函数

$$F_\sigma(\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^M f_\sigma(\alpha_i) \quad (7)$$

图 1 给出了不同 σ 值下 $f = 1 - f_\sigma(\alpha)$ 的函数值图, 从图中可以看出, 该函数是对 l_0 范数的凹逼近, 并且函数值随着 σ 值的减小变得更为陡峭, 当 σ 等于 0.01 时, 函数值接近 l_0 范数, 此时, $\|\alpha\|_0$ 可近似认为等于 f 。因而当 $\sigma \rightarrow 0$ 时, 有 $\|\mathbf{A}\|_0 \approx M - F_\sigma(\mathbf{A})$ 近似成立。

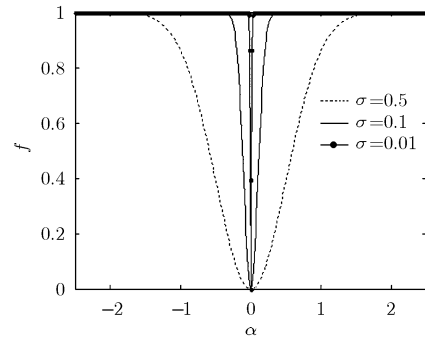


图 1 近似 l_0 范数函数 f 示意图

此时, 式(5)就转化为

$$\min \{M - F_\sigma(\mathbf{A})\} \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{s} = \Phi \mathbf{A} \quad (8)$$

最小化 l_0 范数就等价于当 σ 充分小时最大化 $F_\sigma(\mathbf{A})$ 。

由图 1 还可以注意到, 当 σ 较小时, 函数 f 高度非光滑, 会出现较多的局部极小值, 不易进行优化; 当 σ 较大时, 函数 f 较为光滑, 易于进行优化。因此, 为避免最优化 $\|\mathbf{A}\|_0$ 过程中 $F_\sigma(\mathbf{A})$ 陷入局部极大值, 我们采取逐步减小 σ 的策略。对每个 σ 值, 利用最速上升法求 $F_\sigma(\mathbf{A})$ 的最大值, 并将该 \mathbf{A} 值作为下一次迭代的初值。整个平滑 l_0 范数法实现信号稀疏表示的步骤如下:

第 1 步 初始化。将 $\mathbf{s} = \Phi \mathbf{A}$ 的最小 l_2 范数解 $\hat{\mathbf{A}} = \Phi^H (\Phi \Phi^H)^{-1} \mathbf{s}$ 作为解的初始值, 并选择递减的 σ 序列: $[\sigma_1 \ \sigma_2 \ \dots \ \sigma_K]$, 这里 $\sigma_k = \eta \sigma_{k-1}$, 通常 $\eta \in [0.5, 1]$ 。

第 2 步 迭代求解。令 $\sigma = \sigma_k$, 在可行解集 $\mathfrak{S} = \{\mathbf{A} | \Phi \mathbf{A} = \mathbf{s}\}$ 上利用最速上升法求解 $F_\sigma(\mathbf{A})$ 的最大值:

(1) 令 $\mathbf{A} = \hat{\mathbf{A}}_{k-1}$, 循环(2)至(4)步 L 次

$$(2) \text{ 令 } \Delta \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \exp\left(\frac{-|\alpha_1|^2}{2\sigma}\right) & \alpha_2 \exp\left(\frac{-|\alpha_2|^2}{2\sigma}\right) & \dots \\ \alpha_M \exp\left(\frac{-|\alpha_M|^2}{2\sigma}\right) \end{bmatrix}^T;$$

(3) 令 $\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{A} - \mu \Delta \mathbf{A}$, μ 为一正常数;

(4) 将 \mathbf{A} 投影到可行解集上:

$$\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{A} - \Phi^H (\Phi \Phi^H)^{-1} (\mathbf{s} - \Phi \mathbf{A})$$

第3步 令 $k = k + 1$, 重复第 2, 第 3 步, 直至 $\sigma_k \leq \sigma_K$, 此时得到的 \mathbf{A} 即为信号的最稀疏表示解。

关于该算法, 有以下几点说明:

(1) 参数的选择。(a) σ 的初值。通常我们选择 $\sigma_1 = 4 \max|\hat{\mathbf{A}}|$, $\hat{\mathbf{A}}$ 为算法第 1 步中解的初值, 因为此时 $\exp(-|\alpha_i|^2/2\sigma_1^2) > 0.969 \approx 1$, 不仅避免了后续迭代中 $F_\sigma(\mathbf{A})$ 陷入局部最小值, 而且使得整个算法收敛速度加快; $\sigma_k = \eta \sigma_{k-1}$, $\eta \in [0.5, 1)$, η 的取值与信号的稀疏性有关, 稀疏性越大的信号 η 也越大, 同时收敛的速度下降, 计算所需的时间也增加, 一般选择 $\eta = 0.5$ 。(b) 第 2 步中循环迭代的次数 L 。一般地, L 固定为 5; 对于观测数据较少或稀疏性较小的信号, 可以适当增大 L 。(c) μ 的选择。在最速上升法中, 第 k 步的迭代式为 $\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{A} + \mu_k \nabla F_\sigma(\mathbf{A})$, 令 $\mu_k = \mu \sigma_k^2$, 使得 μ_k 随 σ_k^2 的变化而同步变化, 从而得到 $\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{A} - \mu \Delta \mathbf{A}$, μ 为一正常数, 通常选择 $\mu = 2$ 。

(2) 算法的终止条件。由平滑 l_0 范数法的具体步骤可知, 该算法的终止条件在于 σ_K 的选择, 一般可令 $\sigma_K = 10^{-6}$ 。

(3) 算法的改进。由算法的描述可知, 当 $\sigma = \sigma_K$ 时, 算法终止。通常 σ_K 是给定的, σ_K 越小, 求得的 \mathbf{A} 精度越高, σ_K 小到一定程度时精度不再继续提高, 但同时计算所需的时间也会随 σ_K 的减小而增加。为了既能保证算法的精度, 又能保证算法的执行效率, 可以将算法的终止的条件改为: 当 $\|\mathbf{A}_k - \mathbf{A}_{k-1}\|_2 < \varepsilon$ 时, 算法终止, 其中 ε 为足够小的正实数。

3.3 基于平滑 l_0 范数的高分辨雷达成像

由本文第 2 节分析可知, 雷达目标高分辨成像就是从目标回波的观测数据中获得有限个散射中心位置和强度的过程, 为了应用稀疏表示方法实现高分辨雷达成像, 首先需要构造合适的过完备基。

注意到式 (3) 中归一化数字频率 $\omega_k = \Delta f(2r_k/c)$, $\omega_k \in [0, 1)$, 将该数字频率离散化, 记为 $\omega_k = k/M, k = 0, 1, 2, \dots, M-1$, 且 $M > N$, 由此构造适合雷达高分辨成像的过完备基 Φ

$$\Phi = [\Phi_1 \ \Phi_2 \ \dots \ \Phi_M] \in \mathbb{C}^{N \times M} \quad (9)$$

其中 $\Phi_k = [e^{-j2\pi(k \cdot 1/M)} \ e^{-j2\pi(k \cdot 2/M)} \ \dots \ e^{-j2\pi(k \cdot N/M)}]^T$, $k = 0, 1, 2, \dots, M-1$ 。则式 (3) 可以写成矩阵的形式

$$\mathbf{x} = \Phi \mathbf{A} + \mathbf{w} \quad (10)$$

其中 $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N$ 为雷达目标回波信号, $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^N$ 为高斯白噪声, $\mathbf{A} = [\tilde{\sigma}_0 \ \tilde{\sigma}_1 \ \dots \ \tilde{\sigma}_{M-1}]^T \in \mathbb{C}^M$, 其幅度即为所求的高分辨距离像。由于 \mathbf{A} 只有有限个非零值, 符合信号的稀疏性, 因而可用 3.2 节平滑 l_0 范数法求解。

由上述平滑 l_0 范数成像方法可知, 该方法获得的雷达高分辨距离像的分辨力 $\Delta r' = c/[2(M-1)\Delta f]$, 取决于过完备基的构造。当 M 取值足够大时, 便可分辨不同的散射中心, 实现超分辨成像。

在观测信号频域采样率下降即步进频率增加时, 回波信号的稀疏性变大, 因此要适当调整算法中的参数, 相应减小 M 或增加 η 。

在观测信号有缺失时, 应用传统傅里叶变换成像质量下降, 甚至无法正确成像。而应用稀疏信号表示方法在这类不利条件下则仍能正确成像, 这是因为该方法利用了雷达回波信号具有稀疏性这一先验信息弥补了观测信息的不足。图 2 给出了该条件下的成像观测信号线性测量示意图, 缺失的数据作填零处理。

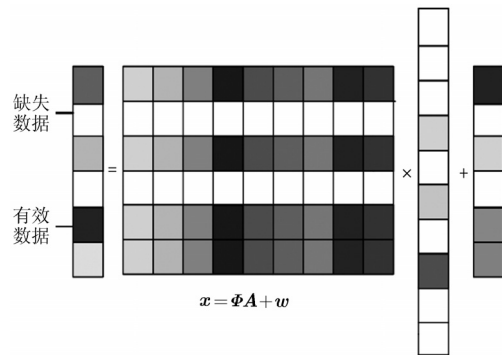


图 2 观测信号部分缺失条件下观测线性信号测量示意图

本算法通过构造过完备基, 利用信号稀疏表示方法获得高质量的高分辨成像结果。下面通过对仿真目标数据和暗室实测某型导弹数据的处理说明该方法的可行性。

4 实验及结果分析

首先进行仿真目标成像实验。雷达参数设置如下: 雷达工作中心频率为 10 GHz, 步进频率 $\Delta f = 5$ MHz, 频率采样点数 $N = 201$, 带宽为 1 GHz, 对应的距离分辨率为 0.15 m, 信噪比设定为 20 dB。设定目标含 4 个散射中心, 各散射中心的位置参数和幅度参数设置如表 1 所示。

表1 仿真目标散射中心参数设置

参数	散射中心1	散射中心2	散射中心3	散射中心4
位置	-2.9 m	-1.5 m	0.4 m	0.55 m
幅度	1	0.5	0.6	0.8

实验 1 原始带宽及频率步进下雷达超分辨成像

设定成像算法中的参数： $M=601$, $\eta=0.5$, $\mu=2$, $L=10$, $\sigma_K=10^{-6}$ 。图3给出了本文方法和IFFT方法的成像结果，其中实线为经IFFT处理得到的高分辨距离像，“○”为本文方法的成像结果，“*”为设定值。从图3中可以看出，IFFT处理得到的高分辨距离像不能准确反映散射中心的位置和幅度，特别是散射中心3和散射中心4难以分辨，而本文方法不仅能分辨4个散射中心，还能正确获取4个散射中心的位置和幅度，其值与设定值完全符合，这表明本文方法具有更好的成像能力和分辨能力。从算法的耗时看，在相同的计算平台下(个人PC平台，2.7 GHz主频CPU，2 G内存)，IFFT变换成像的耗时为 3.2×10^{-3} s，而本文算法的耗时为0.29 s，因此本文算法计算的复杂度要高于IFFT变换方法。

在某一给定信噪比下重复该实验 M_1 次，若某次

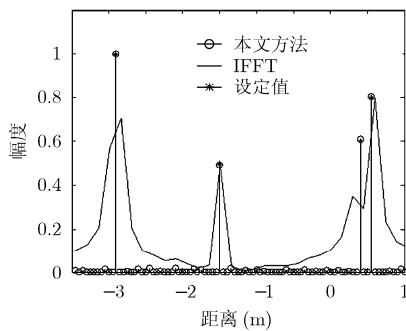


图3 信噪比 20 dB 时雷达目标超分辨成像结果

实验中 $\sum_{k=1}^K |\hat{\sigma}_k - \sigma_k|^2 < 0.01$ 时，我们认为本次实验能正确成像，设 M_1 次实验中正确成像的次数为 M_2 次，则雷达高分辨正确成像的概率为

$$P = \frac{M_2}{M_1} \times 100\% \quad (11)$$

图4给出了不同信噪比下，雷达高分辨正确成像的概率，同一信噪比下重复实验次数为100次。从图4中可以看出，在信噪比大于10 dB时，雷达高分辨正确成像的概率接近100%。实验1的结果表明利用平滑 l_0 范数法进行高分辨雷达成像是可行且有效的。

实验 2 带宽保持不变、步进频率增加条件下雷达高分辨成像

保持信号带宽不变，增加步进频率，此时观测数据频域采样率降低。图5给出了步进频率变为20 MHz和40 MHz条件下雷达高分辨成像结果，成像算法中的参数 $M=301, 151$, $\eta=0.6$ ，其余参数保持不变，信噪比仍设定为20 dB。

从图5的成像结果可以看出，在步进频率增加条件下，观测数据点数减少，经IFFT处理得到的高分辨距离像的质量明显下降，无法准确地反映真实散射中心的散射特性，特别是散射中心3和散射中心4在图5中相对于图3更加难以分辨；而利

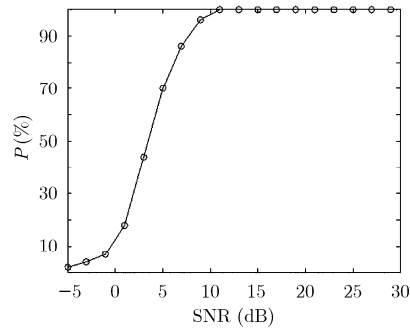


图4 不同信噪比下雷达高分辨正确成像概率

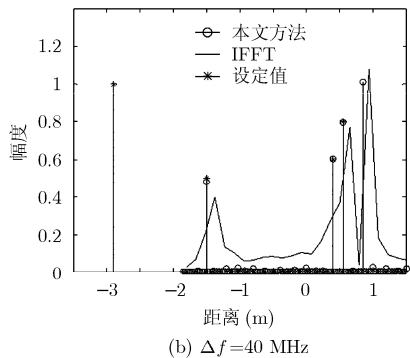
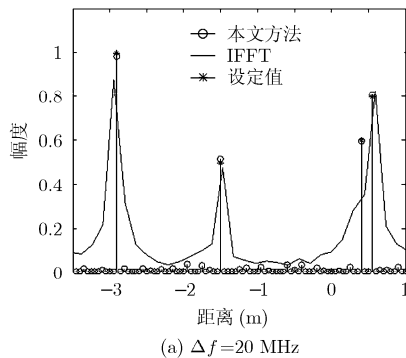


图5 不同步进频率下雷达高分辨成像结果

用本文方法获取的散射中心位置和幅度基本仍与设定值符合，但在图 5(b)中估计的第 1 个散射中心发生了“错位”，这是因为雷达最大不模糊距离 $R_u = c/2\Delta f$, $\Delta f = 40$ MHz 时, $R_u = 3.75$ m, 此时设定的散射中心 1 在雷达不模糊距离范围之外, 高分辨距离像会发生混叠, 可以认为散射中心 1 位于 $r' = r + R_u = 0.85$ m 处, 与图 5(b)中应用本文方法得到的散射中心 1 的位置一致。因此, 在雷达不模糊距离范围内, 本文方法在实验 2 条件下仍能正确成像。

实验 3 带宽和步进频率保持不变, 观测数据有部分缺失条件下雷达高分辨成像

在实际雷达系统接收回波信号时, 会出现接收信号缺失的情况。将观测数据缺失的单元 $i(1 \leq i \leq N)$ 及过完备基对应的每个 $\Phi_k = [e^{-j2\pi(k-1)/M} \ e^{-j2\pi(k-2)/M} \ \dots \ e^{-j2\pi(k-N)/M}]^T$ 中第 i 个单元用数值“0”填充。设观测数据中第 51-100, 121-180 和 191-200 单元数据缺失, 从而真实观测数据点数变为 81。首先将回波数据中缺失的部分作补零处理, 构造对应的过完备基。设定成像算法中的参数: $\eta = 0.6, L = 20$, 其余参数不变, 信噪比设定为 30 dB。图 6 给出了缺失回波数据补零处理后作傅里叶反变换的成像结果, 图 7 给出了应用本文方法的成像结果。从成像结果看, 对缺失回波数据补零后作傅里叶反变换得到的高分辨距离像中央尖峰已经无法反映真实散射中心的

散射特性, 成像质量较差, 而应用本文方法仍能正确成像, 散射中心的位置和幅度与设定值较为符合, 这一结果说明了利用该方法可以较少的采样点数实现高分辨正确成像, 这对于有效降低雷达数据存储量具有重要意义。

图 8 给出了上述采样方式在不同信噪比条件下正确重构高分辨距离像的概率, 同一信噪比下重复实验次数为 100 次。从图 8 的结果看, 在信噪比大于 15 dB 时重构的成功概率接近 100%, 而在较低的信噪比下重构的成功概率较低。与实验 1 中图 4 的结果相比, 在回波信号有部分缺失时, 正确重构原高分辨距离像所需的信噪比要更高。

最后采用暗室实测某型导弹数据验证本文方法的有效性。雷达工作频率范围 8.75~10.75 GHz, 步进频率为 20 MHz, 频率采样点数为 101 点, 测量带宽为 2 GHz, 对应的距离分辨力为 0.075 m; 目标水平放置, 弹尾方向方位角为 0° , 俯仰角固定为 0° , 极化方式为 HH 极化。设定成像算法中的参数: $M = 501, \eta = 0.6, \mu = 2, L = 10, \sigma_K = 10^{-6}$ 。图 9 给出了 0° 方位角下应用本文方法的成像结果, 同时在距离像上方叠画了导弹的模型轮廓。从导弹的模型轮廓看, 导弹的散射中心主要位于弹头、弹体中部锥柱结合部、导弹裙边及尾翼。从图 9 的成像结果看, 应用本文方法获得的高分辨距离像距离分辨率较

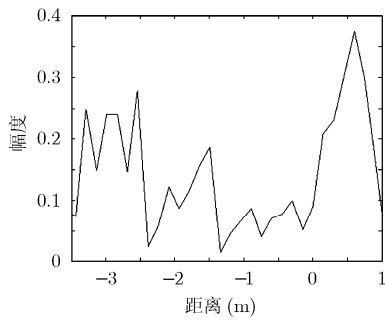


图 6 缺失回波补零傅里叶反变换成像结果

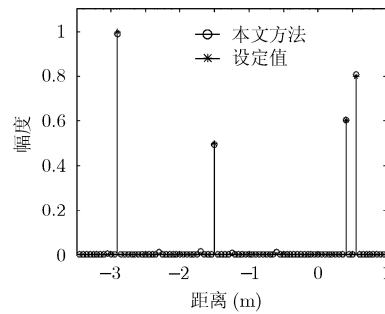


图 7 本文方法成像结果

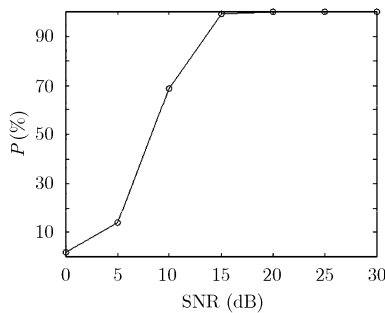


图 8 不同信噪比下雷达高分辨正确成像概率

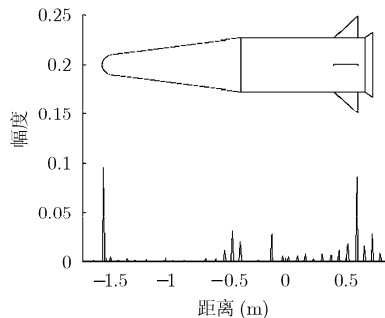


图 9 某型导弹高分辨成像结果

高,且距离像尖峰的位置与导弹散射中心的分布较为符合,验证了该方法在雷达高分辨成像方面的可行性和有效性。

5 结束语

本文研究了信号稀疏表示方法在雷达高分辨成像中的应用,通过分析雷达高分辨成像的特点,构造了相应的过完备基,并引入平滑 l_0 范数方法实现雷达高分辨成像。实验结果表明,本文方法不仅能实现超分辨成像,并且在观测回波数据频域采样率降低、观测回波数据缺失等不利条件下仍能实现正确成像。这种方法能有效降低高分辨雷达成像系统的数据率,对于提高高分辨雷达成像系统性能有重要意义。当然,该方法相对与传统的傅里叶变换成像方法也具有更高的复杂度,还不能满足实时成像的要求,今后需要研究效率更高的算法。

参考文献

- [1] Li Hsueh-jyh and Yang Sheng-hui. Using range profiles as feature vector to identify aerospace objects[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1993, 41(3): 261-268.
 - [2] Gudnason J, Cui Jing-jing, and Brookes M. HRR automatic target recognition from super-resolution scattering center features[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System*, 2009, 45(4): 1512-1524.
 - [3] Guo Xian-sheng, Wan Qun, Chan Chun-qi, et al. Source localization using a sparse representation framework to achieve super-resolution[J]. *Multidimensional System Signal Processing*, 2010, 21(2): 391-402.
 - [4] Sen S and Nehorai A. Sparsity-based multi-target tracking using OFDM radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(4): 1902-1906.
 - [5] Stocia P, Babu P, and Li Jian. New method of sparse parameter estimation in separable models and its use for spectral analysis of irregularly sampled data[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(1): 35-47.
 - [6] Hosen Mohimani G, Massoud Babaie-Zadeh, and Christian Jutten. A fast approach for overcomplete sparse decomposition based on smoothed l_0 norm[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(1): 289-301.
 - [7] Hyder M and Mahata K. An l_0 norm based method for frequency estimation from irregularly sampled data[C]. International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing(ICASSP), Dallas Texas USA, March 2010: 4022-4025.
 - [8] Joel A T. Greed is good: algorithmic results for sparse approximation[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2004, 50(10): 2231-2242.
 - [9] Chen S S, Donoho D L, and Saunders M A. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 1999, 20(1): 33-61.
 - [10] Mallat S and Zhang Z. Matching pursuit with time-frequency dictionary[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41(12): 3397-3415.
- 邱伟: 男, 1985年生, 博士生, 研究方向为高分辨雷达成像及自动目标识别。
- 赵宏钟: 男, 1971年生, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为雷达信号处理、高分辨雷达成像。
- 陈建军: 男, 1981年生, 博士生, 研究方向为雷达信号处理、目标特性分析和目标识别。
- 付强: 男, 1962年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为精确制导智能信息处理及系统设计。