## 频带合成超高分辨率机载 SAR 系统的相位误差校正

 张 梅<sup>\*102</sup>
 刘 畅<sup>1</sup>
 王岩飞<sup>1</sup>

 <sup>1</sup>(中国科学院电子学研究所 北京 100190)

 <sup>2</sup>(中国科学院研究生院 北京 100039)

**摘 要:**频带合成技术是实现机载合成孔径雷达距离向超高分辨率的有效途径,然而在实际频带合成系统中,相位 误差破坏了信号间的相干性,导致直接合成的结果严重恶化。该文在详细研究相位误差对频带合成影响的基础上, 提出一种直接从回波中提取相位误差的方法——改进的多项式相位变换方法(PPT),其用分数阶傅里叶变换(FRFT) 取代傅里叶变换(FT)作为 PPT 的变换核,降低了差分变换的阶数,减少了信噪比的损失,同时循环次数得以减半。 理论推导和实际数据验证了该方法的有效性,最终实现了优于 0.05 m 的距离向分辨率。

关键词: 合成孔径雷达; 距离向高分辨率; 频带合成; 通道误差; 分数阶傅里叶变换-多项式相位变换(FRFT-PPT) 方法

中图分类号: TN959.73 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2011)12-2813-06 **DOI**: 10.3724/SP.J.1146.2011.00361

# Channel Error Correction for Ultra-high Resolution Airborne SAR System with Synthetic Bandwidth

Zhang  $\mathrm{Mei}^{\mathbb{O} \otimes}$  Liu $\mathrm{Chang}^{\mathbb{O}}$  Wang Yan-fei $^{\mathbb{O}}$ 

<sup>①</sup>(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China) <sup>②</sup>(Graduate University of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

Abstract: Synthetic bandwidth technique provides an effective way to achieve the ultra high range resolution of airborne SAR. But in the real synthetic bandwidth system, the correlation is badly distorted by the phase error. If it is directly synthesized, the result will be seriously deteriorated. In this paper, based on the detailed research of the phase error, an improved Polynomial-Phase Transform (PPT) method is proposed to estimate the phase error from the echo directly. The Fourier Transform (FT) is replaced by the FRactional Fourier Transform (FRFT) in the new method, which can decrease the number of PT to reduce the SNR loss, and the circle amount is half. Theoretical analysis and the raw data prove the proposed approach is effective. Finally, the range resolution down to 0.05 m is obtained.

**Key words**: SAR; Ultra high range resolution; Synthetic bandwidth; Channel error; FRactional Fourier Transform-Polynomial-Phase Transform (FRFT-PPT) method

### 1 引言

频带合成<sup>[1,2]</sup>多通道技术有效地解决了合成孔径 雷达(SAR)系统中超宽带信号获取的技术难题,是 一种实现距离向超高分辨率的重要技术途径,广泛 应用于先进机载 SAR 系统<sup>[3,4]</sup>。目前关于频带合成技 术的研究<sup>[5,6]</sup>几乎都是假设子带信号是理想的 Chirp 信号,然而在实际中这是不可能的。在实际 SAR 系 统中, Chirp 信号通过系统各组成部分时不可避免 地出现各种畸变,子带信号以各自的中心频率进行 解调时会产生一个与载频和参考距离相关的随机相

中国科学院科技创新基金(053Z170138)资助课题

位,同时各频带之间存在同步性的差异,这些误差 必然会在子带信号中引入幅相失真,导致频带间的 相干性下降<sup>[7]</sup>,直接合成的结果会严重恶化。幅相失 真能否有效补偿成为能否有效合成的关键,文献[8] 提出了一种基于内定标信号的幅相误差校正方法, 文献[9]利用自聚焦算法(PGA)补偿回波中的相位误 差,这些方法都是针对单个通道提出的,并且PGA 算法不能补偿低阶相位误差,而低阶相位误差的补 偿在频带合成中是十分重要的。本文直接从回波数 据出发,另外提出了一种多通道相位误差校正方法, 这在频带合成技术中是首次尝试。

在实际系统中,利用增益控制系统能够有效补 偿幅度失真,所以本文的研究中不考虑幅度误差的

<sup>2011-04-14</sup> 收到, 2011-08-15 改回

<sup>\*</sup>通信作者: 张梅 zhangmei2011@gmail.com

影响。回波的相位部分可以利用高阶多项式进行一 致逼近<sup>[10]</sup>,从而可以借助多项式相位信号的参数估 计方法对相位误差进行估计[11]。多项式相位变换 (Polynomial-Phase Transform, PPT)<sup>[12]</sup>就是一种分 析幅度恒定多项式相位信号的有力工具,但是其需 要进行多次相位差分变换,而相位差分是非线性变 换,伴随着差分变换的进行,信噪比的损失十分严 重,并且随着循环的进行,误差会累计和放大<sup>[10]</sup>。 针对这一问题,本文提出了一种基于分数阶傅里叶 变换(FRactional Fourier Transform, FRFT)<sup>[13]</sup>的改 进 PPT 方法, 其利用 FRFT 取代傅里叶变换 (Fourier Transform, FT)作为 PPT 的变换核, 与传 统的 FT-PPT 方法相比, FRFT-PPT 方法具有如 下优势:其能够同时估计出二次和一次系数,降低 了差分变换的阶数,减少了信噪比的损失;并且循 环的次数得以减半。

本文首先对通道相位误差进行多项式建模,并 且分析了其对频带合成的影响,然后对 FRFT-PPT 方法进行详细推导,最后利用实际频带合成数据验 证了利用该方法补偿相位误差以后,SAR 图像的距 离分辨率优于 0.05 m<sup>1</sup>,达到国际领先水平。

### 2 频带合成与相位误差

### 2.1 频带合成

首先对"频带合成"SAR系统建模: 假设全宽 带 Chirp 信号中心频率  $f_c$ ,带宽  $B_r$ ,调频率为  $K_r$ 。 系统发射步进 Chirp 信号,步进数为 N (亦表示通道 数),假设子带信号之间没有重叠,那么子带宽  $b_r = B_r/N$ ,步进阶梯  $f_{step} = b_r$ ,子带信号的调频率 亦是  $K_r$ ,子带信号中心频率是

 $f_{cn} = f_c + (n - 1/2 - N/2)b_r, \ n = 1, 2, \cdots, N$  (1)

发射子信号:

$$s_n(t) = a\left(t/t_r\right)w(\cdot)\exp\left[j\pi K_r t^2\right]\exp\left[-j2\pi f_{cn}t\right]$$
(2)

其中 a(·) 表示发射信号包络,距离 r<sub>0</sub>处的散射体接收 到的回波信号以 f<sub>cn</sub>进行解调,得到

$$s_{rn}(t,r_0) = a \left( \frac{\tau - \frac{2R_{\tau}}{c}}{t_r} \right) \exp\left[ j\pi K_r \left( t - \frac{2R_{\tau}}{c} \right)^2 \right]$$
$$\cdot \exp\left[ -j\frac{4\pi}{c} f_{cn} R_{\tau} \right]$$
(3)

其中*t<sub>r</sub>*为脉宽, *R<sub>r</sub>*为距离方程。接收到的子信号进行相干合成, 从而间接获得超宽带信号。

### 2.2 相位误差对频带合成的影响

实际接收的信号中存在相位误差,假设实际接 收的子带信号为

$$\tilde{s}_{rn}(t,r_0) = s_{rn}(t,r_0) \exp[j\varphi_n(t)] \tag{4}$$

 $\varphi_n(t)$ 为引入的相位误差。为了分析其对频带合成的 影响时,利用高阶多项式对其进行一致逼近,表述 如下:

$$\varphi_n(t) = \sum_{m=0}^{\infty} a_{nm} \tau^m \tag{5}$$

进一步地写成

$$\varphi_n(t) = \varphi_{Hn}(t) + \varphi_{Ln}(t) \tag{6}$$

其中 $\varphi_{Hn}(t) = \sum_{m=2}^{\infty} a_m t^m$ 表示二阶及以上的相位误差,记为高阶相位误差,它导致各通道子脉冲不再是 Chirp 信号,产生畸变。

 $\varphi_{Ln}(t) = a_{n0} - a_1 t$ 表示常数及线性相位误差,记为低阶相位误差,其造成压缩后目标在距离向产生延迟,使得通道间的相干性下降。低阶相位误差对单通道成像没有影响,但是若要实现多通道回波相干合成,必须对低阶相位误差进行校正。

综上分析,在频带合成系统的相位误差校正中, 一方面需要进行高阶相位误差的补偿;另一方面作 为频带合成所特有的,必须校正通道间的低阶相位 误差。本文从回波数据出发,利用 FRFT-PPT 方法, 首先补偿各通道的高阶相位误差,然后完成通道间 低阶相位误差校正。

### 3 FRFT-PPT 方法补偿相位误差

### 3.1 分数阶傅里叶变换(FRFT)及 Chirp 信号的 FRFT

分数阶傅里叶变换(FRFT)的定义式如下:

$$X_{p}(u) = F^{p}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)K_{p}(t,u)dt \qquad (7)$$

核函数  

$$K_{p}(t,u) = \begin{cases} \sqrt{(1-j\cot(\alpha))}e^{j\pi(t^{2}\cot\alpha - 2ut\csc\alpha + u^{2}\cot\alpha)}, \\ \alpha \neq n\pi \\ \delta(t-u), \quad \alpha = 2n\pi \\ \delta(t+u), \quad \alpha = (2n\pm1)\pi \end{cases}$$
(8)

其中 $\alpha = p(\pi/2)$ , p为 FRFT 的阶数, 当p = 1时转 变为传统的 FT。对 Chirp 信号 $s(t) = \exp[j(\pi K_r t^2 + 2\pi f_0 t)]$ 做 FRFT, 信号的调频率 $\hat{K}_r$  和初始频率 $\hat{f}_0$ 同时具有如下关系:

$$\begin{aligned}
\widehat{K}_r &= -\cot(\alpha) \\
\widehat{f}_0 &= u \csc(\alpha)
\end{aligned}$$
(9)

α 是峰值对应的旋转角,从而利用 FRFT 可以同时 估计相位的二次和一次项系数。

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>习惯上SAR距离向理论分辨率计算公式为 $\rho_r = c/2B$ ,其对应的 功率下降约3.92 dB,当B = 3.2 GHz 时, $\rho_r = 0.0468$  m。然而, 本文中的距离分辨率是根据功率下降 3 dB计算,其对应的理论分 辨率 $\rho'_r = 0.0416$  m。

#### 3.2 多项式变换(PPT)

假设幅度恒定的多项式相位信号

$$p(t) = b_0 \exp\left[j\sum_{m=0}^{M} a_m t^m\right]$$
 (10)

PPT 的各阶算子定义如下:

一阶算子:

$$PT_1[p(t),\tau] = p(t) \tag{11}$$

二阶算子:

$$PT_2[p(t),\tau] = p(t)p^*(t-\tau)$$
(12)  
M 阶算子:

$$PT_{M}[p(t),\tau] = PT_{2}[PT_{M-1}[p(t),\tau],\tau]$$
$$= \prod_{q=0}^{M-1} [p^{*q}(t-q\tau)]^{\binom{M-1}{q}}$$
(13)

其中 $\binom{M}{q} = \frac{M!}{q!(M-q)!}$ ,式(13)将多项式相位信号转

变为谐波信号,且其频率与当前最高阶系数有关,通过 FT 即可得到该系数的估计值。

利用 PPT 估计多项式相位系数时有如下缺点:

(1)若要估计 $a_M$ 需要进行M-1次 $PT_2$ 算子运算, 信噪比损失严重;

(2)该方法每次仅能估计出一个系数值,运算效 率比较低。

### 3.3 改进的 FRFT-PPT 方法估计相位误差

由于利用 FRFT 可以估计相位的二阶系数,这 也就意味在估计 $a_M$ 时,仅需进行(M - 2)次  $PT_2$ 算 子运算,减少了信噪比的损失,提高了估计精度; 由于其可以同时估计二次项和一次项系数,从而使 得循环的次数减半。

M-1阶多项式变换表达式为(详细推导略)

 $PT_{M-1}[p(t),\tau] = b_0^{2^{M-1}} \exp\left[j(b_0 + b_1 t + b_2 t^2)\right]$ (14) 其各项系数为

$$b_2 = \frac{1}{2} a_M M! \tau^{M-2} \tag{15}$$

$$b_1 = a_{M-1}(M-1)! \tau^{M-2} - \frac{1}{2} a_M M! (M-2) \tau^{M-1}$$
 (16)

$$\begin{split} b_0 &= a_{M-2}(M-2)! \, \tau^{M-2} - \frac{1}{2} a_{M-1} \tau^{M-1}(M-2)(M-1)! \\ &+ a_M(-1)^M \, \tau^M \sum_{i=0}^{M-2} (-1)^q \binom{M-2}{q} q^M \end{split}$$

b。是与时间t无关的常数相位。

首先式(9)与式(15)结合,得到 $a_M$ 的估计值 $\hat{a}_M$ , 然后,式(9)与式(16)结合,同时将 $\hat{a}_M$ 代入,得到 $a_{M-1}$ 的估计值 $\hat{a}_{M-1}$ 。 实际中,最高阶数*M*往往是未知的,其可以通 过如下方法确定:取足够大阶数*Q*,对*p*(*t*)做*Q*阶 算子运算,然后做傅里叶变换,若结果没有峰值, 说明*Q* ≥ *M*;用*Q* = *Q* − 1,重复上述操作,直至 出现峰值,那么表明*M* = *Q* + 1。 $\tau$ 的取值是任意的, 但是在实际中 $\tau$ 的取值会影响到参数估计的精度, 文献[12]给出了在不同的*M*值下, $\tau$ 的最佳取值。

利用 FRFT-PPT 方法估计多通道误差的流程 如下:

首先分别对各子带信号进行如下(1)-(4)操作, 在时域完成各通道高阶相位误差的补偿。

(1)初始化: 令m = M,  $p_n^{(m)}(t) = p_n(t)$ ;

(2) m-1阶多项式变换:  $PT_{m-1}[p_n^{(m)}(t), \tau];$ 

(3)分数阶傅里叶变换:  $F^{p}\{PT_{m-1}[p_{n}(t),\tau]\}$ ,在 分数阶域搜索峰值,其对应的旋转角度 $\alpha_{0}$ 和位置 $u_{0}$ ,结合式(10),式(15),式(16)得到

$$\hat{a}_m = -\pi \frac{2 \cot \alpha_0}{m! \tau^{M-2}} \tag{18}$$

$$\hat{a}_{m-1} = \frac{2\pi u \csc(\alpha) - \frac{1}{2} \hat{a}_M m! (m-2) \tau^{m-1}}{(m-1)! \tau^{m-2}} \quad (19)$$

(5)接下来补偿通道间的低阶相位误差,实际中,我们仅需要将各通道的低阶相位校正到相对一致即可,首先选择一个通道作为基准通道,调整其它通道的低阶相位,使得它们与基准通道相一致。由于已经补偿了高阶相位误差,各通道调频率均为 $K_r$ ,取 $\alpha = - \cot^{-1}(K_r)$ ,

$$X_{n\alpha}(u) = F^{p}\{p_{n}^{(2)}(t)\}$$
(20)

选择通道 k 为基准通道,在分数阶域,将基准 通道与其余通道分别做幅度相关,

$$R_{n\alpha}(u) = E[|X_{n\alpha}(u)|, |X_{k\alpha}(u)|]$$
(21)

在 $u = \Delta u_{nk}$ 位置处,  $R_{n\alpha}(u)$ 取到最大值,此时 相对时间延迟误差为 $\Delta t_{nk} = \Delta u_{nk}/\cos(\alpha) \circ X_{n\alpha}(u)$ 峰值处的相位为 $\varphi_{n0}$ ,定义 $\theta_{nk}$ 表示相对常数相位因 子,从而有

$$\theta_{nk} = \varphi_{k0} - \varphi_{n0} \tag{22}$$

最后在频域完成低阶相位误差的校正:

(17)

 $p_{nc}(t) = F^{-1}[F^{1}[p_{n}^{(2)}] \times (\exp(j2\pi f \Delta \hat{t}_{nk}) \times \exp(j\theta_{nk})]$  (23) 至此完成了各阶相位误差的补偿,合成后得到了相 干性能很好的超宽带信号。图 1 给出了通道误差补 偿和频带合成的综合流程图。



图1通道误差补偿及频带合成

### 4 实际数据验证

中国科学院电子学研究所研制的机载超高分辨率合成孔径雷达(SAR)系统采用 8 个并行的接收通道,工作在 Ku 波段,子带带宽(频率步长)为 400 MHz,子带脉宽为1 µs,系统工作于正侧视模式,基准通道为 5。该系统设计了 3.2 GHz 的超大带宽,理论上能够获得优于 0.05 m 的距离向分辨率,但是由于通道误差的存在,合成后超宽带信号严重恶化,

必须进行补偿。下面利用本文提到的方法对其加以 校正。通过分析,  $M \ge 5$ 的误差可以忽略, 从而最 高阶数 M = 4, 此时 $\tau = 0.5t_r$ 。

以通道 5 数据为例,首先补偿各通道的 $\varphi_{Hn}(t)$ 。 图 2 为 $\varphi_{Hn}(t)$ 补偿前后的对比图,图 2(a)是补偿之 前压缩得到的点目标扩展函数,图 2(b)是使用传统 的 FT-PPT 与本文的 FRFT-PPT 补偿之后得到的 点目标扩展函数的对比结果,由此可见,与 FT-PPT 方法相比,利用本文提出的 FRFT-PPT 方法,旁瓣 下降,能够更加有效地消除 $\varphi_{Hn}(t)$  对回波的影响。

下面以通道 4 和通道 5 的数据为例,补偿通道 间的  $\varphi_{Ln}(t)$ ,图 3 给出了补偿前后对频带合成的影 响。图 3(a)中显示了直接合成压缩得到的结果,可 见目标出现双峰,旁瓣幅度升高;图 3(b)给出了传 统 FT-PPT 方法和本文 FRFT-PPT 方法校正  $\varphi_{Ln}(t)$ 的对比结果,由此可见,利用 FRFT-PPT 方 法补偿  $\varphi_{Ln}(t)$ 后进行相干合成,压缩得到的目标距 离向旁瓣更低,距离向分辨率为单通道的一半。

表 1 给出了两通道回波数据在补偿前后脉冲压 缩的距离向的积分旁瓣比、峰值旁瓣比以及分辨率 的对照结果。由此可知,利用本文提出的方法进行 通道误差补偿后,子带信号的相干性得到明显的增 强,系统指标得到显著提高。



图 3 双通道低阶相位误差补偿

表1 相位误差补偿前后的指标对照结果(矩形窗)

指标	直接合成	FT-PPT 补偿	FRFT-PPT 补偿
峰值旁瓣比 (dB)	-5.296	-10.240	-11.782
积分旁瓣比 (dB)	-3.505	-6.553	-8.028
分辨率(m)	0.336	0.182	0.168

图 4 中给出了利用 FRFT-PPT 补偿之后, 1 个通道、2个通道、4个通道以及8个通道的SAR

图像。从中可以看出,距离向分辨率随着通道个数 的增加而逐渐提高(纵向为距离向)。当加窗类型为 矩形窗时,频带合成后的距离向分辨率为 0.042 m, 1.4倍 hamming 窗加权时,距离向分辨率为0.061 m。

### 5 结束语

本文详细研究了多通道相位误差对频带合成的 影响,并且针对这一问题,提出了一种 FRFT-PPT 方法进行补偿,该方法充分利用了分数阶傅里叶变 换的优点,提高了补偿精度,将该方法应用于实际 数据处理系统,具有重要的实际意义。



(b) 2 个频带 (0.167 m)



(c) 4 个频带 (0.084 m)

(d) 8 个频带 (0.043 m)

图 4 多通道合成 SAR 图像

### 参考文献

- [1] Berens P. SAR with ultra-high range resolution using synthetic bandwidth. Proceedings of IGARSS'99, Wachtberg, Germany, 1999, Vol.3: 1752-1754.
- [2]Yang Jun-gang, Huang Xiao-tao, An Dao-xiang, et al. Synthetic bandwidth method for SAR in deramp-on-receive mode. 2nd Asian-Pacific Conference on Synthetic Aperture Radar, Xi'an, 2009: 439-442.
- Cantalloube H M J and Dubois-Fernandez P. Airborne [3] X-band SAR imaging with 10 cm resolution-technical challenge and preliminary results. Proceedings of IGARSS'03, Palaiseau, France, 2003: 185-187.
- Brenner A R and Roessing L. Radar imaging of urban areas [4]by means of very high-resolution SAR and interferometric SAR. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2008, 46(10): 2971-2982.

白霞, 袁运能, 孙进平, 等. 0.1 米分辨率机载 SAR 系统的带 [5]

宽实现和成像算法研究. 电子学报, 2007, 35(9): 1622-1629. Bai Xia, Yuan Yun-neng, Sun Jin-ping, *et al.*. Airborne SAR imaging with 0.1 m resolution: bandwidth management and image formation. *Acta Electronica Sinica*, 2007, 35(9): 1622-1629.

- [6] 彭岁阳,卢大威,张军,等. 基于合成带宽技术提高距离分辨率的新方法.系统工程与电子技术,2010,32(2):235-238.
  Peng Sui-yang, Lu Da-wei, Zhang Jun, et al.. New method for increasing the range resolution based on synthesized bandwidth technique. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(2): 235-238.
- [7] 尹方始,朱力.基于雷达多通道接收机的合成方法研究. 微型 机与应用, 2010, 29(11): 70-73.

Yin Fang-shi and Zhu Li. Research on the synthesis methods of wideband signal based on the multi-channel receiver of radar. *Microcomputer & Its Applications*, 2010, 29(11): 70–73.

 [8] 矫伟,梁兴东,丁赤飚.基于内定标信号的合成孔径雷达系统 幅相误差的提取和校正.电子与信息学报,2005,27(12): 1883-1886.

Jiao Wei, Liang Xing-dong, and Ding Chi-biao. Extraction and correction of SAR amplitude and phase errors based on internal calibration signal. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2005, 27(12): 1883–1886.

 [9] 黄立胜,王贞松,徐永建.用 SAR 原始数据对雷达脉冲信号 失真的校正.电子与信息学报,2002,24(11):1641-1647.
 Huang Li-sheng, Wang Zhen-song, and Xu Yong-jian. Chirp error compensation using SAR raw data. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2002, 24(11): 1641–1647.

- [10] 张雯雯,司锡才. 一种新的 mc-PPS 瞬时频率变化率的估计. 电子与信息学报,2008,30(12):2881-2885.
  Zhang Wen-wen and Si Xi-cai. A new estimation method of instantaneous frequency rate for multicomponent polynomial phase signal. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(12): 2881-2885.
- [11] Pham D S and Zoubir A M. Analysis of multicomponent polynomial phase signals. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(1): 56–65.
- [12] Peleg S and Friedlander B. The discrete polynomial-phase transform. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(8): 1901–1914.
- [13] Almeida L B. The fractional Fourier transform and time-frequency representations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(11): 3084–3091.
- 张 梅: 女,1983 年生,博士生,研究方向为机载超高分辨率 SAR 信号处理.
- 刘 畅: 男,1978年生,副研究员,研究方向为机载超高分辨率 SAR系统设计和信号处理等.
- 王岩飞: 男,1963年生,研究员,博士生导师,研究方向为机载 超高分辨率 SAR 系统设计和信号处理等.