

基于压缩感知理论的多普勒解模糊处理

张玉玺^① 孙进平*^① 张冰尘^② 洪文^②

^①(北京航空航天大学电子信息工程学院 北京 100191)

^②(中国科学院电子学研究所微波成像技术国家重点实验室 北京 100190)

摘要: 多目标的多普勒解模糊处理是低脉冲重复频率(PRF)雷达的关键技术之一, 论文提出一种新的基于压缩感知(CS)理论的多普勒解模糊处理方法, 利用多重 PRF 方式下相参处理间隔内的时域欠采样特性及多普勒频谱的稀疏特性, 构造了多普勒解模糊的 CS 模型, 采用正交匹配追踪(OMP)算法直接估计出无模糊多普勒谱的幅度响应, 可实现 PRF 分组参差方式下对多个目标的解多普勒模糊处理, 仿真结果验证了算法的有效性。

关键词: 脉冲多普勒雷达; 压缩感知; 解模糊; 多重重复频率

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)09-2103-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.00073

Doppler Ambiguity Resolution Based on Compressive Sensing Theory

Zhang Yu-xi^① Sun Jin-ping^① Zhang Bing-chen^② Hong Wen^②

^①(School of Electronic and Information Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

^②(National Key Lab of MW Imaging Technology, Institute of Electronics,
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: Multiple target Doppler ambiguity resolution is one of key processing techniques for low Pulse Repetition Frequency (PRF) radar. A new Doppler ambiguity resolution approach based on Compressive Sensing (CS) theory is presented. Making use of the characteristic of under sampling in the time domain during the Coherent Processing Interval (CPI) and the sparsity of Doppler spectrum of multiple PRF system, the CS model of Doppler ambiguity resolution is constructed and the Orthogonal Matching Pursuit (OMP) algorithm is adopted to estimate directly the response of Doppler spectrum without ambiguity. The method is validated through simulation results of resolving Doppler ambiguity in multiple target situations for grouping staggered multiple PRF radar system.

Key words: Pulse Doppler radar; Compressive Sensing (CS); Ambiguity resolution; Multiple PRF

1 引言

脉冲多普勒(PD) 技术具有良好的杂波抑制性能, 在雷达尤其在机载雷达上得到了广泛的应用^[1,2]。根据不同的需求, PD 雷达可采用低重复频率、中重复频率和高重复频率的工作方式。其中低重复频率方式下没有距离模糊, 但对空中目标一般都存在严重的多普勒(速度)模糊。地面和舰载远程雷达在探测时为获得可靠的目标距离测量值, 普遍采用低重复频率方式, 机载 PD 雷达在上视情况下也通常采用低重复频率方式。为得到较为准确的目标径向速度测量值, 低重复频率雷达需要进行多普勒解模糊处理, 以扩大测速的不模糊范围。此外, 对于低重

复频率的动目标指示(MTI)或 PD 雷达, 位于杂波多普勒频率处的滤波器凹口具有一定的宽度, 会因多普勒模糊而造成周期性的盲速区域, 从而对目标检测性能产生大的影响^[2-4]。低重复频率雷达一般采用多重 PRF 参差的方式以克服盲速问题, 如果采用脉组参差方式, 则可以根据同一目标在不同 PRF 下的视在多普勒频率模糊值进行解模糊处理。目前常用的解模糊方法基于中国余数定理(Chinese Remainder Theorem, CRT), 基本 CRT 方法的一个严重问题是它对噪声误差的极度敏感, 实际采用的解模糊方法都是考虑误差后的改进 CRT 方法^[3,4], 如 Trunk 等人^[5,6]提出的聚类方法或其改进形式。这些方法所存在的一个共同缺陷是, 对 N 个目标的解模糊, 需要至少 $N+1$ 种不同的 PRF 值, 且要求每个目标在至少 $N+1$ 种 PRF 下都是可检测的。

本文提出一种新的基于压缩感知(CS)理论的多普勒解模糊处理方法^[7-11], 利用多重 PRF 方式下相

2011-01-20 收到, 2011-05-17 改回

国家 973 计划项目(2010CB731903)和国家自然科学基金(60901056, 61072112)资助课题

*通信作者: 孙进平 sunjinping@buaa.edu.cn

参处理间隔内的时域欠采样特性及多普勒频谱的稀疏特性,构造了多普勒解模糊的CS模型,并采用正交匹配追踪(OMP)重建算法直接估计无模糊多普勒谱的幅度响应,可以有效实现PRF分组参差方式下对多个目标的解多普勒模糊处理。

2 多重PRF的时域欠采样模型

PRF是脉冲体制雷达波形的关键参数,对给定的PRF值 f_R ,不模糊距离和不模糊径向速度分别为

$$R_u = c/(2f_R), \quad v_u = \lambda f_R/2 \quad (1)$$

其中 c 为光速, λ 为波长。对低重复频率雷达,需要采用较小的PRF值以满足不模糊距离 R_u 超出雷达最大作用距离的条件,但小的PRF值将使得不模糊径向速度 v_u 远小于目标实际径向速度,造成多普勒模糊和盲速现象。低重复频率雷达需要采用多重PRF参差的方式克服盲速问题,并通过解模糊处理扩大测速的不模糊范围。对相参处理脉冲数较多的PD雷达,一般采用脉组参差方式。以两重PRF为例,脉组参差方式的脉冲采样时序如图1所示。即在一个子相参处理期(CPI)内以某一重复频率 $f_R(1)$ 发射 L 个脉冲,接着以不同的重复频率 $f_R(2)$ 发射第2个子CPI的 L 个脉冲,再重复以 $f_R(1)$ 发射。雷达分别先在每个子CPI上进行多普勒处理和目标检测,再结合每个子CPI上的检测结果进行多普勒解模糊处理。

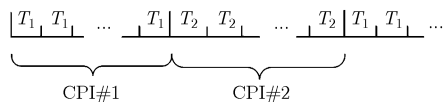


图1 两重PRF的脉组参差方式

多重重复频率雷达各PRF的取值原理上应满足互质条件,实际中需要根据系统可选择参数和特定应用所要求的目标多普勒范围,通过绘制多普勒盲区图进行确认^[2]。假定雷达所采用的 Q 重PRF值分别为 $f_R(q)$, $q=0,1,\dots,Q-1$,所对应脉冲采样间隔为

$$T(q) = \frac{1}{f_R(q)}, \quad q=0,1,\dots,Q-1 \quad (2)$$

对总的相参处理期内的 M 个连续脉冲采样,可计算出每个脉冲采样所对应的取样时刻。对于上述脉组参差方式,设每个子CPI的脉冲数为 L ,以重复频率 $f_R(0)$ 发射时的第1个脉冲为起始脉冲,则每个脉冲采样所对应的取样时刻为

$$t_m = \sum_{i=0}^m T(\text{int}(i/L) \bmod(Q)), \quad m=0,1,\dots,M-1 \quad (3)$$

其中 $\text{int}(x)$ 为取 x 的整数部分,令 $j = \text{int}(i/Q)$,则

$$j \bmod(Q) = j - \text{int}(j/Q) \cdot Q \quad (4)$$

为 j 整除 Q 后的余数。

根据式(3),由上述总的相参处理期的 $M(M \geq Q \cdot L)$ 个脉冲采样构成的时间序列 $y(t_0), y(t_1), \dots, y(t_{M-1})$,在时域具有非均匀采样的特性,以向量形式表示为

$$\mathbf{y} = [y(t_0) \ y(t_1) \ \dots \ y(t_{M-1})]^T \quad (5)$$

对低重复频率雷达,设目标可能的最大多普勒频率为 $f_{d\max}$,对每一重复频率的PRF值,都有 $f_R(q) \ll f_{d\max}$,且 Q 个PRF值能够保证在区间 $0 \sim f_{d\max}$ 内无多普勒盲区。

如果对时间范围 $t_0 \sim t_{M-1}$ 内的信号进行等间隔采样,即只采用一重PRF,要得到 $0 \sim f_{d\max}$ 区间上的无模糊多普勒频谱,根据Nyquist采样定理,要求该PRF值 $f_R \geq f_{d\max}$,即在时间范围 $t_0 \sim t_{M-1}$ 内,对 $y(t)$ 的全采样数要求为

$$N \geq (t_{M-1} - t_0) f_{d\max} \quad (6)$$

由于 $f_R(q) \ll f_{d\max}$,故 $N \gg M$ 。在全采样情况下,假定 $0 \sim f_{d\max}$ 范围上的多普勒频谱响应为

$$\mathbf{s} = [s(f_0) \ s(f_1) \ \dots \ s(f_{N-1})]^T \quad (7)$$

频率取样位置 f_0, f_1, \dots, f_{M-1} 在区间 $0 \sim f_{d\max}$ 上等间隔分布。多普勒频率间隔即多普勒门宽度为

$$\Delta f \approx f_{d\max}/N \quad (8)$$

对式(7)进行逆傅里叶变换,即可得到全采样条件下的长度为 N 的时域采样序列

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}^H \mathbf{s} \quad (9)$$

其中 \mathbf{F} 为 $N \times N$ 维的傅里叶变换矩阵。

因此克服目标多普勒盲区及目标的多普勒解模糊处理,可以转换为如下问题的求解:如何由非均匀严重欠采样的时间序列 \mathbf{y} ,无模糊地得到 $0 \sim f_{d\max}$ 范围上的多普勒频谱响应 \mathbf{s} 。

3 多普勒解模糊的CS模型

根据Donoho^[7],Candès等人^[8]和Elad^[9]提出的压缩感知理论,如果长度为 N 的信号 \mathbf{x} 在某组正交基或紧框架 Ψ 上的变换系数是稀疏的,则可用一个与变换基不相关的 $M \times N(M \ll N)$ 维观测矩阵 Φ 对 \mathbf{x} 进行线性投影变换,得到长度为 M 的观测采样 \mathbf{y} 。那么就可以利用优化求解方法由 \mathbf{y} 精确或高概率地重构出原始信号 \mathbf{x} 。即对 $N \times N$ 维基矩阵 $\Psi = \{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N\}$,信号 \mathbf{x} 可表示为

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^N \mathbf{s}_i \psi_i \quad \text{或} \quad \mathbf{x} = \Psi \mathbf{s} \quad (10)$$

其中 \mathbf{s} 是 \mathbf{x} 的展开系数构成的 $N \times 1$ 维列向量, 且 $s_i = \langle \mathbf{x}, \psi_i \rangle$ 。如果 \mathbf{s} 中只有 K 个非零(或绝对值较大)的系数, 而其他 $N - K$ 个系数都为零(或绝对值很小), 则称信号 \mathbf{x} 是 K -稀疏的。对 \mathbf{x} 线性投影变换后长度为 M 的观测采样

$$\mathbf{y} = \Phi \Psi \mathbf{s} = \mathbf{A} \mathbf{s} \quad (11)$$

其中 $\mathbf{A} = \Phi \Psi$ 称为 CS 矩阵。由于观测数量 M 远小于信号长度 N , 所以直接由观测数据 \mathbf{y} 重构 \mathbf{x} 的线性方程是欠定的, CS 理论证明当矩阵 \mathbf{A} 具有如下限制等距性质(RIP)时^[10, 11], \mathbf{s} 能够以很大的概率由观测数据 \mathbf{y} 精确重构, 并由 $\mathbf{x} = \Psi \mathbf{s}$ 重构出信号 \mathbf{x} 。

定义矩阵 \mathbf{A} 的限制等距常量(Restricted Isometry Constant RIC) δ_K 为满足式(12)的最小值^[11]

$$1 - \delta_K \leq \frac{\|\mathbf{A} \mathbf{s}\|_2^2}{\|\mathbf{s}\|_2^2} \leq 1 + \delta_K \quad (12)$$

其中 \mathbf{s} 为任意 K -稀疏向量。如果 $\delta_K < 1$, 称矩阵 \mathbf{A} 满足 K 阶 RIP, 此时矩阵可近似地保证 K -稀疏信号 \mathbf{s} 的欧氏距离不变, 这意味着 \mathbf{s} 不可能在 \mathbf{A} 的零空间中(否则 \mathbf{s} 将有无穷多解)。文献[11]进一步证明, 对式(12)中的 \mathbf{A} , 如果满足

$$\delta_{2K} < \sqrt{2} - 1 \quad (13)$$

则能够实现对 K -稀疏信号 \mathbf{s} 的无失真恢复。RIP 的一个等价描述是矩阵 \mathbf{A} 的所有 K 列子向量集几乎正交(矩阵的列比行多, 因此矩阵的列不会严格正交)。研究表明对常用的大多数固定正交基 Ψ , 由满足独立同分布(IID)的伯努利或高斯随机变量构成的观测矩阵 Φ , 所得到矩阵 $\mathbf{A} = \Phi \Psi$ 满足 RIP 条件, 是目前压缩感知处理中常采用的观测矩阵。

CS 信号重构算法即是求解满足 $\mathbf{y} = \mathbf{A} \mathbf{s}$ 的最稀疏解, 此问题可转化为如下的 ℓ_1 优化问题

$$\min \|\mathbf{s}\|_{\ell_1}, \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{y} = \mathbf{A} \mathbf{s} \quad (14)$$

在考虑噪声的情况下, 需要引入 ℓ_2 范数约束条件

$$\min \|\mathbf{s}\|_{\ell_1}, \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{y} - \mathbf{A} \mathbf{s}\|_{\ell_2} \leq \varepsilon \quad (15)$$

其中 ε 为噪声门限, 可利用很多成熟的凸优化算法对上述问题进行求解。目前为止出现的 CS 重构算法已有很多, 其中包括迭代贪婪算法^[12], 如基追踪(BP)、正交匹配追踪(OMP)、多级式正交匹配追踪(StOMP)和正则化正交匹配追踪(ROMP)等算法。

基于 CS 理论进行多普勒解模糊处理, 依据是低重复频率雷达单个距离门上的目标数非常有限, 因而式(5)的非均匀采样时间序列 \mathbf{y} 所对应多普勒频谱响应具有显著的稀疏特征。将式(7)的频谱响应简记为 $\mathbf{s} = [s_0 \ s_1 \ \dots \ s_{N-1}]^T$, 其中 $s_m = s(f_m)$, $m = 0, 1, \dots, N-1$ 为多普勒 f_m 处的频谱响应, 可认为向量 \mathbf{s}

是 K -稀疏的, 这里 K 为目标数。

由雷达系统所选定的各 PRF 值、目标多普勒频率范围、总的相参处理期内的脉冲采样数 M , 根据式(3)确定时域脉冲采样时刻 t_m , $m = 0, 1, \dots, M-1$, 并根据式(6)和式(8)确定出多普勒频率抽样位置 f_n , $n = 0, 1, \dots, N-1$ 后, 可直接得到解模糊处理所对应的 CS 矩阵

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} e^{j2\pi f_0 t_0} & e^{j2\pi f_1 t_0} & \dots & e^{j2\pi f_{N-1} t_0} \\ e^{j2\pi f_0 t_1} & e^{j2\pi f_1 t_1} & \dots & e^{j2\pi f_{N-1} t_1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j2\pi f_0 t_{M-1}} & e^{j2\pi f_1 t_{M-1}} & \dots & e^{j2\pi f_{N-1} t_{M-1}} \end{bmatrix} \quad (16)$$

对应的基矩阵和观测矩阵分别为

$$\Psi = \mathbf{F}^H, \quad \Phi = \mathbf{A} \Psi^H = \mathbf{A} \mathbf{F} \quad (17)$$

由于式(16)所示多普勒解模糊中所用 CS 矩阵 \mathbf{A} 是确定矩阵, 验证其是否满足 RIP 需要测试 C_N^K 种组合, 是 NP 难问题。本文采用随机测试的方式, 即足够多次(如 $10 \times K \times N$ 次)地随机产生 K -稀疏信号 \mathbf{s} , 计算测试值

$$\gamma = \frac{\|\mathbf{A} \mathbf{s}\|_2^2}{\|\mathbf{s}\|_2^2} - 1 \quad (18)$$

并将所有结果中 $|\gamma|$ 的最大值做为该矩阵的 RIC 值 δ_K 的近似值。

对式(15)优化问题的求解, 本文采用 OMP 算法, 该算法通过局部最优化依次从大到小找到 \mathbf{s} 的各非零系数, 在限定目标数 K 之后, 可减小迭代次数以提高计算效率^[13]。

4 仿真验证

对低重复频率雷达脉组参差方式, 仿真所采用的两种 PRF 值分别为 $f_R(0) = 1100$ Hz 及 $f_R(1) = 909$ Hz; 每种 PRF 发射的子 CPI 脉冲数为 32, 总相参处理时间内的脉冲数为 $M = 64$, 每个脉冲采样所对应的取样时刻 t_m 按式(3)计算; 设计目标多普勒频率范围为 $0 \sim 15$ kHz, 通过绘制多普勒盲区图, 可以证明采用上述两种 PRF 值, 在目标多普勒频率范围内不含盲区。仿真信号包含 3 个目标, 多普勒频率分别为 $f_t(1) = 2.4$ kHz; $f_t(2) = 6.8$ kHz; $f_t(3) = 11.35$ kHz, 并设置不同的目标多普勒信号幅度, 如下式所示。

$$y(t_m) = 0.8 \exp(j2\pi f_t(1)t_m) + 1.0 \exp(j2\pi f_t(2)t_m) + 1.2 \exp(j2\pi f_t(3)t_m) + w(t_m) \quad (19)$$

其中噪声分量 $w(t_m)$ 为零均值复高斯白噪声序列, 实部和虚部的标准差 $\sigma = 0.4$ 。可计算出每个目标分量的信噪比分别为 $\text{SNR}_1 = 3.01$ dB; $\text{SNR}_2 = 4.95$ dB; $\text{SNR}_3 = 6.53$ dB。

基于常规 FFT 方法所得到每个子 CPI 数据的

多普勒谱如图 2 所示，其中图 2(a)是以重复频率 $f_R(0) = 1100$ Hz 所发射 32 个脉冲数据的分析结果，图 2(b)是以重复频率 $f_R(1) = 909$ Hz 所发射 32 个脉冲数据的分析结果。对所选择的目标多普勒频率，目标 1 和目标 2 在图 2(a)上的视在多普勒频率混淆在同一多普勒门上，目标 2 和目标 3 在图 2(b)上的视在多普勒频率也混淆在同一多普勒门上，因此对单个子 CPI 的处理不仅无法解多普勒模糊，也不能正确检测到 3 个目标。

采用本文上述基于压缩感知理论的多普勒解模糊处理，根据式(6)和式(8)设置多普勒门宽度 $\Delta f = 10$ Hz，频率抽样数 $M = 1500$ 。按式(16)构造 CS 矩阵 \mathbf{A} ，对不同 K -稀疏情况下的 RIP 属性验证结果如图 3 所示，随机验证次数为 $10 \times K \times N$ 次，RIC 近似值按式(18)计算。根据图 3 的结果，解模糊处理中所用的确定型 CS 矩阵 \mathbf{A} 具有 RIP 属性，因而可以保证对多普勒谱 \mathbf{s} 的有效估计。

在多普勒频率范围 $0 \sim 15$ kHz 上，采用 OMP 算法对一次样本实现进行处理，所估计出的无模糊多普勒频谱如图 4 所示，由该结果可以对 3 个目标实现正确的检测，同时对目标多普勒频率的估计精度可以控制在 $\Delta f = 10$ Hz 的范围之内。

与全采样条件下用 FFT 所得多普勒频谱不同，图 4 中噪声分量也表现为明显的稀疏性，这是含噪情况下 CS 处理的特点^[11]。

目前 CS 重构算法的一个主要限制是对输入信噪比的要求较高^[11]，在保持其他仿真参数不变的情况下，设置噪声分量实部和虚部的标准差 $\sigma = 1.0$ ，对应每个目标分量的信噪比分别为 $SNR_1 = -4.95$ dB； $SNR_2 = -3.01$ dB； $SNR_3 = -1.43$ dB，采用 OMP 算法对一次样本实现进行处理，所估计出的无模糊多普勒频谱如图 5 所示，可以看出此时的多普勒频谱存在严重的失真，无法实现有效的解模糊。

5 结论

针对低脉冲重复频率雷达的多普勒解模糊问题，本文提出了一种新的基于压缩感知理论的多普勒解模糊处理方法，分析了多重 PRF 方式下相参处理间隔内的时域欠采样特性及多普勒频谱的稀疏特性，构造了多普勒解模糊的 CS 模型，并由 OMP 算法直接估计出无模糊多普勒谱的幅度响应，可实现 PRF 分组参差方式下对多个目标的解多普勒模糊处理，对低重复频率雷达系统的目标检测和参数估计处理具有一定的参考价值。该方法的缺点是信噪比要求较高，因而目前只能适用于机载雷达上视模式，以及地基或舰载雷达，即无杂波影响或杂波谱足够窄的情况。对于机载下视 LPRF 模式，如杂波谱占较多的多普勒频率范围，则频率的稀疏性是无法保证的，此时文中方法的应用将受到限制。

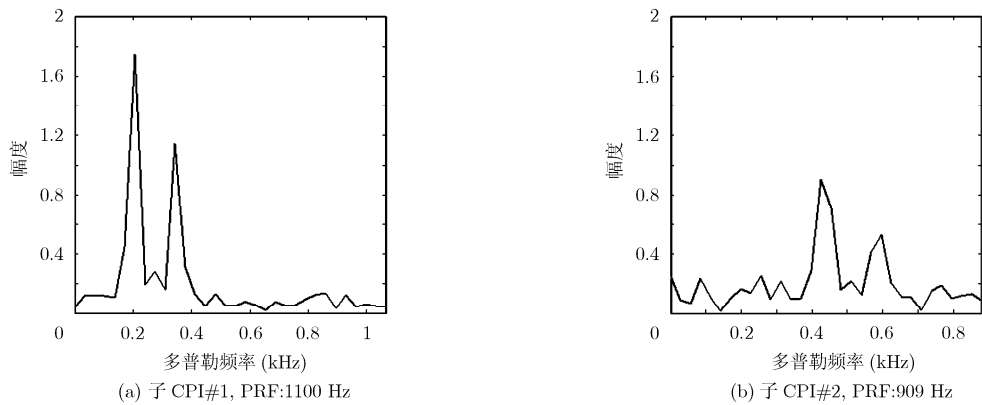


图 2 基于 FFT 分析的子 CPI 多普勒谱

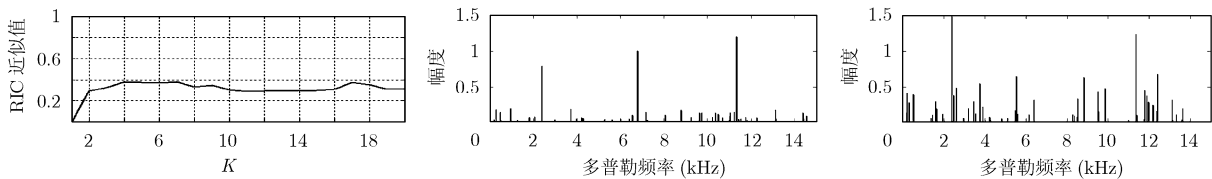


图 3 不同 K -稀疏情况下 CS 矩阵的 RIC 近似值

图 4 采用 CS 算法得到的无模糊多普勒谱

图 5 低信噪比条件下 CS 算法得到的无模糊多普勒谱

参考文献

- [1] 毛士艺, 张瑞生, 许伟武, 等. 脉冲多普勒雷达[M]. 北京: 国防工业出版社, 1992: 90-99.
Mao Shi-yi, Zhang Rui-heng, Xu Wei-wu, *et al.* Pulsed Doppler Radar [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1992: 90-99.
- [2] Morris G and Harkness L. Airborne Pulsed Doppler Radar [M]. 2nd Ed. Norwood, MA: Artech House, Inc., 1996: 105-108.
- [3] Skolink M I. Radar Handbook [M]. 3rd Ed., New York: McGraw-Hill, 2008: 58-68.
- [4] Richards M A. Fundamentals of Radar Signal Processing [M]. New York: McGraw-Hill, 2005: 141-154.
- [5] Trunk G and Brockett S. Range and velocity ambiguity resolution [C]. IEEE National Radar Conference, Massachusetts, USA, 1993: 146-149.
- [6] Trunk G and Kim M W. Ambiguity resolution of multiple targets using pulse-Doppler waveforms [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1994, 30(4): 1130-1137.
- [7] Donoho D L. Compressed Sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [8] Candès E, Romberg J, and Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489-509.
- [9] Elad M. Optimized projections for compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(12): 5695-5702.
- [10] Baraniuk R. A lecture on compressive sensing [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(4): 118-121.
- [11] Candès E and Wakin M. An introduction to compressive sampling [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 21-30.
- [12] Tropp J A. Greedy is good: algorithmic results for sparse approximation [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2004, 50(10): 2231-2242.
- [13] Pati Y C, Rezaifar R, and Krishnaprasad P S. Orthogonal matching pursuits: recursive function approximation with applications to wavelet decomposition [C]. Proceedings of the 27th Asilomar Conference in Signals, Systems, and Computers, Pacific Grove, California, USA, 1993: 40-44.
- 张玉玺: 男, 1985年生, 博士生, 研究方向为雷达信号处理、压缩感知、目标自动识别、信号实时处理等研究。
- 孙进平: 男, 1975年生, 副教授, 研究方向为高分辨率雷达信号处理、通信及图像中的模式识别、压缩感知、稀疏微波成像等方面的研究。
- 张冰尘: 男, 1973年生, 研究员, 研究方向为雷达系统与雷达信号处理。
- 洪文: 女, 1968年生, 研究员, 研究方向为雷达信号处理理论、微波成像算法、微波遥感图像理解及其应用。