

激光多普勒测速雷达高精度频率估计综合算法

杨德钊* 欧攀 林志立 宋凝芳

(北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院 北京 100191)

摘要:为实现对目标速度的高精度测量,该文搭建了激光多普勒测速雷达系统,并对其频率估计算法进行了研究。对基于自相关运算的频率估计算法进行了改进,使其性能达到了最优,并结合 Quinn 算法的特点,提出了一种对信噪比具备自适应性的频率估计综合算法。Monte Carlo 模拟仿真和圆形转台测速实验结果表明:新算法具有更优的性能,且采用该算法后,系统速度的均方根误差小于 2 mm/s,相对误差优于 0.06%,实验结果与理论分析和仿真结果一致。

关键词:激光多普勒测速雷达;频率估计;自相关;信噪比

中图分类号:TN958.98

文献标识码:A

章编号:1009-5896(2011)07-1689-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.01373

High-accuracy Frequency Estimation Synthetic Algorithm in Laser Doppler Velocity Radar

Yang De-zhao Ou Pan Lin Zhi-li Song Ning-fang

(School of Instrument Science and Opto-electronics Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: In order to achieve high accurate measurement of object's velocity, a laser Doppler velocity radar system is established and the frequency estimation algorithm is investigated. The frequency estimation method based on autocorrelation operation is improved and the best performance of it is obtained. A new frequency estimation synthetic algorithm based on the Quinn and improved autocorrelation algorithms is propounded, which is adaptive to the Signal-Noise Ratio (SNR). Monte Carlo simulation and rotating cylinder experiment are carried out, and the experimental results indicate that the new algorithm is better than the methods previously reported. The root-mean-square error of the system is smaller than 2 mm/s and the relative error is less than 0.06% while utilizing the new algorithm. The experimental results are consistent with the analytical and simulation results.

Key words: Laser Doppler velocity radar; Frequency estimation; Autocorrelation; Signal-Noise Ratio (SNR)

1 引言

随着激光器技术的发展,激光雷达在车辆及空间飞行器自主惯性导航系统中的应用前景更为广泛。上述任务中,对目标速度进行高精度的检测至关重要,因常用的脉冲激光测距仪是通过距离的微分进行测速,当目标表面较为复杂(如山地、斜坡以及目标面的凸起等)时,其测速精度较低,此时,激光多普勒测速的优势便体现了出来^[1-3]。

高精度频率估计算法对提高激光雷达的测速精度极其重要,吸引了国内外众多学者对其进行了深入的研究。Rife 等人^[4]采用了最大似然(Maximum Likelihood, ML)估计法,但实时处理速度较慢,影

响了其应用。Kay^[5]利用信号的相位差进行频率估计,并通过加窗处理得到了较高的估计精度,不过该方法的信噪比阈值较高。而基于时域自相关技术的频率估计方法可有效提高信号的信噪比,降低噪声信号对估计精度的影响,因此,近年来受到越来越多的关注^[6-11]。Fitz^[6]采用了相关函数加权平均的方法获得 ML 的近似估计,提高了信噪比阈值,但未给出估计误差。文献[7-9]分别对基于相关运算估计方法的误差进行了分析,给出了固定信噪比情况下的算法最优值,但当其不满足最优条件时,算法的估计性能将下降,即算法不具备自适应性。而文献[10,11]同样存在上述问题。另外,Quinn^[12,13]的改进型谱线插值法在一定频偏时具有较高估计性能,经分析其与自相关法具有互补性。因此,本文首先将对基于自相关算法进行改进,使其性能达到最优,然后结合 Quinn 算法的特点,给出一种对信噪比具

2010-12-16 收到, 2011-03-17 改回

航天科技创新基金资助课题

*通信作者: 杨德钊 yangdezhaol234@163.com

有自适应性的综合算法, 并通过 Monte Carlo 模拟仿真及圆形转台实验进行验证。

2 激光多普勒信号频率估计算法

激光多普勒测速雷达是利用多普勒效应和光学相干探测技术对目标的速度进行测量。当目标与雷达存在相对运动时, 其速度大小可由回波信号光的多普勒频移计算得到

$$V = \frac{f_d \lambda}{2 \cos \phi} \quad (1)$$

其中 f_d 为多普勒频移, λ 为激光波长, ϕ 为物体运动速度方向与激光束方向之间的夹角。若 ϕ 和 f_d 已知, 便可求得速度 V 。另外, 由式(1)可以看出, 回波信号的高精度频率估计算法对提高测速精度非常重要。本文采用角频率 ω_0 , 初相位 θ_0 , 幅度为 a 的单频复正弦信号模型 $s(t) = a \cdot e^{j(\omega_0 t + \theta_0)}$ 进行论述。对信号采样并作截断处理得

$$s(t_n) = a \cdot e^{j(\omega_0 n T + \theta_0)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2)$$

其中 T 为采样间隔, N 为采样点数。对 $s(t_n)$ 作 N 点 FFT 运算, 则最大谱线位置为 $k_0 = \left\lfloor \frac{\omega_0 N T}{2\pi} \right\rfloor$ ($[x]$ 表示取最接近 x 的整数), 其对应的峰值频率为 $\omega_k = k_0 d\omega$, 其中 $d\omega = 2\pi / NT$ 为角频率分辨率。由于 FFT 的栅栏效应, 所求频率在大多数情况下与信号的真实频率间总是存在一定的偏差 $\omega_\delta = \omega_0 - \omega_k$ 。由于 N 的取值不可能无限增大, 对该偏差的校正便成许多研究工作的目标, 而插值法就是一种优良的方法^[12]。Quinn 对插值法进行了改进, 利用 FFT 系数复数值之比的实部进行插值, 大大提高了对信号频率的估计精度。可以证明插值法对信号频率的最优估计器的均方根误差为^[13]

$$\sigma_{\omega_Q} = \frac{\pi^2}{TN} \left| \frac{\delta(\delta^2 - 1)}{\sin(\pi\delta)} \right| \sqrt{\frac{(3\delta^4 + 1)}{(3\delta^4 + 6\delta^2 + 1)N \cdot \text{SNR}_0}} \quad (3)$$

其中 $\delta = \omega_\delta / d\omega$ 为相对频率偏差, SNR_0 为信噪比 (Signal-Noise Ratio)。为评估各种算法的性能, 给出算法的克拉美劳下限 (Cramer-Rao Low Bound, CRLB)^[4]:

$$\sigma_{\text{CRB}} = \frac{\sqrt{6}}{T \sqrt{N(N^2 - 1) \text{SNR}_0}} \quad (4)$$

将式(3)与式(4)相除作为算法的性能评估依据:

$$P_{er} = \frac{\sigma_{\omega_Q}}{\sigma_{\text{CRB}}} = \frac{\pi^4 (\delta^2 - 1)^2 (3\delta^4 + 1) \delta^2}{6(3\delta^4 + 6\delta^2 + 1) \sin^2(\pi\delta)} \quad (5)$$

当 $|\delta| \rightarrow 0$ 时, $P_{er} \rightarrow 1.6449$; 当 $|\delta| \rightarrow 0.5$ 时, $P_{er} \rightarrow 1.0088$ 。另外, 将式(3)代入式(1), 可得该算法用于多普勒测速雷达时的速度均方根误差。

2.1 改进型自相关频率估计法

根据自相关频率估计算法的基本原理, 首先对 $s(t_n)$ 进行 $\omega_k / 2\pi$ 的移频, 通过 m 点的自相关运算得 $r(m)$, 然后求其相位得到偏差频率 ω_δ , 从而可估计信号的频率为

$$\omega_0 = \omega_\delta + \omega_k = \frac{\arg\{r(m)\}}{mT} + k_0 \frac{2\pi}{NT} \quad (6)$$

其中 $\arg\{r(m)\}$ 可由 $r(m)$ 的反正切值求得, 为保证相位不出现模糊, 应使 $m \leq N/2$ 。考虑在零均值, σ^2 方差的加性复高斯白噪声情况下, 对信号进行自相关运算, 通过泰勒级数展开并略去高次项, 可以推导出较文献[9]更为准确的相位方差为

$$\text{var}\{\arg[r(m)]\} = \frac{1}{(N-m)^2} \left(\frac{m}{\text{SNR}_0} + \frac{N-m}{2\text{SNR}_0^2} \right) \quad (7)$$

其中 $\text{SNR}_0 = a^2 / \sigma^2$ 。在信噪比不是很小时, ω_k 的误差可忽略, 因此, ω_0 的误差主要取决于对 ω_δ 的估计误差。将式(7)代入式(6)可得 ω_0 的均方根误差为

$$\sigma_{\omega_0} = \frac{\sqrt{4m \cdot \text{SNR}_0 + 2(N-m)}}{2mT(N-m)\text{SNR}_0} \quad (8)$$

为将误差减到最小, 令 $\partial \sigma_{\omega_0} / \partial m = 0$, 得 m 的最优值:

$$m = \begin{cases} N/2, & \text{SNR}_0 = 0.5 \\ \frac{N(2\text{SNR}_0 - 5 + \Delta_1)}{6(2\text{SNR}_0 - 1)}, & \text{SNR}_0 \neq 0.5 \end{cases} \quad (9)$$

其中 $\Delta_1 = \sqrt{4\text{SNR}_0^2 + 28\text{SNR}_0 + 1}$ 。由式(9)可以看出, m 的最优取值可通过对 SNR_0 的跟踪判断后进行优化, 从而使得改进型自相关算法具备了自适应性, 而 SNR_0 的估计算法将在下一节中给出。另外, 我们还发现: SNR_0 较大时, m 趋近于 $N/3$; SNR_0 较小时, m 趋近于 $2N/3$, 但为保证相位不出现模糊, m 应取 $N/2$; 当 SNR_0 介于高低之间时, m 的取值随 SNR_0 而改变。为了对该算法的性能进行评估, 可将式(9)代入式(8)并与式(4)相除得

$$P_{er} = \frac{\sigma_{\omega_0}}{\sigma_{\text{CRB}}} = \begin{cases} \frac{2(N+1)\sqrt{3N(N-1)}}{3N^2}, & \text{SNR}_0 = 0.5 \\ \frac{3\alpha\sqrt{(4\text{SNR}_0\alpha\beta + 2\alpha\chi)(N^2 - 1)}}{N\beta\chi\sqrt{\text{SNR}_0}}, & \text{SNR}_0 \neq 0.5 \end{cases} \quad (10)$$

其中 $\alpha = 2\text{SNR}_0 - 1$, $\beta = 2\text{SNR}_0 - 5 + \Delta_1$, $\chi = 10\text{SNR}_0 - 1 - \Delta_1$ 。当 $\text{SNR}_0 \rightarrow \infty$ 时, $P_{er} \rightarrow 1.0607$, 算法的性能随 SNR_0 的减小而变差, 且变化趋势逐渐加剧。另外, 将式(8), 式(9)代入式(1)可得改进型自相关算法的速度均方根误差。

2.2 频率估计综合算法

图 1 为不同 SNR₀ (单位为 dB) 取值下, Quinn 算法(Quinn Algorithm, QA)与改进型自相关算法(Improved Autocorrelation Algorithm, IAA)的性能对比图。

由图 1 可知: 相对频率偏差 δ 取 0, 0.2 和 0.4 时, Quinn 算法与改进型自相关算法的性能曲线分别交于 A, B 和 C 3 点, 在不同 SNR₀ 及 δ 取值下, 两种算法的性能各有优劣。Quinn 算法性能不受 SNR₀ 的影响, 但 δ 的取值对该算法的影响较大, 其 P_{er} 值介于 1.6449 至 1.0088 之间(图 1 (b))。改进型自相关算法不受 δ 取值的影响, 但其性能随 SNR₀ 的取值而改变, 当 SNR₀ < -3.1 dB 时, 其性能不如 Quinn 算法(图 1(a)中 A 点左侧); 当 SNR₀ > 16.9 dB 时, 若满足 |δ| < 0.4, 其性能将优于 Quinn 算法(图 1(a)中 C 点右侧), 且此时两种算法性能差距不大; 而当 SNR₀ 介于 -3.1 dB 与 16.9 dB 之间时, δ 在不同取值处, 两种算法的性能优劣各异。例如当 SNR₀ = 0.1 dB, |δ| = 0.2 时, 两者性能相近(图 1(a)中 B 点)。

根据上述两种算法的特点, 下面给出一种性能更优的频率估计综合算法, 该算法采用两个判断标准 SNR₀ 和 |δ| 来优选前面两种算法。δ 值可由 Quinn 算法求得, 而 SNR₀ 值可根据帕塞瓦定理来估算。因为信号时域与频域的能量相同, 可通过对时域信号进行 FFT 运算, 求得其能量谱图, 并进一步获得信号的 SNR₀。由于能量谱图中的能量等于谱线下的面积, 因此, N 点 FFT 求得的能量谱的总能量近似为

$$P_{total} = \sum_{i=1}^N df \cdot X_i = \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N X_i \quad (11)$$

其中 df 为 FFT 的频率分辨率, 其值 df = dω / (2π), X_i 为第 i 点信号的能量值。因系统采用单频复正弦

信号与加性复高斯白噪声的组合模型, 远离谱峰处的平坦谱形的 X_i 值可近似作为白噪声信号的能量处理。设 X_i (M ≤ i ≤ N) 点为满足要求的白噪声能量谱点, 则整个能量谱图中的噪声总能量近似为

$$P_{noise} = \frac{N}{N-M} \cdot \frac{1}{NT} \sum_{i=M}^N X_i = \frac{1}{T(N-M)} \sum_{i=M}^N X_i \quad (12)$$

信号的能量为 P_{signal} = P_{total} - P_{noise}, 从而可得 SNR₀ 的近似值为

$$SNR_0 = \frac{P_{total} - P_{noise}}{P_{noise}} = \frac{(N-M) \sum_{i=1}^{M-1} X_i - M \sum_{i=M}^N X_i}{N \sum_{i=M}^N X_i} \quad (13)$$

将式(13)代入式(9)可得 m 的最优值, 从而可以解决改进型自相关算法中 m 的取值问题。频率估计综合算法的程序流程如图 2 所示。

该算法的流程概述如下: 首先计算 SNR₀ 的近似值, 然后由 Quinn 算法估计出信号的频率, 同时求得 δ 值。若 SNR₀ < -3.1 dB, 直接采用前面 Quinn 算法得到的信号频率作为最终频率值(此时改进型自相关算法的性能不如 Quinn 算法); 若 SNR₀ > 16.9 dB, 可采用 |δ| = 0.4 作为判断阈值, 当 |δ| < 0.4 时, 采用改进型自相关算法提取信号频率, 否则仍采用前面得到的频率作为最终频率; 而当 -3.1 dB ≤ SNR₀ ≤ 16.9 dB 时, 则采用 |δ| = 0.2 作为阈值进行两种算法的优选。流程图中的 δ 值由 Quinn 算法求得, 而 SNR₀ 的求解方法前面已经给出。

若要使本算法的性能达到最优, 应根据 SNR₀ 和 δ 的值来求取 Quinn 及改进型自相关算法的 P_{er} 值, 然后根据两者的大小来优选算法。但由式(5)和式(10)可知: 对 P_{er} 值的计算较为复杂、运算量大、实时性差, 因此本文并未采用该方法。另外, SNR₀ 及 δ 的

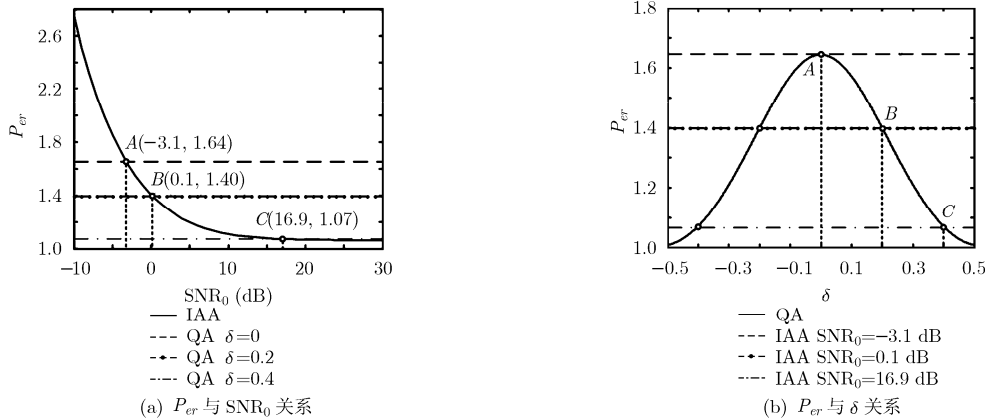


图 1 QA 及 IAA 的性能对比

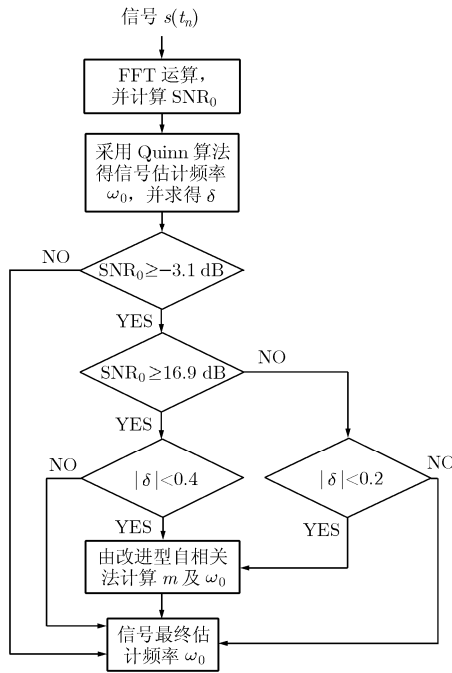


图 2 频率估计综合算法流程图

阈值选择 A , B 和 C 3 点是因为: 在 A 点左侧, Quinn 算法性能优于改进型自相关算法; 在 C 点右侧, 若满足 $|\delta| < 0.4$, 则改进型自相关算法的性能更优; 而在 B 点时, 两种算法的 P_{er} 值介于 A 和 C 中间, 依此阈值进行两种算法的优选, 引入的均方根误差较小。虽然 δ 值的计算存在误差, 但 SNR_0 不是很小时, 由 Quinn 算法的估计精度知该误差较小, 对算法性能的影响不大, 而算法对两个阈值的精确性要求也不高。

3 Monte Carlo 模拟仿真

为验证频率估计综合算法的性能并估计其误差, 采用迭加高斯白噪声的单频复正弦信号进行模拟仿真实验。考虑到频率对称性, 取 $T = 0.1 \mu s$, $N = 1024$, 且当 $\omega_k = 100 d\omega$ 时, 从 $100 d\omega$ 到 $(100 + 0.5) d\omega$ 均匀地选取 50 个离散频率点作为信号频率, 并进行 1000 次 Monte Carlo 仿真试验。图 3 为

3 种算法的仿真对比结果, 其中, 纵坐标为归一化的均方根误差(Root-Mean-Square Error, RMSE), 即估计频率的均方根误差与 $d\omega$ 的比值。为图幅简洁清晰, 图中的频率估计综合算法简称 FESA (Frequency Estimation Synthetic Algorithm), 而自相关算法则简称 AA (Autocorrelation Algorithm), Quinn 算法简称 QA。

由图 3 可知: SNR_0 较高时, 频率估计综合算法以相对频率偏差 $|\delta|=0.4$ 为阈值, 吸收了 Quinn 算法及改进型自相关算法的优点, 在 δ 整个取值范围内都具有最小的均方根误差(图 3(c)); SNR_0 较低时, 频率估计综合算法的性能与 Quinn 算法一致, 且明显优于自相关算法(图 3(a)); 而当 SNR_0 介于高低之间时, 则可以 $|\delta|=0.2$ 为阈值判断是否进一步采用改进型自相关算法, 其总体性能优于 Quinn 及自相关算法(图 3(b))。

4 激光测速雷达实验结果

为验证频率估计综合算法用于激光测速雷达系统的效果, 我们采用高精度的单轴速率转台来模拟运动目标, 进行了圆形转台测速实验。系统选用人眼安全的 1550 nm 作为载波波段, 采用窄线宽半导体激光器作为光源, 高性能收发合置准直器作为光学天线, 其发射角由角度调整装置控制, 实验转台的半径 R 为 160 mm , 转速精度 $\Delta\omega = 0.005^\circ / s$ 。系统对转台边缘的速度进行测量, 且 T 和 N 的取值与仿真实验一致。图 4 为测试系统原理框图。实验结果见图 5, 其中, 各速率值为 20 组实验数据的均值, 系统偏差可通过算法校正, 因此, 此处仅考虑系统速度的 RMSE 值。目标真实速度可由 $V = \omega R$ 求得, ω 为转台转速。

由图 5 可知: 激光测速雷达采用本文提出的频率估计综合算法后的性能明显优于自相关算法($m=N/3$)和 Quinn 算法。采用该算法后, 在实验转台可提供的转速范围内, 系统的绝对测速精度优于 2 mm/s , 相对测速精度可达 0.06% 。

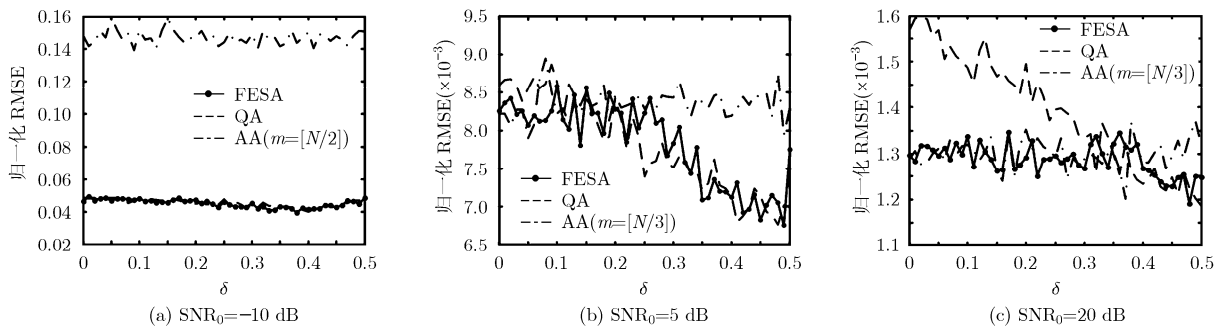


图 3 3 种频率估计算法的归一化 RMSE 值对比

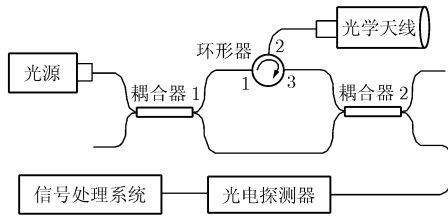


图4 激光测速雷达原理框图

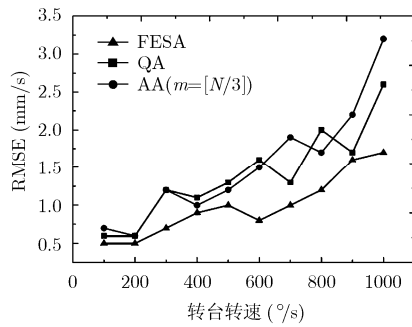


图5 3种算法实验结果对比

5 结论

激光多普勒测速雷达可实现对运动目标或载体速度的高精度测量，其应用领域非常广泛，而频率估计算法的选取对系统的测速精度起着至关重要的作用。本文首先改进了基于自相关运算的频率估计法，然后，针对Quinn算法及改进型自相关算法的特点，提出了一种具备信噪比自适应性的频率估计综合算法。Monte Carlo模拟仿真及系统圆形转台实验结果表明：频率估计综合算法吸收了前述两种算法的优点，在大的 SNR_0 范围内其频率估计精度明显高于二者，采用该算法后，系统测速的RMSE值明显减小，其值小于2 mm/s，相对误差优于0.06%。实验结果与理论分析和仿真结果相吻合，本文提出的算法非常适合于复杂噪声环境下的回波信号频率估计。

参考文献

- [1] Mokuno M, Kawano I, and Suzuki T. In-orbit demonstration of rendezvous laser radar for unmanned autonomous rendezvous docking [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2004, 40(2): 617-626.
- [2] Pierrottet D F, Amzajerdian F, and Petway L, et al. Flight test performance of a high precision navigation Doppler lidar [C]. Proceedings of the SPIE on Laser Radar Technology and Applications XIV, Orlando, FL, USA, Apr. 16, 2009, DOI: 10.1117/12.821902, 7323: 732311-732311-9.
- [3] 周健, 龙兴武. 用于车载自主惯导系统的激光多普勒测速仪 [J]. *中国激光*, 2010, 37(5): 1316-1321.
Zhou Jian and Long Xing-wu. Laser Doppler velocimeter for

vehicle inertial navigation system [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2010, 37(5): 1316-1321.

- [4] Rife D C and Boorstyn R R. Single-tone parameter estimation from discrete-time observations [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1974, 20(5): 591-598.
 - [5] Kay S. A fast and accurate single frequency estimator [J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1989, 37(12): 1987-1990.
 - [6] Fitz M P. Further results in the fast estimation of a single frequency [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1994, 42(2/3/4): 862-864.
 - [7] Völcker B and Händel P. Frequency estimation from proper sets of correlations [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(4): 791-802.
 - [8] Rosnes E and Vahlin A. Frequency estimation of a single complex sinusoid using a generalized Kay estimator [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2006, 54(3): 407-415.
 - [9] 齐国清, 吕健. 基于自相关函数相位的频率估计方法方差分析[J]. *大连海事大学学报*, 2007, 33(4): 5-9.
Qi Guo-qing and Lü Jian. Variance analysis on sinusoid frequency estimators based on the argument of the sample autocorrelation function [J]. *Journal of Dalian Maritime University*, 2007, 33(4): 5-9.
 - [10] 王纪强, 欧攀, 张春熹等. 基于频偏校正的频率估计算法误差分析[J]. *北京航空航天大学学报*, 2010, 36(7): 849-852.
Wang Ji-qiang, Ou Pan, and Zhang Chun-xi, et al. Error analysis of frequency estimation algorithm based on frequency offset correction [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2010, 36(7): 849-852.
 - [11] 胥嘉佳, 刘渝, 邓振淼等. 正弦波信号频率估计快速高精度递推算法的研究[J]. *电子与信息学报*, 2009, 31(4): 865-869.
Xu Jia-jia, Liu Yu, and Deng Zhen-miao, et al. A research of fast and accurate recursive algorithm for frequency estimation of sinusoid signal [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(4): 865-869.
 - [12] Quinn B G. Estimating frequency by interpolation using Fourier coefficients [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(5): 1264-1268.
 - [13] Quinn B G. Estimation of frequency, amplitude and phase from the DFT of a time series [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1997, 45(3): 814-817.
- 杨德钊：男，1981年生，博士生，研究方向为激光雷达信号处理技术。
欧攀：男，1977年生，副教授，研究方向为光纤激光器及激光雷达系统等。
林志立：男，1980年生，讲师，研究方向为计算电磁学及雷达信号处理技术等。
宋凝芳：女，1968年生，研究员，博士生导师，研究方向为光纤陀螺及空间光电技术等。