

基于平行因子四线性分解的二维角度和频率联合估计

许凌云* 张小飞 许宗泽

(南京航空航天大学电子信息工程学院 南京 210016)

摘要: 该文提出了一种新的 2 维角度和频率联合估计方法。首先给出双平行线阵结构, 将阵列天线输出的信号进行建模分析, 表明此信号具有平行因子四线性模型特征, 分析了该模型低秩分解的唯一性, 从分解得到的矩阵中联合估计出信源的频率和到达角。该方法无需谱峰搜索, 可实现参数的同时估计与配对, 并与现有的算法进行了比较, 具有更高的估计精度, 而且在小样本数下也能较好的工作。仿真结果验证了该方法的有效性。

关键词: 信号处理; 四线性分解; 2 维角度估计; 频率估计; 双平行线阵

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)08-1889-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.01326

Joint 2D Angle and Frequency Estimation Method Based on Parallel Factor Quadrilinear Decomposition

Xu Ling-yun Zhang Xiao-fei Xu Zong-ze

(College of Electronic Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,
Nanjing 210016, China)

Abstract: A novel blind joint 2D-angle and frequency estimation method is presented. At first the double parallel linear array is given. The output signal of the array antennas is analyzed and it has quadrilinear model characteristics. The frequency and 2D-angle can be estimated from the matrices via low-rank decomposition which utilizing the uniqueness of parallel factor decomposition. The method does not require searching spectral peak or pairing parameters. In comparison with the conventional methods, the algorithm has high precision estimation of parameters and works well under small sizes. The simulation results verify its effectiveness.

Key words: Signal processing; Quadrilinear decomposition; 2D DOA estimation; Frequency estimation; Double parallel linear array

1 引言

信号多维参数联合估计是近年来阵列信号处理发展的一个重要方向, 特别是空间到达角和信号源频率的联合估计成为一个研究的热点。大多数的时空参数联合估计算法都是在 1 维算法的基础上扩展而得, 如 2 维 MUSIC 算法^[1,2]、各种 ESPRIT 算法及 2 维传播算子(PM)算法等, MUSIC 方法要求谱峰搜索, 其多维搜索过程的计算量很大, 工程上不可行, 而且当信噪比或快拍数下降到一定门限时, 其性能迅速下降。文献[3]利用 TLS-ESPRIT 算法, 结合均匀矩形阵列对 2 维到达角和频率进行联合估计, 主要优点在于计算上避免了谱峰搜索, 对互谱矩阵进行特征值分解或对接收信号进行奇异值分解来估计参数, 但对于面阵/双平行线阵来说, 特征值分解或奇异值分解的运算量很大, 并存在参数配对问题, 在低噪比情况下参数配对往往出现模糊现象。文献[4]提出基于传播算子的 2 维角度估计方法, 与 ESPRIT 算法相比, 计算量大大减小, 且估计的参

数能够自动配对, 但存在孔径损失, 影响估计精度。

平行因子技术是高维数据分析的一种方法, 平行因子概念开始于心理学领域, 后来发展到化学、光谱学、色谱学等领域, 近年来在信号处理和通信领域, 平行因子技术迅速发展, 已经逐步成为通信信号处理领域里一种新的研究手段^[5-9]。以上文献讨论的都是基于平行因子三线性分解的技术, 相比之下, 国内外在平行因子 4 维数据分解辨识领域研究较少。本文给出双平行线阵列结构, 提出了一种基于平行因子四线性分解的 2 维角度和频率联合估计算法。根据阵列输出数据构建一个四线性模型, 通过对此模型分解可以得到 2 维角度和频率估计的参数。这种方法是迭代算法, 不需要特征值分解或奇异值分解, 不需要参数配对, 只需一定的迭代次数就能收敛。

文中用到的符号和算子说明如下: $\text{diag}(\cdot)$ 是对角化算子; \odot 表示 Khatri-Rao 积; $[\cdot]^\dagger$ 表示矩阵的 Moore-Renrose 逆矩阵; $\|\cdot\|_F$ 表示 F 范数; $D_i(\cdot)$ 表示提取矩阵第 i 行元素构成的对角阵; 黑体小写字母表示矢量; 黑体大写字母表示矩阵。

2010-12-02 收到, 2011-04-13 改回

国家自然科学基金(60801052)资助课题

*通信作者: 许凌云 xlyun@nuaa.edu.cn

2 数据模型

双平行线阵的结构如图1所示,它由两个均匀平行线子阵1和子阵2组成,每个线阵有 M 个阵元,以原点为参考点, X 轴方向阵元间距为 Δx , Y 轴方向阵元间距为 Δy ,设 $\Delta x = \Delta y = d$, d 为入射信号最小波长的一半,假设远场有 K 个彼此独立且到达角均不同的窄带信号入射到该系统上,第 k 个信号的2维到达角和频率分别为 (θ_k, ϕ_k, f_k) , $k=1,2,\dots,K$,其中 θ_k, ϕ_k 和 f_k 分别代表第 k 个信源的仰角、方位角和频率。各阵元输出的噪声为统计独立、均值为零和方差为 σ^2 的加性高斯白噪声,且噪声与信号相互独立。则两个子阵接收的信号分别为

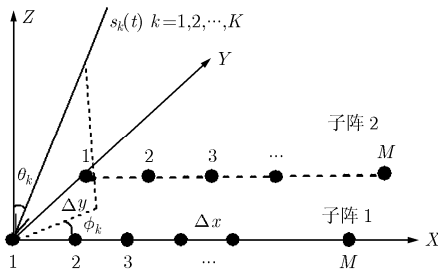


图1 双平行线阵结构

$$\mathbf{x}_1(t) = \mathbf{A}_x \mathbf{s}(t) + \mathbf{w}_1(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{x}_2(t) = \mathbf{A}_x \Phi_y \mathbf{s}(t) + \mathbf{w}_2(t) \quad (2)$$

式中

$$\mathbf{A}_x = [\mathbf{a}_x(\theta_1, \phi_1, f_1), \mathbf{a}_x(\theta_2, \phi_2, f_2), \dots, \mathbf{a}_x(\theta_K, \phi_K, f_K)]$$

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_x(\theta_k, \phi_k, f_k) &= [1, e^{-j2\pi d \cos \phi_k \sin \theta_k f_k / c}, \dots, \\ & e^{-j2\pi(M-1)d \cos \phi_k \sin \theta_k f_k / c}]^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_y &= \text{diag}[e^{-j2\pi d \sin \phi_1 \sin \theta_1 f_1 / c}, e^{-j2\pi d \sin \phi_2 \sin \theta_2 f_2 / c}, \\ & \dots, e^{-j2\pi d \sin \phi_K \sin \theta_K f_K / c}] \end{aligned}$$

整个阵列接收的信号为

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_x \\ \mathbf{A}_x \Phi_y \end{bmatrix} \mathbf{s}(t) + \mathbf{w}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t) + \mathbf{w}(t) \quad (3)$$

$$\text{其中 } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_x \\ \mathbf{A}_x \Phi_y \end{bmatrix}, \mathbf{w}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1(t) \\ \mathbf{w}_2(t) \end{bmatrix}.$$

为了对频率进行估计,对阵列接收信号加上时延 τ_p ($p=1,2,\dots,P$)后采样,可得到

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t - \tau_p) &= \mathbf{A} \mathbf{s}(t - \tau_p) + \mathbf{w}(t - \tau_p) \\ &= \mathbf{A} \Phi_p \mathbf{s}(t) + \mathbf{w}(t - \tau_p) \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\Phi_p = \text{diag}[e^{-j2\pi f_1 \tau_p}, e^{-j2\pi f_2 \tau_p}, \dots, e^{-j2\pi f_K \tau_p}]$, $\mathbf{w}(t - \tau_p)$ 是噪声 $\mathbf{w}(t)$ 的时延。

假设空时信道在 L 个符号内恒定不变,定义 $\mathbf{X}_p = [\mathbf{x}(t_1 - \tau_p), \mathbf{x}(t_2 - \tau_p), \dots, \mathbf{x}(t_L - \tau_p)]$, \mathbf{X}_p 可表示

为

$$\mathbf{X}_p = \mathbf{A} \Phi_p \mathbf{S} + \mathbf{W}_p \quad (5)$$

式中 $\mathbf{W}_p = [\mathbf{w}(t_1 - \tau_p), \mathbf{w}(t_2 - \tau_p), \dots, \mathbf{w}(t_L - \tau_p)]$, $\mathbf{S} = [s(t_1), s(t_2), \dots, s(t_L)]$ 。

定义

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{-j2\pi f_1 \tau_1} & e^{-j2\pi f_2 \tau_1} & \dots & e^{-j2\pi f_K \tau_1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j2\pi f_1 \tau_P} & e^{-j2\pi f_2 \tau_P} & \dots & e^{-j2\pi f_K \tau_P} \end{bmatrix} \in \mathcal{C}^{(P+1) \times K}$$

$$\mathbf{A}_y = [\mathbf{a}_y(\theta_1, \phi_1, f_1), \mathbf{a}_y(\theta_2, \phi_2, f_2), \dots, \mathbf{a}_y(\theta_K, \phi_K, f_K)]$$

其中 $\mathbf{a}_y(\theta_k, \phi_k, f_k) = [1, e^{-j2\pi d \sin \phi_k \sin \theta_k f_k / c}]^T$,则第 n ($n=1, 2$)行子阵列的输出加上时延 τ_p 后可表示成

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{np} &= \mathbf{A}_x \mathbf{D}_n(\mathbf{A}_y) \mathbf{D}_p(\Phi) \mathbf{S} + \mathbf{W}_{np}, \\ n &= 1, 2; p = 1, 2, \dots, P+1 \end{aligned} \quad (6)$$

将 $2 \times (P+1)$ 个切片累积成 $M \times (P+1) \times 2 \times L$ 的4维数据集 $\underline{\mathbf{X}}$,则式(6)有以下四线性模型形式^[10]:

$$\begin{aligned} x_{n,m,p,l} &= \sum_{k=1}^K s_{l,k} \psi_{p,k} a_{m,k} b_{n,k} + w_{n,m,p,l}, \quad n=1,2; \\ m &= 1, 2, \dots, M; p = 1, \dots, P+1; l = 1, 2, \dots, L \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $a_{m,k}$ 是 \mathbf{A}_x 矩阵中第 (m,k) 元素, $b_{n,k}$ 是 \mathbf{A}_y 矩阵中第 (n,k) 元素, $\psi_{p,k}$ 是矩阵 Φ 中第 (p,k) 个元素, $s_{l,k}$ 是 \mathbf{S} 中第 (l,k) 个元素, $w_{n,m,p,l}$ 形成了4维噪声数据集 $\underline{\mathbf{W}}$ 。式(7)对 $x_{n,m,p,l}$ 的分解称为4维平行因子分析,也称为四线性分解。根据其对称性,可写成其它3种切片形式:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{mn} &= \mathbf{S}^T \mathbf{D}_n(\mathbf{A}_y) \mathbf{D}_m(\mathbf{A}_x) \Phi^T + \mathbf{W}_{mn}, \\ m &= 1, 2, \dots, M; n = 1, 2 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{ln} &= \Phi \mathbf{D}_l(\mathbf{S}^T) \mathbf{D}_n(\mathbf{A}_y) \mathbf{A}_x^T + \mathbf{W}_{ln}, \\ l &= 1, 2, \dots, L; n = 1, 2 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{pl} &= \mathbf{A}_x \mathbf{D}_p(\Phi) \mathbf{D}_l(\mathbf{S}^T) \mathbf{A}_y^T + \mathbf{W}_{pl}, \\ p &= 1, 2, \dots, P+1; l = 1, 2, \dots, L \end{aligned} \quad (10)$$

如果将式(6)所有的矩阵切片 $\mathbf{X}_{np} \in \mathcal{C}^{M \times L}$ ($n=1,2; p=1,2,\dots,P+1$)平铺连接成 $2M(P+1) \times L$ 的矩阵,可得到更加紧凑的形式如式(11)所示

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{11} \\ \mathbf{X}_{12} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{2(P+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_x \mathbf{D}_1(\mathbf{A}_y) \mathbf{D}_1(\Phi) \mathbf{S} \\ \mathbf{A}_x \mathbf{D}_1(\mathbf{A}_y) \mathbf{D}_2(\Phi) \mathbf{S} \\ \vdots \\ \mathbf{A}_x \mathbf{D}_2(\mathbf{A}_y) \mathbf{D}_{P+1}(\Phi) \mathbf{S} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{11} \\ \mathbf{W}_{12} \\ \vdots \\ \mathbf{W}_{2(P+1)} \end{bmatrix} \\ &= (\Phi \odot \mathbf{A}_y \odot \mathbf{A}_x) \mathbf{S} + \mathbf{W}_x \end{aligned} \quad (11)$$

\odot 表示Khattri-Rao积,同理式(8),式(9)和式(10)也可以表示成 $2ML \times (P+1)$ 的矩阵 \mathbf{Y} , $2L(P+1) \times M$ 的矩阵 \mathbf{Z} 和 $ML(P+1) \times 2$ 的矩阵 \mathbf{U} ,如式(12)~式(14)所示。

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{A}_x \odot \mathbf{A}_y \odot \mathbf{S}^T) \Phi^T + \mathbf{W}_y \quad (12)$$

$$\mathbf{Z} = (\mathbf{A}_y \odot \mathbf{S}^T \odot \Phi) \mathbf{A}_x^T + \mathbf{W}_z \quad (13)$$

$$U = (S^T \odot \Phi \odot A_x) A_y^T + W_u \quad (14)$$

从上可知双平行线阵中 2 维角度和频率的估计可转化为对方向矩阵 A_x , A_y 和时延矩阵 Φ 3 个矩阵的估计。

3 基于平行因子四线性分解的联合估计算法

3.1 平行因子四线性模型分解

四线性交替最小二乘(QALS)算法是四线性模型数据检测的一种常用方法。本文采用QALS算法对式(11)给出的平行因子模型进行拟合。迭代过程中的代价函数为

$$\min_{A_x, A_y, S, \Phi} \|X - (\Phi \odot A_y \odot A_x)S\|_F \quad (15)$$

给定 A_x , A_y 和 Φ , S 的最小二乘解为

$$\hat{S} = [(\Phi \odot A_y \odot A_x)]^\dagger X \quad (16)$$

利用式(12), 给定 S , A_x 和 A_y , Φ 的最小二乘解为

$$\hat{\Phi}^T = [(A_x \odot A_y \odot S^T)]^\dagger Y \quad (17)$$

利用式(13), 给定 Φ , S 和 A_y , A_x 的最小二乘解为

$$\hat{A}_x^T = [A_y \odot S^T \odot \Phi]^\dagger Z \quad (18)$$

利用式(14), 给定 Φ , S 和 A_x , A_y 的最小二乘解为

$$\hat{A}_y^T = [S^T \odot \Phi \odot A_x]^\dagger U \quad (19)$$

利用上述方法, 每次更新一个矩阵, 本次更新的矩阵立刻参与下一个矩阵的求解, 直至算法收敛。

3.2 可辨识性分析

四线性模型的本质特征就是其唯一性, 首先说明 k 秩的概念, 它在多线性代数中起着非常重要的作用。

定义 1 对于给定的矩阵 $A \in \mathbb{C}^{I \times F}$, 当且仅当 A 包含至少 r 个但不包含 $r+1$ 个线性独立的列时, A 的秩为 $r_A = \text{rank}(A) = r$ 。如果矩阵 A 的任意 k 列独立, 则 A 的 k 秩 $k_A = k$, 矩阵 k 秩比矩阵秩的要求更为严格, 且 $k_A \leq r_A$ 。当矩阵 A 列满秩时, $k_A = r_A$ 。

定理 1^[10] $X_{np} = A_x D_n(A_y) D_p(\Phi) S + W_{np}$, ($n = 1, 2; p = 1, 2, \dots, P+1$), 其中 $A_x \in \mathbb{C}^{M \times K}$, $A_y \in \mathbb{C}^{2 \times K}$, $\Phi \in \mathbb{C}^{(P+1) \times K}$, $S \in \mathbb{C}^{K \times L}$, 如果矩阵 A_x , A_y , Φ , S 的 k 秩满足下面的条件

$$k_{A_x} + k_{A_y} + k_\Phi + k_S \geq 2F + 3 \quad (20)$$

则 A_x , A_y , Φ 和 S 对于列交换和(复数)尺度变换是唯一的, 即 A_x , A_y , Φ , S 可唯一确定。

估计出的 $\hat{A}_x = A_x \Pi \Delta_1 + N$, $\hat{A}_y = A_y \Pi \Delta_2 + N$,

$\hat{\Phi} = \Phi \Pi \Delta_3 + N$, $\hat{S} = S \Pi \Delta_4 + N$, 其中 Π 是交换矩阵, $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$ 为尺度模糊矩阵, 满足 $\Delta_1 \Delta_2 \Delta_3 \Delta_4 = I$, N 指所估计的误差矩阵, 它们含有信源的角度和频率信息。根据PARAFAC模型的唯一性定理可知, Φ , A_x 和 A_y 矩阵的估计值均有相同的列交换矩阵, 这意味着 $\hat{\Phi}$ 第 i 列估计的频率和方向矩阵 \hat{A}_x, \hat{A}_y 的第 i 列相对应, 自动实现了角度和频率的配对, 这是传统的算法所不具备的。

3.3 频率和 2 维角度估计的实施步骤

上述算法结束后, 得到时延矩阵 Φ 的估计值 $\hat{\Phi}$, 设矩阵 $\hat{\Phi}$ 的第 k 列为 $\hat{g}(f_k)$ 。在没有噪声的情况下, 对其取相角可以得到

$$\hat{h} = -\text{angle}(\hat{g}(f_k)) = [0, 2\pi f_k \tau_1, \dots, 2\pi f_k \tau_P]^T = f_k \tau \quad (21)$$

$\text{angle}(\cdot)$ 表示取元素的相角运算, 其中 $\tau = [0, 2\pi \tau_1, \dots, 2\pi \tau_P]^T$, 令 $P_1 = [\mathbf{1}_{P+1}, \tau] \in \mathbb{C}^{(P+1) \times 2}$, 其中 $\mathbf{1}_{P+1}$ 表示 $P+1$ 个全 1 矢量, $b = [f_0, f_k]^T \in \mathbb{C}^{2 \times 1}$, 则

$$P_1 b = \hat{h} \quad (22)$$

f_k 的最小二乘结果为

$$\begin{bmatrix} \hat{f}_0 \\ \hat{f}_k \end{bmatrix} = (P_1^T P_1)^{-1} P_1^T \hat{h} \quad (23)$$

根据式(21)-式(23), 可依次得到 K 个信源的频率估计。

同样, 得到方向估计矩阵 \hat{A}_x, \hat{A}_y , 它们的第 k 列为 $\hat{a}_x(\theta_k, \phi_k, f_k)$ 和 $\hat{a}_y(\theta_k, \phi_k, f_k)$, 对它们取相角得到

$$\hat{g}_1 = -\text{angle}(\hat{a}_x(\theta_k, \phi_k, f_k)) = [0, m f_k / c, \dots, (M-1) m f_k / c]^T = m \mathbf{v} \quad (24)$$

$$\hat{g}_2 = -\text{angle}(\hat{a}_y(\theta_k, \phi_k, f_k)) = [0, n f_k / c]^T \quad (25)$$

式中 $m = 2\pi d \sin \theta_k \cos \phi_k$, $n = 2\pi d \sin \theta_k \sin \phi_k$, $\mathbf{v} = [0, \hat{f}_k / c, 2\hat{f}_k / c, \dots, (M-1)\hat{f}_k / c]^T$, \hat{f}_k 是通过式(23)得到的频率估计, 令 $P_2 = [\mathbf{1}_M, \mathbf{v}] \in \mathbb{C}^{M \times 2}$, 其中 $\mathbf{1}_M$ 表示 M 个全 1 矢量, $\mathbf{c} = [m_0, m]^T \in \mathbb{C}^{2 \times 1}$, 则

$$P_2 \mathbf{c} = \hat{g}_1 \quad (26)$$

m 的最小二乘结果为

$$\begin{bmatrix} \hat{m}_0 \\ \hat{m} \end{bmatrix} = (P_2^T P_2)^{-1} P_2^T \hat{g}_1 \quad (27)$$

同理可得到 \hat{n} , 即 $2\pi d \sin \theta_k \sin \phi_k$ 的估计值。所以 2 维 DOA 估计为

$$\hat{\theta}_k = \sin^{-1} \left(\sqrt{\hat{m}^2 + \hat{n}^2} / 2\pi d \right) \quad (28)$$

$$\hat{\phi}_k = \tan^{-1} (\hat{n} / \hat{m}) \quad (29)$$

算法总的步骤可总结如下:

步骤 1 经过四线性最小二乘算法迭代运算后得到 A_x , A_y 和 Φ 的估计值 \hat{A}_x , \hat{A}_y 和 $\hat{\Phi}$, 并令 $\hat{a}_x(\theta_k, \phi_k, f_k)$, $\hat{a}_y(\theta_k, \phi_k, f_k)$ 和 $\hat{g}(f_k)$ 分别为 3 个估计矩

阵的第 k 列矢量;

步骤 2 按照式(21)-式(23)可依次得到 K 个信源的频率估计;

步骤 3 按照式(24)-式(29)可依次得到 K 个信源的 2 维角度估计。

本文算法的复杂度主要集中在四线性最小二乘的迭代运算上, 每次迭代计算复杂度(复乘)为 $O(4K^3 + 8KLM(P+1))$ 及 $O(K^2[2M + ML + L(P+1) + 2(P+1) + 2M(P+1) + 2LM + ML(P+1) + 2L(P+1)])$, 文献[8]采用的三线性分解的算法运算量主要在三线性最小二乘的迭代运算上, 每次计算复杂度为 $O(3K^3 + 6KM(P+1)L + K^2[2M(P+1) + L(P+1) + 2ML])$, 迭代的次数 n 跟参数估计的数目和初始值的设置有关。文献[4]提出的 ESPRIT 算法集中在协方差的计算、三次特征值的分解及配对搜索上, 算法运算量为 $O\{(2PMK)^2L + (2PMK)^3 + 4(P-1)MK^2 + 2MK^2 + 2(M-1)K^2 + 6K^3\}$ 。

4 计算机仿真

为了验证文中提出的算法的性能, 采用 Monte Carlo 仿真来评估算法的 2 维角度和频率估计性能。假设噪声为加性高斯白噪声, 仿真中采用图 1 所示的双平行线阵列。假设非相关窄带信号源数为 $K=3$, 其 2 维 DOA 和频率分别为 $(15^\circ, 10^\circ, 1.2 \text{ MHz})$, $(25^\circ, 20^\circ, 1.5 \text{ MHz})$, $(35^\circ, 30^\circ, 1.8 \text{ MHz})$, 阵元间距 $\Delta x = \Delta y = 75 \text{ m}$, 快拍数 $L=500$, 定义 RMSE: $\text{RMSE} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{500} \sum_{m=1}^{500} (a_{mk} - a_{ok})^2}$, 其中 a_{mk} 为第 k 个信源的第 m 个 Monte Carlo 仿真的角度或频率的估计值, a_{ok} 为第 k 个信源的角度或频率的真实值。

仿真 1 仿真采用阵元数为 8×2 的双平行线阵列, 进行了 50 次 Monte Carlo 仿真, 数据长度为 $L=500$ 。图 2 给出了本文算法在 $\text{SNR}=10 \text{ dB}$ 时方位角和仰角的散布图及方位角和频率的散布图, 从图 2 可以看出此算法具有较好的联合角度和频率估计性能。

仿真 2 为了说明本文算法在不同信噪比下角度和频率参数联合估计性能, 仿真参数同上, Monte Carlo 试验次数为 500, 数据长度为 $L=500$ 。图 3-图 11 中横坐标 SNR 的定义为 $10\lg(P_S/P_N)$, 其中 P_S 为信号平均功率, P_N 为噪声平均功率, 为了进行比较, ESPRIT 算法和基于三线性(trilinear)分解算法的结果一起在图 3-图 5 中给出。图 3-图 5 分别为在不同信噪比条件下的频率和 2 维 DOA 估计值的 RMSE 曲线, 可以看出, 随着信噪比的提高, RMSE 变小, 估计性能更好。同时可看出本文算法的性能优于其它两种算法, trilinear 分解又要优于 ESPRIT 算法。这主要因为三线性 and 四线性分解的算法充分利用接收端信息的同时, 其每次迭代都有最小的二乘闭式解, 而四线性分解参与最小二乘拟合的数据增多, 提高了参数估计的精度。文献[10]也从理论上进一步证明了四线性分解的 CRB 要小于三线性分解的 CRB。而 ESPRIT 算法在特征值分解和配对搜索过程中存在误差积累, 参数估计精度下降。

仿真 3 本文为了说明在不同快拍数下频率和 2 维角度联合估计的性能, 采用 3 个非相关窄带信号源, 快拍数分别设为 10, 50, 100, 300, 500。图 6-图 8 分别给出了角度和频率在不同快拍数下随信噪比变化的 RMSE 曲线, 从图中可以看出, 在快拍数很小的情况下, 性能较好, 随着快拍数的增加, 参数估计性能越来越好。从仿真中可知, 该算法在小样本数下也能较好的工作。

仿真 4 本文为了说明在不同天线数下频率和 2 维角度联合估计的性能, 采用 3 个非相关窄带信号源, 阵元数分别设为 $6 \times 2, 8 \times 2, 10 \times 2, 12 \times 2$ 。图 9-图 11 分别给出了角度和频率在不同天线数下随信噪比变化的 RMSE 曲线, 从图中可以看出, 随着天线数的增加, 参数估计性能更好, 表明该算法有较好的空间分集性能。

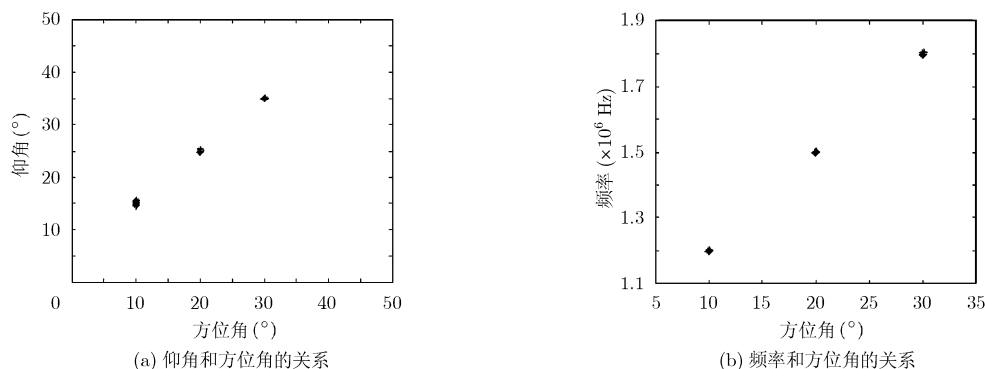


图 2 SNR=10 dB 的 2 维角度和频率散布图

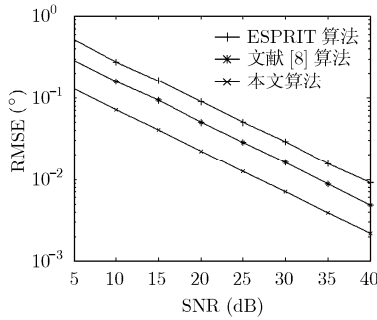


图 3 仰角随信噪比变化性能曲线

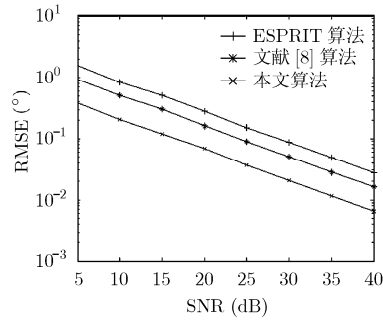


图 4 方位角随信噪比变化性能曲线

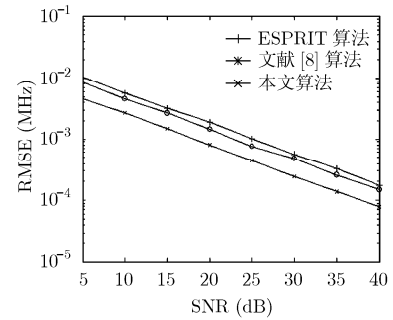


图 5 频率随信噪比变化性能曲线

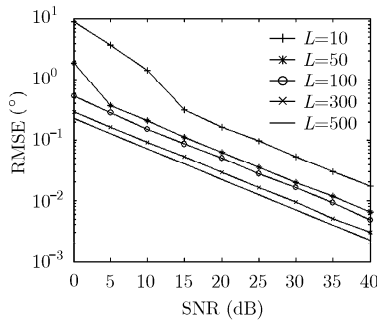


图 6 仰角在不同快拍数下性能曲线

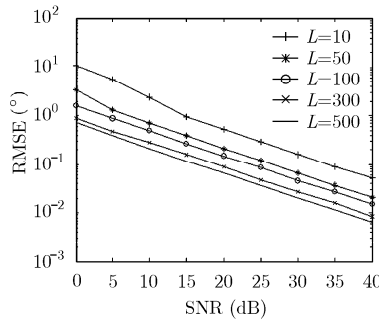


图 7 方位角在不同快拍数下性能曲线

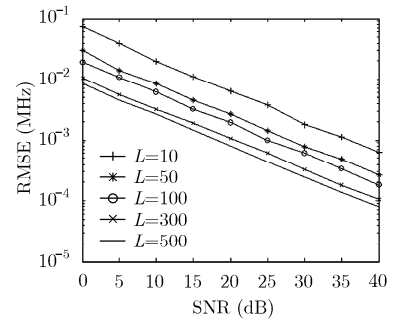


图 8 频率在不同快拍数下性能曲线

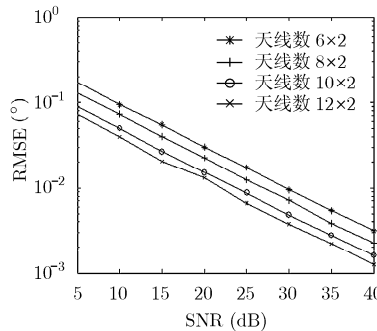


图 9 仰角在不同天线数下性能曲线

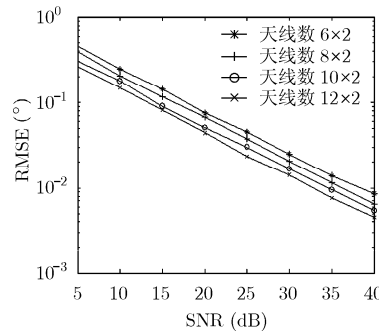


图 10 方位角在不同天线数下性能曲线

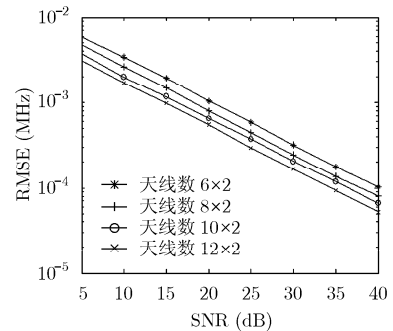


图 11 频率在不同天线数下性能曲线

5 结束语

本文将平行因子四线性分解技术应用到双平行线阵列中提出一种新的2维角度和频率估计算法。该算法首先利用四线性交替最小二乘算法估计出方向矩阵和频率矩阵,然后利用频率矩阵的Vandermonde特征和方向矩阵本身的结构特点及最小二乘方法进行运算可得到频率和2维角度的估计值。该方法无需谱峰搜索和参数配对,与基于三线性的算法和ESPRIT算法进行了比较和分析,具有更高的估计精度,并且在小样本数下也能较好地工作,更利于实际应用。仿真结果验证了该方法的有效性。

参考文献

- [1] Swindlehurst A L, Stoica P, and Jansson M. Exploiting arrays with multiple invariances using music and mode[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(11): 2511-2521.
- [2] Wax M, Shan T J, and Kailath T. Spatio-temporal spectral analysis by eigenstructure methods[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, Signal Processing*, 1984, 32(4): 817-827.
- [3] Strobach P. Total least squares phased averaging and 3-D ESPRIT for joint azimuth-elevation carrier estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(1): 54-62.
- [4] 任勋立, 廖桂生, 曾操. 一种低复杂度的二维波达方向估计方法[J]. *电波科学学报*, 2005, 20(4): 526-530.
- [5] Ren Xun-li, Liao Gui-sheng, and Zeng Cao. A low complexity method for estimating 2D-DOA[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2005, 20(4): 526-530.
- [5] Sidiropoulos N D, Bro R, and Giannakis G B. Parallel factor

- analysis in sensor array processing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2000, 48(8): 2377–2388.
- [6] 张剑云, 郑志东, 李小波. 双基地雷达收发角及多普勒频率的联合估计算法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(8): 1843–1848.
Zhang Jian-yun, Zheng Zhi-dong, and Li Xiao-bo. An algorithm for DOD-DOA and Doppler frequency jointly estimating of bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(8): 1843–1848.
- [7] Zhang X, Gao X, and Xu D. Novel blind carrier frequency offset estimation for OFDM system with multiple antennas[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2010, 9(3): 881–885.
- [8] Zhang Xiao-fei, Feng Gao-peng, and Xu Da-zhuang. Angle-frequency estimation using trilinear decomposition of the oversampled output[J]. *Wireless Personal Communications*, 2009, 51(2): 365–373.
- [9] 刘旭, 许宗泽, 雷磊. 应用矩阵分解的阵列信号参数辨识[J]. 应用科学学报, 2010, 28(1): 49–55.
Liu Xu, Xu Zong-ze, and Lei Lei. Identification of array signal parameters based on matrix decomposition[J]. *Journal of Applied Science*, 2010, 28(1): 49–55.
- [10] Liu Xiang-qian and Sidiropoulos N D. Cramer-Rao lower bounds for low-rank decomposition of multidimensional arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(9): 2074–2086.
- 许凌云: 女, 1971 年生, 博士生, 研究方向为信号处理与检测.
张小飞: 男, 1977 年生, 教授, 硕士生导师, 研究方向为信号处理与检测.
许宗泽: 男, 1940 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为信号处理和通信网技术.