# 一种基于差分演化的粒子滤波算法

李红伟\* 王 俊 王海涛

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

摘 要:针对粒子滤波(Particle Filter, PF)存在的粒子退化和贫化问题,该文提出一种基于差分演化(Differential Evolution, DE)的 PF 算法。首先,为了充分利用最新的观测信息,采用无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)来产生重要性分布,对重要性分布产生的采样粒子不再做传统重采样操作,而是直接把采样粒子当作 DE 中的种群样本,粒子权重作为样本的适应函数,对粒子做差分变异、交叉、选择等迭代优化,最后得到最优的粒子点集。试验结果表明,该算法有效缓解了传统 PF 算法中的粒子退化和贫化,提高了粒子的利用率,具有较好的估计精度。

关键词:目标跟踪;粒子滤波;差分演化;无迹卡尔曼滤波 中图分类号:TN953 文献标识码: A DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.01212

文章编号: 1009-5896(2011)07-1639-05

# A New Particle Filter Based on Differential Evolution Method

Li Hong-wei Wang Jun Wang Hai-tao

(National Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: The main problems of the Particle Filter (PF) are the sample degeneracy and impoverishment phenomenon. To deal with the problems, a new PF based on Differential Evolution (DE) is proposed. Firstly, the Importance Distribution (ID) which contains the newest measurements is produced with the Unscented Kalman Filter (UKF). Secondly, the particles sampling from the ID are no longer resampled by the conventional algorithm, however, they are regarded as the sample of the current population and their weights as the fitness function. Finally, a process of mutation, recombination and section is repeated until the optimum particles are found. The simulation result shows that the proposed method relieves effectively the sample degradation and poverty problems, improves the efficiency of particles and achieves preferable precision on estimation.

Key words: Target tracking; Particle Filter (PF); Differential Evolution (DE); Unscented Kalman Filter (UKF)

# 1 引言

目标跟踪是雷达、声纳等系统的主要功能之一, 它通过滤波器对目标的量测值进行处理来确定目标 的位置和运行轨迹,从而完成实时监控、制导等任 务。因此,滤波器的优劣直接影响系统的性能。在 现实应用中,由于系统的非线性和非高斯特性使得 经典的扩展卡尔曼滤波器(Extented Kalman Filter, EKF)在估计系统状态时误差较大,甚至发散。近几 年发展迅速的粒子滤波器(Particle Filter, PF)是一 种基于序贯重要采样(Sequential Important Sampling, SIS)的蒙特卡洛(Monte Carlo, MC)方 法。由于PF能解决非线性非高斯滤波问题<sup>[1]</sup>,近年

2010-11-05 收到, 2011-02-25 改回

国防重点实验室基金(9140C010507100C01)和国家 863 计划创新基 金(2010AAJ144)资助课题

\*通信作者: 李红伟 hwli@mail.xidian.edu.cn

#### 来受到广泛的关注和研究。

但PF也存在计算复杂度高和退化等问题,为了 解决粒子退化问题,Gordon等人<sup>[2]</sup>提出了(Sampling Importance Resampling, SIR)算法,减弱了粒子退 化,但导致了粒子多样性的贫化。为此,他们又提 出马尔可夫链(MC)方法,但又存在计算量过大甚至 滤波发散等问题;辅助粒子滤波器在采样之前先做 重采样, 使高似然区域的粒子在重采样中被选择, 获得了较高的估计精度,但在过程噪声较大时效果 不如PF; Higuchi<sup>[3]</sup>提出对重采样后的粒子使用遗传 算法,但它并不适用于多维高精度问题;杨璐等人图 应用遗传算法和模拟退火算法来寻找好的重采样粒 子点,以改善粒子的多样性,但增加了算法复杂性; Julier等人<sup>[5]</sup>提出采用无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)来产生重要性分布,得到了较 好的估计精度; 袁泽剑等人<sup>66</sup>提出用高斯-厄米特滤 波器来产生重要性分布,性能优于PF;梁军利等

人<sup>[7]</sup>提出一种基于数值积分的粒子滤波器,使用差商 滤波器产生重要性分布,性能优于PF;另外,程水 英等人<sup>[8]</sup>在重采样前增加排序、裂变等预处理以缓解 样本贫化,但并没有提高估计精度;莫以为等人<sup>[9]</sup> 将进化规划算子引入到PF中来改善样本集的多样 性,在一定程度上缓解了样本贫化现象。以上算法 都是以SIR为基础,在传统重采样过程前(选取好的 重要性分布)或后通过直接增加某种算法而作的改 进,增加了算法复杂度。本文试图从解决优化问题 的角度,用差分演化<sup>[10]</sup>(Differential Evolution, DE) 算法替代传统重采样算法来选取好的采样点,以达 到抑制粒子贫化和提高估计精度的目的。

DE 是一种基于种群中样本差异的全局优化算 法<sup>[10,11]</sup>,它具有收敛速度快,鲁棒性高,参数容易 设置,算法简单易于实现等优点,近年来在很多领 域得到了广泛应用。基于此,本文把 DE 引入粒子 滤波,将状态向量的滤波估计问题转化为求目标函 数最优解的问题,提出一种基于 DE 的粒子滤波器, 即使用 DE 算法直接对采样粒子进行变异迭代优化, 进而得到最优的粒子,该算法有效减轻了粒子多样 性的贫化,从而改善状态向量的估计精度。所提算 法不像文献[3]在重采样后再使用遗传算法那样复 杂,而是直接用 DE 算法代替传统重采样算法,算 法结构相对简单。

# 2 粒子滤波描述

#### 2.1 贝叶斯滤波

对目标进行跟踪,离不开动态系统,而动态系 统又由状态模型和测量模型构成。状态模型用来刻 画目标运动所处的状态,测量模型为目标的状态预 测提供参考。

假定非线性状态模型和测量模型表示为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}_t &= s_{t-1}(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{v}_{t-1}) \\ \mathbf{z}_t &= h_t(\mathbf{x}_t, \mathbf{n}_t) \end{aligned} \right|$$
(1)

其中 $x_t$ 和 $z_t$ 分别表示目标在t时刻的状态量和观测 量; $s_{t-1}$ 是t-1时刻的状态函数, $h_t$ 是t时刻的观测 函数; $v_t$ 和 $n_t$ 表示系统过程噪声和观测噪声,两者 相互独立。目标的跟踪就是依据从1到t时刻的测量  $\{z_1, \dots, z_t\}$ 来对 $x_t$ 进行估计的过程。

贝叶斯滤波根据状态模型来预测状态的先验概率,再用观测值对其进行修正,得到状态的先验概率,从而得到系统状态量的最优估计。设系统状态向量的初始概率为 $p(x_0|z_0) = p(x_0)$ ,则预测方程为 $p(x_t|z_{1:t-1}) = \int p(x_t|x_{t-1})p(x_{t-1}|z_{1:t-1})dx_{t-1}$ (2)获得 t 时刻的观测值  $z_t$  后,由先验概率密度

$$p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t-1})$$
推导出后验概率密度  $p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_{1:t})$ 。

$$p(\mathbf{x}_{t}|\mathbf{z}_{1:t}) = \frac{p(\mathbf{z}_{t}|\mathbf{x}_{t})p(\mathbf{x}_{t}|\mathbf{z}_{1:t-1})}{p(\mathbf{z}_{t}|\mathbf{z}_{1:t-1})} = \frac{p(\mathbf{z}_{t}|\mathbf{x}_{t})p(\mathbf{x}_{t}|\mathbf{z}_{1:t-1})}{\int p(\mathbf{z}_{t}|\mathbf{x}_{t})p(\mathbf{x}_{t}|\mathbf{z}_{1:t-1})\mathrm{d}\mathbf{x}_{t}}$$
(3)

#### 2.2 粒子滤波

PF 通过随机粒子来近似状态估计,用蒙特卡罗 方法把式(2)和式(3)中的积分问题转化为有限粒子 点的概率转移累加过程。PF 的关键在于如何得到所 需的粒子来有效近似系统的状态分布, SIS 方法采 用一种易于采样的重要性函数 q(**x**<sub>0:t</sub>|**z**<sub>1:t</sub>),来指导粒 子的产生。相应地,粒子的权值称为重要权。

$$w_t^i \propto \frac{p(\boldsymbol{x}_{0:t}^i | \boldsymbol{z}_{1:t})}{q(\boldsymbol{x}_{0:t}^i | \boldsymbol{z}_{1:t})}$$
(4)

由贝叶斯公式得t时刻的后验概率密度<sup>[2]</sup>为

$$p(\mathbf{x}_{0:t}|\mathbf{z}_{1:t}) \propto p(\mathbf{z}_t|\mathbf{x}_t) p(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_{t-1}) p(\mathbf{x}_{0:t-1}|\mathbf{z}_{1:t-1})$$
 (5)  
得到重要权:

$$w_{t}^{i} \propto w_{t-1}^{i} \frac{p(\boldsymbol{z}_{t} | \boldsymbol{x}_{t}^{i}) p(\boldsymbol{x}_{t}^{i} | \boldsymbol{x}_{t-1}^{i})}{q(\boldsymbol{x}_{t}^{i} | \boldsymbol{x}_{0:t-1}^{i}, \boldsymbol{z}_{1:t})}$$
(6)

对权值做归一化,然后进行重采样过程,即对 后验概率重采样 N次,产生新的粒子点集,保留或 复制权值较大的粒子,剔除权值较小的粒子。常用 的重采样方法是残差采样<sup>[5]</sup>(residual sampling)方 法。

最后得到该时刻的状态估计为

$$p(\boldsymbol{x}_t | \boldsymbol{z}_{1:t}) \approx \sum_{i=1}^{N} w_t^i \delta(\boldsymbol{x}_t - \boldsymbol{x}_t^i)$$
(7)

其中 $\delta(\cdot)$ 为 Dirac 函数, *N* 为粒子数, 当 *N* →  $\infty$  时, 式(7)近似接近真实的后验概率。

### 3 基于差分演化的粒子滤波器

#### 3.1 改进思路

在标准的PF中,重要性分布一般利用系统状态的转移概率矩阵获得,方法虽简单易行,但并未考虑系统状态的最新观测值,因此采样样本与真实后验概率的样本偏差较大。另外,由于PF对重要性分布的采样样本进行了重采样,从而导致了粒子多样性的匮乏。为此,本文算法的改进主要集中在两个方面:重要性分布的产生方式上和重采样过程的实现上。

本文的思路是:为了能充分利用最新观测值, 采用UKF算法来产生重要性分布,减小采样样本与 真实后验分布产生样本的偏差,对重要性分布产生 的采样样本不再做传统重采样操作,而是将状态向 量的滤波估计问题转化为求目标函数最优解的问 题,把采样粒子直接当作DE中的种群样本,粒子权 重作为样本的适应函数,对粒子做差分变异、交叉、 选择等迭代运算,最后求得目标函数的最优解即得 到更优的粒子点集。

注意:对于目标函数而言,当寻找它的最小值时,目标函数被称作代价函数;当目标函数描述其最大特性时,一般被称为适应函数<sup>[10]</sup>。

#### 3.2 差分演化基本原理

DE 源自遗传退火(Genetic Annealing, GA)算 法,最早由 Rainer 和 Ken 于 1995 年提出。它用浮 点代替 GA 中的位串编码,用算术运算取代 GA 中 的逻辑运算,相比 GA, DE 具有收敛速度快,控制 参数容易设置等优点。DE 通过对目标函数在多重、 随机域的采样来选择初始样本矢量,此域通过预设 参数边界来定义,从 1 到 NP 对当代种群中的所有 样本矢量进行编号。设 DE 中第 *m* 代种群表示为  $P_{m,m=0,1,\dots,G-1}$ ,种群中包含 NP 个样本矢量, 即  $P_{X,m} = (X_{i,m}), i=0,1,\dots,NP-1$ ,每个矢量  $X_{i,m} = (x_{d,i,m}), d=0,1,\dots,D-1$ 由 D 个样本数值构成(D 维向 量)。DE 算法主要包含以下几个步骤。

种群初始 首先需要限定种群样本的上下边界,然后在规定的范围内随机产生 NP 个样本矢量,例如:初始代种群(g=0)中产生的初始样本为

 $x_{d,i,0} = \operatorname{rand}_{d}(0,1) \cdot (b_{m,\text{upper}} - b_{m,\text{lower}}) + b_{m,\text{lower}} \quad (8)$ 其中  $b_{m,\text{upper}}, b_{m,\text{lower}}$ 是上下边界,  $\operatorname{rand}_{d}(0,1)$ 用来产生范围在[0,1)的服从均匀分布的随机数。

差分变异 从初始种群中随机选择两个样本做 比例差分,再与种群中的随机样本相加得到变异种 群 **P**<sub>V,m</sub>中的变异样本**V**<sub>i,m</sub>,式(9)表示变异样本的产 生方法<sup>[12]</sup>。

 $V_{i,m} = F_1 \cdot X_{r1,m} + F_2 \cdot (X_{r2,m} - X_{r3,m})$  (9) 比例因子  $F_1, F_2 \in (0, 1+)$ 用来控制样本发生变异的 速度,  $X_{r2,m} - X_{r3,m}$ 为差异向量,它反映群体的差 异度, r1, r2, r3是每次种群变异时随机产生的序号, 且 $i \neq r1 \neq r2 \neq r3$ 。

差分交叉 交叉也称作离散再结合,是对原种群  $P_{X,m}$  和变异种群  $P_{V,m}$  中样本数值的融合交叉,以产生试验种群  $P_{U,m} = (U_{i,m})$ 。

$$\boldsymbol{U}_{i,m} = u_{d,i,m} = \begin{cases} v_{d,i,m}, \text{ rand}_{d}(0,1) \leq \text{Cr or } d = r(D) \\ x_{d,i,m}, \text{ 其他} \end{cases}$$
(10)

交叉概率 Cr ∈ [0,1],用来控制变异样本数值对试验 样本数值产生贡献的大小,若随机数小于 Cr,试验 样本数值由变异样本数值贡献,否则由原样本数值 贡献。r(D)是[1,D]间的随机数,用来防止试验种群 对变异种群进行复制,也即为了保证试验种群中至 少有一个样本数值来自于变异种群。

差分选择 若U<sub>i,m</sub>的目标函数值小于等于X<sub>i,m</sub>

的目标函数值,在下一代种群中就用 $U_{i,m}$ 来取代 $X_{i,m}$ ,否则保留 $X_{i,m}$ :

$$\boldsymbol{X}_{i,m+1} = \begin{cases} \boldsymbol{U}_{i,m}, \ f(\boldsymbol{U}_{i,m}) \leq f(\boldsymbol{X}_{i,m}) \\ \boldsymbol{X}_{i,m}, \ \sharp \& \end{cases}$$
(11)

得到新的种群后,继续对以上步骤进行迭代,直到 种群可以满足终止条件或者种群代达到设定的最大 值 m<sub>max</sub>为止。

#### 3.3 基于差分演化的粒子滤波

基于差分演化的粒子滤波算法,把从 UKF 滤波 得到的重要性分布采样粒子直接作为 DE 算法的初 始种群,种群样本即为采样粒子,这时 *N=NP*。通 过对采样粒子做差分变异得到变异种群,交叉变异 种群和初始种群得到试验种群,把采样粒子权值视 为适应函数,然后比较试验种群和初始种群中每个 样本的适应函数,选出新一代的种群样本。依次迭 代直到选出最优的种群样本为止。算法步骤描述为:

步骤 1 重要性采样:对所有粒子  $x_t^i$  (i = 1, 2, ..., N)做 UKF 滤波,得到均值为 $\tilde{x}_t^i$ 和方差为 $\tilde{S}_t^i$ 的 高斯重要性分布,对其进行采样,得到采样粒子  $\hat{x}_t^i \sim \mathcal{N}(\tilde{x}_t^i, \tilde{S}_t^i)$ ;根据式(5)计算每个粒子的权值 $w_t^i$ , 并归一化。

步骤 2 优化采样粒子:把采样粒子 $\hat{x}_{i}$ 直接作为 DE 算法中第一代初始种群中的样本  $X_{i,m}$ ,把相应的粒子权重  $w_{t}^{i}$ 作为适应函数  $f(X_{i,m})$ 。按图 1 所示<sup>[10]</sup>的 DE 算法流程对样本进行迭代运算,直到选出最优的种群样本为止,也即得到最优的粒子点集。此时,式(11)应为



图 1 差分演化算法一次迭代流程图

步骤 3 状态估计输出:按照式(7)计算该时刻的系统状态估计值  $\bar{x}_t$ ,把上步产生的粒子样本作为下一时刻 UKF 滤波的预测样本,转入步骤 1。

# 4 计算机仿真与分析

为验证 DE 算法对采样粒子优化的有效性,将 粒子滤波(PF)、粒子滤波-DE 算法(PFDE)、无迹粒 子滤波(UPF)和本文提出的 UPF-DE 算法(UPFDE) 进行如下计算机仿真对比。采用文献[7]的非线性、 非高斯动态系统模型:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{t} &= 1 + \sin(0.4\pi(t-1)) + \phi_{1}\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{v}_{t-1} \\ \mathbf{z}_{t} &= \begin{cases} \phi_{2}\mathbf{x}_{t}^{2} + \mathbf{n}_{t}, & t \leq 30 \\ \phi_{3}\mathbf{x}_{t} - 2 + \mathbf{n}_{t}, & t > 30, \end{cases} \quad t = 1, 2, \cdots, T \end{aligned}$$
 (12)

其中过程噪声  $v_{t-1} \sim \text{Gamma}(3,2)$ , 观测噪声  $n_t \sim \mathcal{N}(0,1e-5)$ ,  $\phi_1 = \phi_3 = 0.5$ ,  $\phi_2 = 0.2$ , 观测时间 T = 50, 初始值  $x_0 = 1$ , 粒子数 N = 10。DE 算法



图 2 单次试验对系统状态的估计

从图 2,图 3 可以看出,PFDE 和 UPFDE 的 性能分别优于 PF 和 UPF 的性能,这说明利用 DE 算法对采样粒子进行优化来提高估计精度是可行且 有效的。表 1 显示在 RMSE 的均值和方差上,PFDE 的估计精度比 PF 的精度有所提高;本文算法的估 计精度比 PF,PFDE,UPF 的精度有了显著的提高。

由于集成了当前时刻的观测量, UPF,UPFDE 的估计精度都比 PF,PFDE 的精度高;与 UPF 相比, 本文算法获得的估计精度更高;从图 3 所示曲线可 以看出,在整个估计过程当中,UPFDE 具有

| 表1500次蒙特卡洛试验R | RMSE 的均值与方差 |
|---------------|-------------|
|---------------|-------------|

| 算法    | RMSE   |        |
|-------|--------|--------|
|       | 均值     | 方差     |
| PF    | 0.9485 | 0.0324 |
| PFDE  | 0.8054 | 0.0320 |
| UPF   | 0.4893 | 0.0100 |
| UPFDE | 0.2580 | 0.0084 |

中的参数设置为 $F_1 = 1$ ,  $F_2 = 0.9$ , Cr = 0.6, NP = N, G = 20。对以上算法做M = 500次蒙特卡洛仿真试验,为了更好地评价算法的性能,定义M次蒙特卡洛试验均方根误差为

$$\text{RMSE} = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=1}^{M} \left(\boldsymbol{x}_{t}^{k} - \overline{\boldsymbol{x}}_{t}^{k}\right)^{2}\right]^{1/2}$$
(13)

其中 x<sup>k</sup><sub>t</sub> 和 x<sup>k</sup><sub>t</sub> 分别表示目标状态量的真实值和估计 值。

4.1 精度分析

首先对 4 种算法的估计精度进行分析。图 2 为 某次独立试验 PF,PFDE,UPF,UPFDE 4 种算法对 系统状态的跟踪估计图。图 3 为 4 种算法经 500 次 蒙特卡洛试验后,获得的均方根误差曲线图。表 1 是经 500 次蒙特卡洛试验后获得的均方根误差的均 值和方差,其中粒子数均为 N = 10。



图 3 500 次蒙特卡洛试验 RMSE 比较

比其他 3 种算法更好的稳定性,实验结果验证了所 提算法的有效性。

#### 4.2 粒子利用率分析

经 500 次蒙特卡洛试验后,4 种算法平均一次 耗时结果如表 2 所示,其中括号内数值为 PF 在粒 子数 *N* = 200 时的实验结果,其余数据均为粒子数 为 *N* = 10 取得的结果。

表24种算法耗时比较

| 算法            | 运行时间(s)        |  |
|---------------|----------------|--|
| $\mathbf{PF}$ | 0.0348(0.6284) |  |
| PFDE          | 0.3088         |  |
| UPF           | 0.3742         |  |
| UPFDE         | 0.6372         |  |

可以看出,当4种算法所用粒子数一样时(N = 10),PF,PFDE,UPF,UPFDE运行时间依次递增。 PFDE耗时大于PF是由DE算法中的迭代运算造成 的; UPF耗时大于PF是因为在粒子采样前增加了 UKF滤波。因为UPFDE既包含有UKF滤波,又使 用了DE迭代运算,所以耗费时间最多。在粒子数一 致时,本文算法耗时最多。

为了正确衡量 PF 与其它改进算法的效率,现 增大 PF 算法中的粒子数目,即 N = 200,其它算法 的粒子数目不变。从表 1 来看, PF 使用 200 粒子的 估计精度(RMSE 均值=0.4398)略优于 UPF,但不 及 UPFDE,从表 2 来看,PF 花费时间与 UPFDE 大致相当,但比 UPF 多。说明花费同样的时间, UPFDE 的精度依旧比 PF 高,即达到同样的精度, UPF 和 UPFDE 要比 PF 耗费的时间少。此外,本 文方法用 10 个粒子就达到了比 PF 用 200 个粒子还 高的精度,说明所提算法对粒子的利用效率更高。

# 5 结束语

本文将粒子滤波的重采样看做是对粒子的优化 问题,提出一种基于差分演化的粒子滤波算法。用 UKF 算法来产生重要性分布,把最新观测值融入到 采样粒子中,采样粒子经过差分演化算法的差分变 异、交叉、选择等操作,可以得到多样化的粒子, 有效减轻了传统重采样算法带来的粒子贫化,从而 提高了粒子滤波算法对非线性非高斯系统的估计精 度。实验表明该算法的稳定性更好、粒子利用率更 高。下一步的研究将把本文算法与无源雷达环境相 结合,用于无源雷达目标的跟踪。

### 参考文献

- Banerjee A and Burlina P. Efficient particle filtering via sparse kernel density estimation[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, 19(9): 2480–2490.
- [2] Arulampalam M S, Maskell S, and Gordon N, et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(2): 175–181.
- [3] Higuchi T. Monte Carlo filtering using genetics algorithm operators[J]. Journal of Statistical Computation and Simulation, 1997, 59(1): 1–23.
- [4] 杨璐,李明,张鹏. 一种新的改进粒子滤波算法[J]. 西安电子 科技大学学报, 2010, 37(5): 862-865.
  Yang Lu, Li Ming, and Zhang Peng. New improved particle filter algorithm[J]. *Journal of Xidian University*, 2010, 37(5): 862-865.
- [5] Julier S J and Uhlmann J K. A new method for the nonlinear

transformation of means and covariance in Filters and estimators[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(3): 477–482.

[6] 袁泽剑,郑南宁,贾新春.高斯-厄米特粒子滤波器[J].电子学报,2003,31(7):970-973.

Yuan Ze-jian, Zheng Nan-ning, and Jia Xin-chun. The Gauss-Hermite particle filter[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2003, 31(7): 970–973.

- [7] 梁军利,杨树元,曲超,高丽.一种新的基于数值积分的粒子 滤波算法[J].电子与信息学报,2007,29(6):1369-1372.
  Liang Jun-li, Yang Shu-yuan, Qu Chao, and Gao Li. A new particle filter based on numerical integration method[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(6): 1369-1372.
- [8] 程水英,张剑云.裂变自举粒子滤波[J].电子学报,2008, 36(3):500-504.

Cheng Shui-ying and Zhang Jian-yun. Fission bootstrap particle filter[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2008, 36(3): 500–504.

[9] 莫以为, 萧德云. 进化粒子滤波算法及其应用[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(2): 269-272.

Mo Yi-wei and Xiao De-yun. Evolution particle filter and its application[J]. *Control Theory & Application*, 2005, 22(2): 269–272.

- [10] Chakraborty U K. Advances in Differential Evolution[M]. Berlin: Heidelberg, Springer-Verlag, 2008: 1–27.
- [11] 武志峰,黄厚宽,张莹等.基于自适应差异演化的模糊聚类算法[J].北京交通大学学报,2009,33(2):17-21.
  Wu Zhi-feng, Huang Hou-kuan, and Zhang Ying, et al. A new fuzzy clustering algorithm based on adaptive differential evolution[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2009, 33(2):17-21.
- [12] 邓长寿,赵秉岩,梁昌勇.改进的差异演化算法[J].计算机工程,2009,35(24):194-196.
  Deng Chang-shou, Zhao Bing-yan, and Liang Chang-yong.
  Improved differential evolution algorithm[J]. Computer Engineering, 2009, 35(24): 194-196.
- 李红伟: 男,1983年生,博士生,研究方向为外辐射源雷达目标 定位跟踪与检测.
- 王 俊: 男,1969年生,博士,教授,博士生导师,主要研究方向为无源多双基地雷达探测系统技术、雷达信号处理和数据处理等.
- 王海涛: 男,1986年生,博士生,研究方向为外辐射源雷达信号 处理技术.