基于 FRFT 的对称三角 LFMCW 信号检测与参数估计

刘 锋[①] 徐会法*[①②] 陶 然[③]

[①](海军航空工程学院电子信息工程系 烟台 264001)

[②](94362 部队 青岛 266111)

[③](北京理工大学信息科学技术学院 北京 100081)

摘 要：对称三角线性调频连续波(STLFMCW)信号是一种典型的低截获概率雷达信号。该文通过分析 STLFMCW 信号在分数阶 Fourier 变换(FRFT)域的频谱分布特征，发现 STLFMCW 信号包含的各段 LFM 信号在其对应的“最佳” FRFT 域内具有很好的能量聚集性；各段 LFM 信号在频域内会完全重叠，叠加的频谱幅度较高，在低信噪比条件下，严重影响 STLFMCW 信号的检测与参数估计。因此，利用 FRFT 检测 STLFMCW 信号时，必须克服该问题。该文提出一种 FRFT 与聚类分析相结合的 STLFMCW 信号检测与参数估计方法。该算法解决了由 STLFMCW 信号的频谱叠加给信号检测带来的问题，而且，克服了信号尖峰的高度必须高于噪声幅度的限制，在低信噪比条件下具有较好的检测效果。最后，仿真验证了该方法的有效性。

关键词：信号处理；对称三角线性调频连续波信号；参数估计；分数阶 Fourier 变换；聚类分析

中图分类号：TN974 **文献标识码**： A **文章编号**：1009-5896(2011)08-1864-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.01150

Detection and Parameter Estimation of Symmetrical Triangular LFMCW Signal Based on Fractional Fourier Transform

Liu Feng[①] Xu Hui-fa[①②] Tao Ran[③]

[①](*Department of Electronic and Information Engineering*, *Naval Aeronautical Engineering Institute*, *Yantai* 264001, *China*)

[②](*The* 94362*th Unit of PLA*, *Qingdao* 266111, *China*)

[③](*School of Information Science and Technology*, *Beijing Institute of Technology*, *Beijing* 100081, *China*)

Abstract: The Symmetrical Triangular Linear Frequency Modulated Continuous Wave (STLFMCW) signal is a sort of typical Low Probability of Intercept (LPI) radar signal. The spectrum distribution characteristics of the STLFMCW signal is analyzed in the FRactional Fourier Transform (FRFT) domain. It is discovered that the each segment of Linear Frequency Modulated (LFM) signal contained by the STLFMCW signal has an energy peak in its “optimal” fractional Fourier transform, and the spectrum of all the LFM signal segments contained by the STLFMCW signal folds together completely in the Fourier domain, so the amplitude of the spectrum is very high. It badly influences the detection and parameter estimation of the STLFMCW signal on the low SNR condition. Therefore, this problem must be solved when FRFT is used to detect the STLFMCW signal. A novel method is presented to detect STLFMCW signal and estimate its parameters based on the FRFT and clustering analysis. The method solves the problem brought by the spectrum folding of the STLFMCW signal, and this method overcomes the limit that the peaks of the STLFMCW signal must be higher than the amplitude of the noise. On the low SNR condition, this method still has better effect to detect STLFMCW signal. Finally, simulations verify the effectiveness of the method.

Key words: Signal processing; Symmetrical Triangular Linear Frequency Modulated Continuous Wave (STLFMCW) signal; Parameter estimation; FRactional Fourier Transform (FRFT); Clustering analysis

1 引言

调频连续波(FMCW)雷达由于结构简单、体积小、距离分辨率高、无距离盲区、成本低、低功耗和低截获等优点，在军用导航、战场侦察与地面成像等领域得到越来越广泛的应用[1−3]。而对称三角线性调频连续波(STLFMCW)信号是 FMCW 雷达中常采用的信号形式[3]。在低信噪比条件下，如何截获这种低截获概率雷达信号已成为现代雷达侦察系

2010-10-25 收到，2011-04-13 改回

国家杰出青年科学基金(60625104)和国家部委基金(41001020201, 11002040105)资助课题

*通信作者：徐会法 radar4228@163.com

统迫切需要解决的难题。

文献[4]分别采用 Wigner Ville 分布，Choi-Williams 分布，正交镜像滤波器组和循环平稳分析的方法，对 STLFMCW 信号的检测与参数估计进行了研究。Wigner Ville 分布由于受交叉项的影响，在低信噪比条件下很难提取信号特征；Choi-Williams 分布能够抑制交叉项的影响，但是它的时频聚集性有所下降，降低了它的检测能力；由于正交镜像滤波器组不具备抑制噪声的功能，正交镜像滤波器组检测算法需要对信号进行消噪处理，其检测能力取决于对信号的消噪效果，同理，文献[5]采用正交镜像滤波器组与高阶累积量技术相结合的检测方法；当信噪比低为-6 dB 时，STLFMCW 信号的调制带宽在循环频域内已比较难测量。文献[6]提出一种基于 Wigner-Hough 变换的 STLFMCW 信号特征提取算法，但是，Wigner-Hough 变换受交叉项干扰，并且，计算量非常大，该算法需要依次估计每段 LFM 信号的参数，才能实现 STLFMCW 信号的参数估计，计算十分耗时；同理，Radon-Wigner 变换也存在相同的问题[7]。文献[8]提出一种基于 Radon-Ambiguity 变换和分数阶 Fourier 变换的 STLFMCW 信号检测与参数估计方法，与 Wigner-Hough 变换相比，把 2 维搜索降低为 1 维搜索，降低了运算量，在信噪比为-5 dB 时，还能得到较好的参数估计结果。

分数阶 Fourier 变换(FRFT)是一种新的时频线性变换，十分适合处理 LFM 信号，没有交叉项的干扰；随着变换阶数从 0 连续增长到 1, FRFT 展示出信号从时域逐步变化到频域的所有变化特征；目前已有多种离散 FRFT 快速算法，便于工程实践。因此，本文力图使用 FRFT 实现 STLFMCW 信号在低信噪比条件下的检测与参数估计。首先，分析了 STLFMCW 信号在 FRFT 域的频谱分布特征，发现 STLFMCW 信号包含的各段 LFM 信号在其对应的“最佳”分数阶域内具有很好的能量聚集性，形成尖峰；各段 LFM 信号在频域内会完全重叠，叠加的频谱幅度较高，在低信噪比条件下，会严重影响 STLFMCW 信号的检测与参数估计。本文引入基于广度优先搜索邻居(BFSN)的聚类算法[9]，提出一种聚类分析与 FRFT 相结合的 STLFMCW 信号检测与参数估计方法，根据 STLFMCW 信号在参数 (u,α) 平面上的尖峰的分布特征，利用 BFSN 聚类分析方法搜索 STLFMCW 信号的尖峰，实现信号的检测与参数估计。该方法消除了信号尖峰的高度必须大于噪声幅度的限制，使 FRFT 在低信噪比条件下对 STLFMCW 信号仍具有较好的检测效果。

2　分数阶 Fourier 变换

信号 $x(t)$ 的 FRFT 定义式为

$$X_p(u)=\left\{F_p\left[x(t)\right]\right\}(u)=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)K_p(t,u)\mathrm{d}t \tag{1}$$

式中 FRFT 的变换核 $K_p(t,u)$ 为

$$K_p(t,u)=\begin{cases}A_\alpha\exp j\pi\left[\left(t^2+u^2\right)\cot\alpha-2tu\csc\alpha\right], & \\ \qquad\alpha\neq n\pi & \\ \delta(t-u),\quad \alpha=2n\pi & \\ \delta(t+u),\quad \alpha=(2n+1)\pi & \end{cases} \tag{2}$$

式中 $A_\alpha=\sqrt{1-j\cot\alpha}$ ，$\alpha=p\pi/2$ 为 FRFT 的旋转角度，p 为 FRFT 的阶数，可以为任意实数。$X_p(u)$ 的逆变换为

$$x(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}X_p(u)K_{-p}(t,u)\mathrm{d}u \tag{3}$$

由式(3)可以看出，信号 $x(t)$ 由一组权系数为 $X_p(u)$ 的正交基函数 $K_{-p}(t,u)$ 所表征，基函数为 LFM 的复指数函数。

3　STLFMCW 信号的模型

STLFMCW 信号的每个周期包括正、负调频率的两部分 LFM 信号，其表达式分别为[4]

$$s_1(t)=A\sin 2\pi\left[\left(f_c-\frac{\Delta F}{2}\right)t+\frac{\Delta F}{2t_m}t^2\right],\ 0\le t\le t_m \tag{4a}$$

$$s_2(t)=A\sin 2\pi\left[\left(f_c+\frac{\Delta F}{2}\right)t-\frac{\Delta F}{2t_m}t^2\right],\ 0\le t\le t_m \tag{4b}$$

式中 A 为幅度，f_c 为载频，ΔF 为调制带宽，$T=2t_m$ 为调制周期。信号的正、负调频率分别为 $\mu=\Delta F/t_m$ 和 $-\mu=-(\Delta F/t_m)$ 。两个周期的 STLFMCW 信号的时频分布图如图 1 所示。

假设雷达侦察接收机实际接收到的雷达信号模型为

$$x(t)=s(t)+w(t) \tag{5}$$

其中 $s(t)$ 由式(4)决定，$w(t)$ 是均值为零、方差为 σ_w^2 的高斯白噪声，信号的输入信噪比为 $\mathrm{SNR_{in}}=A^2/\sigma_w^2$ 。

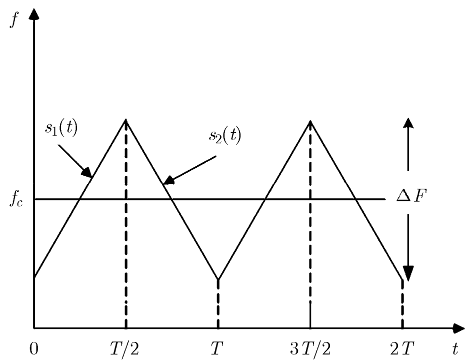

图 1 两个周期的 STLFMCW 信号的时频分布图

4 STLFMCW 信号的 FRFT

由于FRFT可以理解为角为α的时频面旋转，根据该性质，分析STLFMCW信号在FRFT域的频谱分布特征。关于FRFT的数值计算，本文采用文献[10,11]提出的计算方法，信号的量纲归一化采用文献[12]提出的离散尺度变换法。设信号的观察时间为T_d，则信号的时域区间为$[-T_d/2, T_d/2]$。如图2所示，两个调制周期的STLFMCW信号的时频分布及其在FRFT域的投影。在图2中，α_{01}，α_{02}，α_{03}和α_{04}分别为STLFMCW信号包含的4段LFM信号的“最佳”分数阶旋转角，在其对应的FRFT域内，STLFMCW信号呈现能量尖峰，$u_{\max 01}$，$u_{\max 02}$，$u_{\max 03}$和$u_{\max 04}$分别为4段LFM信号的尖峰的u坐标值。该STLFMCW信号在参数(u,α)平面上的4个尖峰的坐标存在如下关系：

$$u_{\max 01} = u_{\max 04} \tag{6}$$

$$u_{\max 02} = u_{\max 03} \tag{7}$$

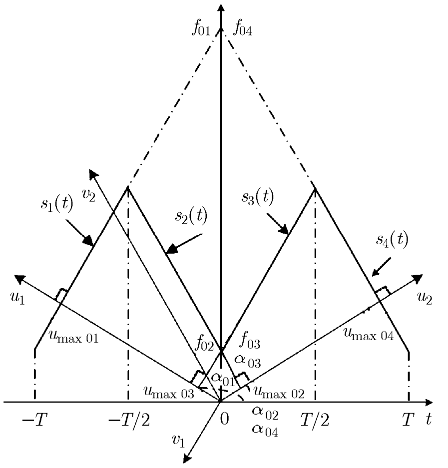

图2 两个周期的STLFMCW信号的时频分布在FRFT域上的投影

$$\alpha_{01} = \alpha_{03} \tag{8}$$

$$\alpha_{02} = \alpha_{04} \tag{9}$$

$$\alpha_{01}+\alpha_{02}=\pi \tag{10}$$

f_{01}，f_{02}，f_{03}和f_{04}分别为STLFMCW信号包含的4段LFM信号在f轴上的截距，也是利用FRFT得到的信号的初始频率[8]，并且$f_{01}=f_{04}$，$f_{02}=f_{03}$。

经上述分析可知，STLFMCW信号的每段LFM信号在其“最佳”分数阶域内都会呈现出能量尖峰，并且各个尖峰的高度相同；正调频率部分$s_1(t)$与$s_3(t)$的“最佳”分数阶旋转角相同，即它们的尖峰在平面(u,α)上的α轴坐标相同，它们在u轴上的距离为

$$|u_{\max 01} - u_{\max 03}| = |f_{01} - f_{03}| \sin\alpha_{01} \tag{11}$$

负调频率部分$s_2(t)$与$s_4(t)$也具有相同的性质；$s_1(t)$与$s_4(t)$对应的尖峰在平面(u,α)上的u轴坐标相同，并且两个尖峰在α轴上各自到$\alpha=\pi/2$的距离相等，$s_2(t)$与$s_3(t)$之间也具有相同的性质。这些特征可以作为检测和识别STLFMCW信号的依据。可借鉴基于FRFT的LFM信号检测与参数估计的原理[13]，实现STLFMCW信号的检测与参数估计。

由图2可知，STLFMCW信号在各个FRFT域的频谱幅度为其包含的各段LFM信号在u轴上的频谱幅度叠加值，并且，STLFMCW信号的各段LFM信号的频谱在f轴上完全重叠。这会导致如下现象：STLFMCW信号在频域或靠近频域的FRFT域的频谱叠加幅度大于或接近于其“最佳”分数阶旋转角α_{01}和α_{02}时的信号尖峰的高度。尤其是在低信噪比条件下，观测信号包含的周期数较多，以及信号的带宽较小时，这种现象更易发生。显然，这个问题降低了FRFT在低信噪比条件下检测STLFMCW信号的能力，影响信号的参数估计精度。

仍以一段包含两个调制周期的STLFMCW信号为例，仿真分析其频谱幅度在FRFT域的分布特征，如图3所示。该信号的各个参数分别为$\Delta F=$ 40 MHz，$t_m=0.5$ μs，f_c=120 MHz。

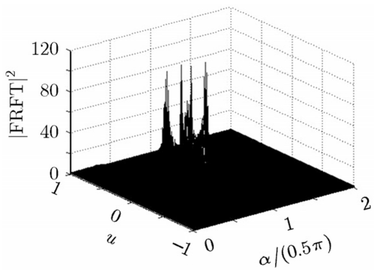

图3 STLFMCW信号的FRFT 3维图

在图3中，STLFMCW信号在平面(u,α)上形成4个高度相近的尖峰，并且，在4个尖峰中间也形成一个高度较高的信号能量尖峰，即为信号在频域($\alpha/(\pi/2)=1$时)内频谱叠加所形成的尖峰。因此，STLFMCW信号与多分量LFM信号也有所不同，不能简单地采用检测多分量LFM信号的方法来检测STFMCW信号，而应该采取措施克服由STLFMCW信号自身的频谱叠加所造成的问题。

5 信号的检测与参数估计

对于STLFMCW信号的检测与参数估计，包括其包含的多段LFM信号的检测与参数估计。由文献[13]可知，各段LFM信号由FRFT得到的参数估

计表达式为

$$\left\{\hat{\alpha}_{0k}, \hat{u}_{0k}\right\} = \arg\max_{\alpha,u} |X_\alpha(u)|^2 \tag{12}$$

$$\left.\begin{aligned} \hat{\mu}_{0k} &= -\cot\hat{\alpha}_{0k} \\ \hat{f}_{0k} &= \hat{u}_{0k}\csc\hat{\alpha}_{0k} \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

其中 $k = 1,2,\cdots,N$, N 为 STLFMCW 信号包含的LFM 信号的段数，$\hat{\mu}_{0k}$ 和 $\hat{f}_{0k}$ 分别为各段 LFM 信号的调频率与初始频率(各段 LFM 信号在 f 轴上的截距)。又由文献[8]可知，STLFMCW 信号的带宽为

$$\Delta F = |f_{01} - f_{03}|/2 \tag{14}$$

由式(11)可得

$$\Delta F = |u_{\max 01} - u_{\max 03}|\csc\alpha_{01}/2 \tag{15}$$

信号的调制周期与载频分别为

$$T = 2t_m = 2\Delta F/\mu_{01} \tag{16}$$

$$f_c = f_{03} + \Delta F/2 \tag{17}$$

上述式中的符号含义同图2中的符号。

式(14)−式(17)表明利用本文提出的参数估计算法只需要在参数 (u,α) 平面上选择两个具有相同 α 坐标的尖峰(即观察信号必须至少包含两段同调频的LFM信号，当这两段LFM信号均为完整的半个调整周期时，检测效果最好)就可以实现STLFMCW信号的参数估计，否则，无法估计STLFMCW信号的调制带宽。信号的观测时间 T_d 可以包含多个调制周期，或者信号边缘是非完整周期，这对信号检测与参数估计没有影响，因为在选择信号尖峰时，选择两个相邻的最大尖峰，其它舍去。但是，当 T_d 取多个调制周期时，检测算法的计算量会增大，当 T_d 取两个调制周期时可以保证两段完整的LFM信号。

为了克服STLFMCW信号的多段LFM信号频谱叠加给FRFT检测信号带来的问题，本文引入了基于广度优先搜索邻居(BFSN)的聚类算法[9]，对STLFMCW信号在 (u,α) 平面上的多个尖峰进行聚类分析，然后，剔除由信号频谱叠加造成的奇异类，实现STFMCW信号的正确检测，进而提高FRFT在低信噪比条件下检测STLFMCW信号的能力。因为BFSN聚类算法不需要预先输入分类的个数，适合用于数量未知的多个信号尖峰的检测，而且还具有实现简单、计算复杂度低，以及容易设定最佳参数等优点。

由于信号的能量尖峰包含了它的所有信息，所以可以寻找一个合理的平面，截取信号尖峰，只以信号尖峰作为聚类输入集，其它数据舍去，这样可以减小BFSN聚类算法的输入样本数，提高算法的运算效率，又不会影响信号的参数估计。

5.1 平面切割

本文采用基于最大值的平面切割法，处理过程如下：

步骤 1　对信号依次进行 $\alpha\in[0,\pi]$ 的 FRFT，令 $Z = |\mathrm{FRFT}(u,\alpha)|^2$，设其行数为 n，列数为 l，Z 的矩阵元素为 z_{ij}，其中 $1\le i\le n$，$1\le j\le l$。

步骤 2　由于STLFMCW信号的各段LFM信号的能量相等，则对应的各个信号尖峰的高度相等，即使在低信噪比下，它们的高度相差也不会太大。因此，可以选择一个合理的高度因子 m，以 $m\cdot\max(|\mathrm{FRFT}(u,\alpha)|^2)$ 作为切割平面的高度，对平面 (u,α) 上的信号尖峰进行切割，获得聚类分析输入集 X。聚类分析的输入集 X 为

$$X = \left\{x \mid x(z_{ij},u,\alpha), z_{ij} > m\cdot\max(Z)\right\} \tag{18}$$

选取高度因子 m 的方法如下：

由于STLFMCW信号包含的各段LFM信号的时宽、带宽和载频相同，所以各段LFM信号在参数 (u,α) 平面上的尖峰的高度相同，如图3中的4个信号尖峰所示。由文献[14]可知，各段LFM信号的尖峰的高度值为

$$\left|S_{\alpha_0}(u_{\max})\right|^2 = \frac{\left|A_{\alpha_0}\right|^2}{(2F)^2}(2N+1)^2A^2 \tag{19}$$

其中 F 为信号的最大频率，N 为信号的采样点数。当信号附有高斯白噪声时，信号 $x(t)$ 的峰值 $\left|X_{\alpha_0}(u_{\max})\right|^2$ 在点 $(u_{\max},\alpha_0)$ 处发生随机起伏，并具有一定的起伏方差。$\left|X_{\alpha_0}(u_{\max})\right|^2$ 的均值为

$$\begin{aligned} E\left[\left|X_{\alpha_0}(u_{\max})\right|^2\right] &= E\left[\left|S_{\alpha_0}(u_{\max}) + W_{\alpha_0}(u_{\max})\right|^2\right] \\ &= \left|S_{\alpha_0}(u_{\max})\right|^2 + E\left[\left|W_{\alpha_0}(u_{\max})\right|^2\right] \\ &= \frac{\left|A_{\alpha_0}\right|^2}{(2F)^2}(2N+1)^2A^2 + \frac{\left|A_{\alpha_0}\right|^2}{(2F)^2}(2N+1)\sigma_w^2 \end{aligned} \tag{20}$$

$\left|X_{\alpha_0}(u_{\max})\right|^2$ 的方差为

$$\begin{aligned} &\mathrm{var}\left[\left|X_{\alpha_0}(u_{\max})\right|^2\right] \\ &= E\left[\left(\left|X_{\alpha_0}(u_{\max})\right|^2 - E\left[\left|X_{\alpha_0}(u_{\max})\right|^2\right]\right)^2\right] \\ &= 2\frac{\left|A_{\alpha_0}\right|^4}{(2F)^4}(2N+1)^2\sigma_w^4 + 2\frac{\left|A_{\alpha_0}\right|^4}{(2F)^4}(2N+1)^3A^2\sigma_w^2 \end{aligned} \tag{21}$$

将式(21)与式(19)的等号两边分别相比，并将 $\sigma_w^2 = A^2/(\mathrm{SNR_{in}})$ 代入得

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{var}\left[\left|X_{\alpha_0}(u_{\max})\right|^2\right]}{\left|S_{\alpha_0}(u_{\max})\right|^2} &= 2\frac{\left|A_{\alpha_0}\right|^2}{(2F)^2}A^2/(\mathrm{SNR_{in}})^2 \\ &\quad + 2\frac{\left|A_{\alpha_0}\right|^2}{(2F)^2}(2N+1)A^2/(\mathrm{SNR_{in}}) \end{aligned} \tag{22}$$

式(22)给出了信号尖峰的相对起伏幅度与信噪比的关系，随着信噪比的降低，尖峰的相对起伏幅度不断增大；同时，可以看出，尖峰的相对起伏幅度由 F, N, $\mathrm{SNR}_{\mathrm{in}}$ 和 α_0 决定。相应地，为了切割到所有的信号尖峰，m 值应随着信噪比的降低而减小；同时，由式(20)可知，如果 m 值取的太小，切割到噪声尖峰的概率也会增大，这样会增大聚类分析的计算量，所以 m 应该取一个折中的值。

5.2 信号尖峰的聚类

由于篇幅所限，本文对 BFSN 聚类算法的原理不再叙述，见文献[9]。信号尖峰的聚类过程为

步骤 1　求出聚类分析输入集 X。

步骤 2　求相异度矩阵。设聚类分析输入集 X 的对象数量为 n, x_i 和 x_j ($1 \le i, j \le n$) 为其中的任意两个对象，它们在 (u,α) 平面上的坐标分别为 (u_i,α_i) 和 (u_j,α_j)。定义 $d(x_i,x_j)$ 为对象 x_i 和 x_j 之间近似性的量化表示。因为对象 x_i 和 x_j 在 (u,α) 平面上为两个点，其近似性由两点之间的距离大小决定，所以用欧几里德距离估算 $d(x_i,x_j)$。n 个对象两两之间的近似性的表现形式为一个 $n\times n$ 维的矩阵，该矩阵为对角元素是 1 的对称矩阵，称其为相异度矩阵。

步骤 3　从输入集 X 中某任意对象出发，基于广度优先和距离参数 r，依次搜索该对象的直接邻居和间接邻居。具体实现，本文使用队列算法，即找出队首元素的所有邻居，把它们从队尾压入，然后将队首弹出，该算法实现方便。

其中，直接邻居和间接邻居的概念分别为：(1)直接邻居，给定对象 b 及距离参数 r，对于任意对象 x，若 $d(b,x)\le r$，则称 x 为 b 的直接邻居，对象 b 所有直接邻居的集合称为 b 的全部直接邻居，记为 D_b；(2)间接邻居，设 n 个对象 $x_1,x_2,\cdots,x_{n-1},x_n$ 满足 x_n 仅是 x_{n-1} 的邻居，x_1 仅是 x_2 的邻居，x_k 是 x_{k-1} 和 x_{k+1} ($1<k<n$) 的邻居，则 $x_3,x_4,\cdots,x_n$ 都是 x_1 的间接邻居。对象 b 所有间接邻居的集合称为 b 的全部间接邻居，记为 I_b。

步骤 4　判断所有找到的直接邻居和间接邻居是否满足设定的类门限参数 λ，如果满足，则将它们合并，从而完成一类聚类。

步骤 5　重复步骤 3 和步骤 4，完成所有对象的聚类。

其中，距离参数 r 用于控制聚类时类和类之间的距离，参数 λ 可以用来控制聚类的形状。

5.3 信号检测的实现步骤

STLFMCW 信号检测与参数估计的实现步骤如下：

步骤 1　对信号分别求旋转角 $\alpha\in[0,\pi]$ 的 FRFT，得 $Z=|\mathrm{FRFT}(u,\alpha)|^2$。

步骤 2　用式(18)对 Z 进行平面切割，获得 BFSN 聚类算法的输入集：

$$X=\left\{x \mid x(z_{ij},u,\alpha), z_{ij} > m\cdot\max(Z)\right\}。$$

步骤 3　利用 BFSN 聚类算法对输入集进行聚类分析，得到聚类结果。

步骤 4　删除奇异，设聚类分析获得 N 个类，每个类包含的所有元素的 α 坐标的平均值为 α_k, $k=1,2,\cdots,N$，如果 α_k 近似等于 $\pi/2$，则将该类作为奇异类，将其删除，即当 $|\alpha_k-\pi/2|\le\sigma$,σ 为一个限制条件，本文选取 $\sigma=0.05$，雷达侦察接收机可以根据担负的任务合理选择一个值。

步骤 5　对删除奇异类的聚类结果进行排序，按照各个类对应的信号尖峰的高度由大到小的顺序进行排序。

步骤 6　选择两个类作为 STLFMCW 信号包含的同调频率的两段 LFM 信号对应的尖峰。选择依据和方法如下：

选择依据：由第3节可知，STLFMCW信号包含的调频率相同的两段LFM信号的尖峰在平面 (u,α) 上具有相同的 α 坐标，并且，调频率相反的两段LFM信号的尖峰在轴 $\alpha=\pi/2$ 的两侧，并且它们各自到 $\alpha=\pi/2$ 的距离相等。

选择方法：对经过步骤 5 排序后的类，采用穷举的方法，从第 1 个类开始，逐个类进行比较，寻找两个类，如果两个类的 α 坐标相同，则暂时选择这两个类；下一步，进行校正处理：如果还存在第 3 个类与选择的两个类分别在 $\alpha=\pi/2$ 轴的两侧，并且到 $\alpha=\pi/2$ 轴的距离近似相等，则终止穷举，最终选择这两个类，否则，继续穷举，重新选择两个类，直至能够满足上面的两个条件；如果无法找到能够满足上面两个条件的两个类，则最终选择两个具有相同 α 坐标，并且信号尖峰较高的类。

步骤 7　选择两个类中的一个类，求其所有元素的 α 坐标的平均值，以该平均值作为两个信号尖峰的坐标 $\alpha_{01}=\alpha_{03}$。

步骤 8　对两个信号尖峰的 α 轴坐标 α_{01} 和 α_{03} 做二级搜索，获得更精确的信号尖峰的坐标 $(u_{\max 01},\alpha_{01})$ 与 $(u_{\max 03},\alpha_{03})$，代入式(13)获得两段 LFM 信号的参数估计值 $\hat{\mu}_{01}$, $\hat{\mu}_{03}$, $\hat{f}_{01}$ 和 $\hat{f}_{03}$。

步骤 9　将得到的参数估计值分别代入式(14)–式(17)，获得 STLFMCW 信号的各个参数的估计值。

5.4 算法复杂度

本文算法首先采用平面切割法对信号进行预处理，只保留信号尖峰的点，使 BFSN 聚类算法的输入集 G 的对象数 N 很小。由文献[9]可知，如果 G 内的对象属于一个类，算法只需循环 $N-1$ 次即可完成聚类；最差的情况，G 内的对象属于 N 个类，时间

复杂度平均为 $G(N^2)$ 。由于 N 很小，所以聚类算法增加的计算量也很小。与逐次消去法相比，该算法却能够同时检测到所有的信号尖峰，一次完成信号尖峰的检测，明显地提高了检测效率，降低了算法的计算量。

6　仿真验证

下面取一段包含两个调制周期的STLFMCW信号为仿真对象，对本文的算法进行仿真验证。该信号的各个参数分别为 $\Delta F = 400$ MHz, $T = 1$ μs, $f_c = 120$ MHz , T_d 为 $[-T,T]$ ，采样频率为 640 MHz 。

设信号被正确检测的判断准则为：信号载频的估计值的绝对误差不超过10%，即

$$\left|\hat{f}_c - f_c\right| \le 0.1 f_c \tag{23}$$

当一次信号检测满足判断准则时，则认为该次检测为正确检测。

为了验证该算法的性能，利用Monte Carlo法，信噪比从-13 dB开始，以1 dB为步长递增至3 dB，每个信噪比条件下模拟200次。在仿真中，检测算法的各个参数的取值分别为：平面切割中的高度因子 $m = 0.55$ (经大量仿真得知，当信噪比大于或等于-13 dB时， $m = 0.55$ 能够取得较好的切割效果)，聚类算法中的 $r = 0.05$, $\lambda = 0.95$ 。其中，信噪比为0 dB时，信号的FRFT模平方的3维图和聚类分析的结果图分别如图4和图5所示。不同信噪比条件下，信号带宽、载频和调制周期估计值的均方根误差(RMSE)如图6所示，信号的正确检测概率如图7所示。

从图6和图7可以看出，信噪比为-12 dB时，信号参数估计值的均方根误差仍能保持较小，信号的正确检测概率为50%，随着信噪比的增加，参数估计值的均方根误差变得越小，信号的正确检测概率越大，从而验证了该算法的有效性。但是，如果不利用平面切割与聚类分析，以及STLFMCW信号的尖峰在平面 (u,α) 上的分布特征，只利用STLFMCW信号的尖峰的高度高于噪声的幅度这一特性，当信噪比低于-8 dB时，信号的正确检测概率已很低。

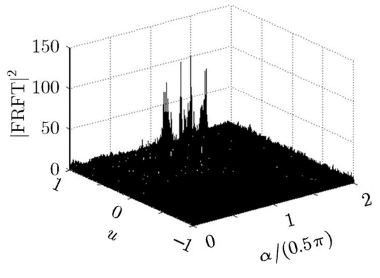

图 4 STLFMCW 信号的 FRFT 3 维图

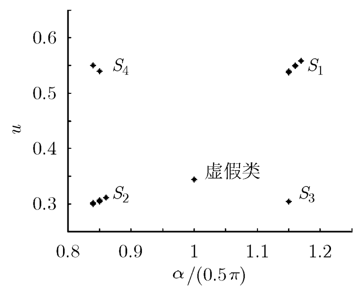

图 5 STLFMCW 信号的聚类分析结果图

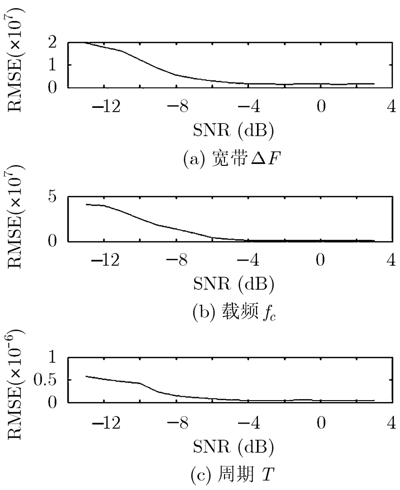

图 6 信号带宽、载频和调制周期估计值的均方根误差

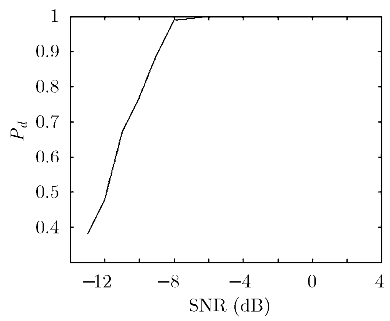

图 7 信号的正确检测概率

7　结论

本文推导了 STLFMCW 信号在 FRFT 域的频谱分布特征，发现 STLFMCW 信号包含的各段 LFM 信号在其对应的“最佳”分数阶域内具有很好的能量聚集性；各段 LFM 信号在频域内会完全重叠，并讨论了该现象给信号检测带来的问题。采用 FRFT 与聚类分析相结合的方法，利用 STLFMCW 信号的尖峰在平面 (u,α) 上的分布特征，选择两个合理的类作为 STLFMCW 信号的尖峰，进而实现信号的检测与参数估计。该方法避免了 STLFMCW 信号包含的各段 LFM 在频域内完全重叠给信号检测

带来的问题，并且，克服了信号尖峰的高度必须高于噪声幅度的限制，使 FRFT 在低信噪比条件下对 STLFMCW 信号具有较强的检测能力，同时也提高了检测效率。同理，该方法也可以应用于其它形式的 FMCW 信号的检测与参数估计。该算法扩展了信号检测方法，具有一定的理论和实用价值。

参 考 文 献

[1] 杨勇, 谭渊, 张晓发, 等. LFMCW 雷达运动目标距离与速度超分辨估计[J]. 信号处理, 2010, 26(4): 626–630.
Yang Yong, Tan Yuan, Zhang Xiao-fa, *et al*.. Super-resolution range and velocity estimation of moving target in LFMCW radar[J]. *Signal Processing*, 2010, 26(4): 626–630.

[2] 吴礼, 彭树生, 肖泽龙, 等. 对称三角线性调频连续波雷达信号多周期模糊函数分析[J]. 南京理工大学学报(自然科学版), 2009, 33(1): 74–78.
Wu Li, Peng Shu-sheng, and Xiao Ze-long, *et al*.. Multi-period ambiguity function analysis of symmetrical triangle linear frequency modulation continuous wave signals[J]. *Journal of Nanjing University of Science and Technology* (*Natural Science*), 2009, 33(1): 74–78.

[3] 梁毅, 王虹现, 刑孟道, 等. 调频连续波SAR信号分析与成像研究[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(5): 1017–1021.
Liang Yi, Wang Hong-xian, Xing Meng-dao, *et al*.. The analysis of FMCW SAR signal and image study[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(5): 1017–1021.

[4] Pace P E. Detection and Classifying Low Probability of Intercept Radar[M]. Second Edition, Boston: Artech House, 2009: 81–119, 405–547.

[5] 戴幻尧, 蒋鸿宇. 基于滤波器组和高阶累积量技术的LPI信号特征检测的新方法[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(6): 1336–1340.
Dai Huan-yao and Jiang Hong-yu. Research on LPI signals feature detection based on parallel filter bank and higher order cumulants[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2009, 31(6): 1336–1340.

[6] Liu Feng, Xu Hui-fa, Sun Da-peng, *et al*.. Feature extraction of symmetrical triangular LFMCW signal using Wigner-Hough transform[J]. *Journal of Beijing Institute of Technology*, 2009, 18(4): 478–483.

[7] 洪先成, 张国毅. 多相编码雷达信号参数快速估计方法[J]. 火控雷达技术, 2010, 39(3): 28–32.
Hong Xian-cheng and Zhang Guo-yi. Fast parameters estimation approach of polyphase coded signal[J]. *Fire Control Radar Technology*, 2010, 39(3): 28–32.

[8] 袁伟明, 王敏, 吴顺君. 对称三角线性调频连续波信号的检测与参数估计[J]. 电波科学学报, 2005, 20(5): 594–597.
Yuan Wei-ming, Wang Min, and Wu Shun-jun. Detection and parameter estimation of symmetrical triangular linear frequency modulation continuous wave signal[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2005, 20(5): 594–597.

[9] 钱江波, 董逸生. 一种基于广度优先搜索邻居的聚类算法[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2004, 34(1): 109–112.
Qian Jiang-bo and Dong Yi-sheng. A clustering algorithm based on first searching neighbors[J]. *Journal of Southeast University* (*Natural Science Edition*), 2004, 34(1): 109–112.

[10] Ozaktas H M, Arikan O, Kutay M A, *et al*.. Digital computation of the fractional Fourier transform[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996, 44(9): 2141–2150.

[11] Bultheel A, Héctor E, and Sulbaran M. Computation of the fractional Fourier transform[J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2004, 16(3): 182–202.

[12] 赵兴浩, 邓兵, 陶然. 分数阶傅立叶变换数值计算中的量纲归一化[J]. 北京理工大学学报, 2005, 25(4): 360–364.
Zhao Xing-hao, Deng Bing, and Tao Ran. Dimensional normalization in the digital computation of the fractional Fourier Transform[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2005, 25(4): 360–364.

[13] Qi Lin, Tao Ran, Zhou Si-yong, *et al*.. Detection and parameter estimation of multicomponent LFM signal based on the fractional Fourier transform[J]. *Science in China* (*Ser.F, Information Science*), 2004, 47(2): 184–198.

[14] 陶然, 邓兵, 王越. 分数阶傅里叶变换及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009: 98–140.
Tao Ran, Deng Bing, and Wang Yue. Fractional Fourier Transform and Its Application[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009: 98–140.

刘　锋：　男，1960 年生，教授，研究方向为电子信息战理论及应用.

徐会法：　男，1981 年生，博士生，研究方向为电子信息战理论及应用.