

一种低信噪比下的信号源数检测新方法

侯云山^{*①②} 黄建国^② 史文涛^②

^①(河南科技大学电子信息工程学院 洛阳 471003)

^②(西北工业大学航海学院 西安 710072)

摘要: 空间信号源数检测是阵列信号处理的关键问题之一, 该文针对低信噪比下传统检测方法的性能差的问题, 提出了一种基于近似特征向量的检测新方法 DTAE(Detection Technique based on Approximate Eigenvectors)来改善低信噪比下传感器阵列的信源数检测性能。该方法首先利用波束形成器在空间做预扫描来估计信号群中心的位置, 以这些位置作为参考方向计算接收数据协方差矩阵的特征向量的近似值, 然后使用特征向量的近似值对阵列输出数据加权, 最后计算加权输出数据的频域峰值-平均功率比值从而估计信号源的个数。仿真结果表明, 提出的新方法在低信噪比下的检测性能显著优于 AIC(Akaike Information Criterion)等方法, 有一定的工程应用价值。

关键词: 信号源数检测; Akaike 信息论准则(AIC); 近似特征向量; 信号群; 峰值-平均功率比

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)06-1390-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.01077

A Novel Method for the Detection of the Number of Signals at Low Signal-to-noise Ratios

Hou Yun-shan^{①②} Huang Jian-guo^② Shi Wen-tao^②

^①(College of Electronics and Information Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China)

^②(College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The detection of the number of space signals is one of the key issues in array signal processing. In view of the poor performance of traditional detection methods at low signal-to-noise ratios, a new method called Detection Technique based on Approximate Eigenvectors (DTAE) is proposed to improve the detection performance of sensor arrays at low signal-to-noise ratios. In the proposed method the direction of the centroid of the cluster of signals is first estimated by some kind of beamform scanning in the space, next the approximate eigenvectors of the data covariance matrix is calculated according to the centroid estimate, then the array output data are weighted by the approximate eigenvectors, finally the estimate of the number of signals is acquired by some kind of manipulating of the peak-to-average power ratio of the weighted data in frequency domain. Simulations show the proposed method DTAE demonstrates much better performance than Akaike Information Criterion (AIC) and other methods at low signal-to-noise ratios, which is valuable in engineering practice.

Key words: Detection the number of signals; Akaike Information Criterion (AIC); Approximate eigenvectors; Cluster of signals; Peak-to-average power ratio

1 引言

信号源数检测^[1-5]一直是阵列信号处理的一个研究热点和重要方向, 在军事以及生产活动中有着广泛的应用。在鱼雷、雷达、声纳系统中, 通过目标数目的识别可以帮助我们判断敌方的势力, 安排作战计划; 在探测领域, 借助目标数目的识别, 可以判断生物种群, 探测矿种, 判断机器故障等; 在导航领域, 借助目标数目的识别可以对飞机进行合

理有效的调度。此外, 信号源数目的估计是大多数阵列测向算法的前提条件^[6]。当信号源数目未知或者估计不准确时, 方位估计将有较大的损失或者完全失败。目前常用的信号源个数的估计方法可以分为基于观测向量协方差矩阵的特征值的方法和基于观测向量协方差矩阵特征向量的方法。

基于特征值的方法主要有利用信息论准则的 AIC(Akaike Information Criterion)^[7]和 MDL (Minimum Description Length)^[8]和 EIT (Eigenvalue Increment Threshold)^[9]等。信息论准则根据假设检验理论, 利用观测向量协方差矩阵

2010-10-09 收到, 2011-03-28 改回

国家自然科学基金(61001153)资助课题

*通信作者: 侯云山 houys20034@yahoo.com.cn

的特征值进行信号源数的检测。信息理论准则包括两个部分:一部分是似然函数,另一部分是罚函数。AIC和MDL具有相同的似然函数和不同的罚函数。研究表明AIC方法具有较低的最低可检测信噪比,但是在高信噪比下不是目标数目的一致估计;MDL在高信噪比下是一致估计,但低信噪比时检测的错误概率较大。EIT算法则利用噪声特征值的线性趋势,提出了一种检验门限降低了误差的影响,检验门限的设定综合考虑了信号和噪声的能量、数据长度和阵元个数等信息,性能介于AIC和MDL之间。

基于特征向量的方法以EDT(Eigenvector Detection Technique)^[10]为代表。EDT方法是一种正交子空间类方法,它通过计算理想数据协方差矩阵的近似特征向量和采样协方差矩阵的特征向量之间的内积值来确定信号数目。EDT利用了波束预扫描得到的先验信息,对于检测紧密分布的平面波的数目,它甚至优于波束空间AIC方法。

本文基于EDT方法的信号群和特征向量的近似值概念,提出了一种新方法DTAE(Detection Technique based on Approximate Eigenvectors)来检测空间信号源的个数。该方法通过使用接收数据协方差矩阵的特征向量的近似值对阵列输出数据加权,计算加权输出数据阵的频域峰值-平均功率比值来估计信号源的个数。仿真结果表明,提出的新方法在低信噪比下的检测性能优于EDT, AIC和MDL方法。

2 信号模型

采用接收基阵模型为 M 个阵元按等间距 d 排列而成的均匀线列阵,如图1所示。

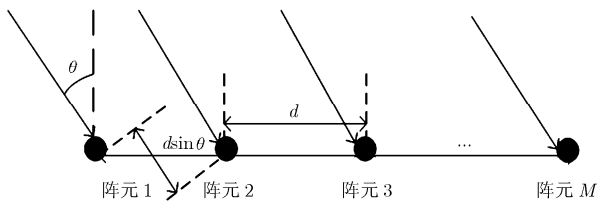


图1 均匀线列阵示意图

考虑阵元间距为 d 的 M 元均匀线列阵,设中心频率为 f_0 的 K 个窄带信号源 $s_k(t)$ ($k=1,2,\dots,K$)分别以 θ_k 的入射角到达阵列的各个阵元。假设不同快拍、不同阵元上的接收到的噪声都彼此独立,为零均值方差 σ_n^2 的复高斯白噪声。那么第 n 个阵元输出可以表示为

$$x_n(t) = \sum_{k=1}^K s_k(t) e^{j\omega\tau_{nk}(t)} + w_n(t) \quad (1)$$

其中 $\tau_{nk}(t) = (nd/c)\sin\theta_k$ 表示第 k 个目标信号到达 n 阵元时相对于参考阵元的时延。将阵列接收数据写成矢量形式

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{w}(t) \quad (2)$$

式中 $\mathbf{X}(t)$ 为阵列的 $M \times 1$ 维快拍数据向量,

$$\mathbf{S}(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ \dots \ s_K(t)]^T \quad (3)$$

为 $K \times 1$ 维的目标信号向矢量, \mathbf{A} 为空间阵列的 $M \times K$ 维阵列流形矩阵,且

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1) \ \mathbf{a}(\theta_2) \ \dots \ \mathbf{a}(\theta_K)] \quad (4)$$

其中第 k 个导向矢量为

$$\mathbf{a}(\theta_k) = \left[1 \ \exp\left\{j2\pi f_0 \frac{d \sin(\theta_k)}{C}\right\} \ \dots \ \exp\left\{j2\pi f_0 (M-1) \frac{d \sin(\theta_k)}{C}\right\} \right]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{w}(t) = [w_1(t) \ w_2(t) \ \dots \ w_M(t)]^T \quad (6)$$

为阵列的 $M \times 1$ 维加性复高斯白噪声数据向量,均值为零,方差为 σ_n^2 。

阵列的协方差矩阵 \mathbf{R} 定义为

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)\} \quad (7)$$

显然 \mathbf{R} 是Hermitian矩阵。对 \mathbf{R} 做特征分解,令其特征值和特征向量分别为 λ_m 和 \mathbf{e}_m ($m=1,2,\dots,M$),得

$$\mathbf{R} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{U}^H \quad (8)$$

式中

$$\mathbf{U} = [\mathbf{e}_1 \ \mathbf{e}_2 \ \dots \ \mathbf{e}_M] \quad (9)$$

$$\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M) \quad (10)$$

设特征值按非递增顺序排列,即 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M$ 。当采样数无穷大时,有 $\lambda_m = \sigma_n^2$ ($m=K+1, K+2, \dots, M$),相应的特征向量集合记为

$$\mathbf{U}_N = [\mathbf{e}_{K+1} \ \mathbf{e}_{K+2} \ \dots \ \mathbf{e}_M] \quad (11)$$

这些特征向量张成的空间称为噪声子空间。 $\lambda_m > \sigma_n^2$ ($m=1,2,\dots,P$)称为主特征值,相应的特征向量集合记为

$$\mathbf{U}_S = [\mathbf{e}_1 \ \mathbf{e}_2 \ \dots \ \mathbf{e}_K] \quad (12)$$

这些特征向量张成的空间称为采样信号子空间,理想条件下它与所有信号方向向量张成的子空间为同一子空间,即

$$\text{span}\{\mathbf{U}_S\} = \text{span}\{\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)\} \quad (13)$$

于是存在一个非奇异的 $K \times K$ 矩阵 \mathbf{Q} 使得

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}_S \mathbf{Q} \quad (14)$$

或者写为

$$\mathbf{a}(\theta_i) = \sum_{n=1}^K q_{ni} \mathbf{e}_n \quad (15)$$

式中 q_{ni} ($n, i=1,2,\dots,K$)是矩阵 \mathbf{Q} 的元素。

3 DTAE 检测方法

假设已经利用常规波束形成器或其它波束形成器在空间做了一个预扫描。在空间的几个位置上,已经检测出存在一个或多个信号。我们把每个这样的位置称为是一个信号群。对于每一个信号群,我们想检测出这个信号群内的信号数目。

对于一个特定的信号群,设其参考方向为 θ_0 (该信号群的中心),如果这个信号群中有 K 个信号,则它们的位置可以表示为 $\theta_1 < \theta_2 < \dots < \theta_K$ 。为了强调它们的距离很近,将其写成如下形式:

$$\theta_i = \theta_0 + \Delta\theta_i \quad (16)$$

$$\Delta\theta_i = \Delta\theta \cdot q_i \quad (17)$$

其中 q_i 是不同的实常数且有 $q_1 < q_2 < \dots < q_K$, $q_1 = -1/2$ 和 $q_K = +1/2$ 。 $\Delta\theta$ 定义了这个信号群在空间的宽度。

定义 $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_M$ 是当 $\Delta\theta \rightarrow 0$ 特征向量 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_M$ 的极限值,它们可以由下面的矩阵从左向右进行Cram-Schmidt标准正交化得到^[10]:

$$\mathbf{B} = [\mathbf{a}(\theta_0) \quad \mathbf{a}^{(1)}(\theta_0) \quad \dots \quad \mathbf{a}^{(M-1)}(\theta_0)] \quad (18)$$

式中 $\mathbf{a}(\theta)$ 是阵列流形向量, $\mathbf{a}^{(i)}(\theta_0)$ 是 $\mathbf{a}(\theta)$ 的第 i 阶空间导数在 θ_0 处的值,即

$$\mathbf{a}^{(i)}(\theta_0) = \left. \frac{d^i \mathbf{a}(\theta)}{d\theta^i} \right|_{\theta=\theta_0} \quad (19)$$

下面使用 φ_i ($i = 1, 2, \dots, M$)对式(2)中的接收数据矢量 $\mathbf{X}(t)$ 做加权得

$$y_i(t) = \varphi_i^H \mathbf{X}(t) = \varphi_i^H [\mathbf{a}(\theta_1)s_1(t) + \mathbf{a}(\theta_2)s_2(t) + \dots + \mathbf{a}(\theta_K)s_K(t) + \mathbf{w}(t)] \quad (20)$$

将式(15)代入式(20)得

$$y_i(t) = \varphi_i^H \left[\sum_{n=1}^K q_{n1} \mathbf{e}_n s_1(t) + \sum_{n=1}^K q_{n2} \mathbf{e}_n s_2(t) + \dots + \sum_{n=1}^K q_{nK} \mathbf{e}_n s_K(t) + \mathbf{w}(t) \right] \quad (21)$$

由于 $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_M$ 信号子空间特征向量 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_M$ 的近似值,故式(21)可改写为

$$y_i(t) = \mathbf{e}_i^H \left[\sum_{n=1}^K q_{n1} \mathbf{e}_n s_1(t) + \sum_{n=1}^K q_{n2} \mathbf{e}_n s_2(t) + \dots + \sum_{n=1}^K q_{nK} \mathbf{e}_n s_K(t) + \mathbf{w}(t) \right] \quad (22)$$

当 $1 \leq i \leq K$ 时,式(22)简化为

$$y_i(t) = q_{i1}s_1(t) + q_{i2}s_2(t) + \dots + q_{iK}s_K(t) + \mathbf{e}_i^H \mathbf{w}(t) \quad (23)$$

式(23)中最后一项和噪声有关,前面 K 项是接收信号的线性组合。

当 $i > K$ 时,式(23)只剩下最后一项

$$y_i(t) = \mathbf{e}_i^H \mathbf{w}(t) \quad (24)$$

在上面两个公式的推导中用到了特征向量 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_M$ 的范数为1且互相正交的性质。

比较式(23)和式(24),发现式(23)包含了信号和噪声的信息,而式(24)只含有噪声的信息。

下面使用频域估计方法来估计信号源个数^[11]。首先定义 $y_i(t)$ 的功率谱的最大值和平均值之比

$$l_i = \max_{\omega} \{P_i(\omega)\} / E\{P_i(\omega)\}, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (25)$$

式中 $P_i(\omega)$ 是 $y_i(t)$ 的功率谱, ω 表示频率。对式(10)计算得到的 l_i 值进行降序排列,并设判源准则为

$$C(i) = l_i - \frac{1}{M-1} \sum_{k=1}^{i-1} l_k, \quad i = 1, 2, \dots, M-1 \quad (26)$$

当第1个 $C(i) \leq 0$ 时,即判信号源个数为 $\hat{K} = i - 1$ 。

4 仿真结果

本小节通过仿真实验将所提出的DTAE方法与AIC, MDL和EDT做了深入的比较。

设实际的信源数为 K ,估计的信源数为 \hat{K} 。定义检测概率为 $P_D = \Pr\{\hat{K} = K\}$,高估概率 $P_F = \Pr\{\hat{K} > K\}$,低估概率 $P_M = \Pr\{\hat{K} < K\}$,这里符号 $\Pr\{\cdot\}$ 表示事件的概率。定义信噪比SNR为单个信号单次快拍的功率与噪声功率之比值。

考虑一个8元标准线阵,有两个不相关等功率窄带信号入射到阵列。假设信号的DOA关于 $\theta = 0^\circ$ 对称,快拍数 $N = 1000$,每个信噪比下进行200次独立试验以进行统计。对于EDT方法,检测阈值取0.5,信号群中心的参考方向取 $\theta_0 = 0^\circ$ 。对于DTAE方法,信号群中心的参考方向也取 $\theta_0 = 0^\circ$ 。

图2比较了当两个信号夹角为0.5半功率波束宽度(Half-Power Beam Width, HPBW)时4种方法的检测概率 P_D 。显然所提出的DTAE方法的检测门限比AIC或EDT低大约5 dB(假设检测门限为 $P_D = 0.8$)。

图3给出了两个信号夹角为1.0 HPBW时4种方法的检测概率。从图中可以看出此时DTAE方法的检测门限比AIC或EDT低大约8 dB(假设检测门限为 $P_D = 0.8$)。这充分表明了所提出的DTAE方法在低信噪比下的优越的性能。

由于DTAE类似EDT方法,也需要一个参考方向,为了评估参考方向与真实的信号中心之间的偏差对检测结果的影响,图4给出了当信号夹角为0.5 HPBW时,AIC, MDL, EDT和DTAE4种方法的检测门限随参考方向偏差值变化的曲线(设检测概率为 $P_D = 0.5$)。

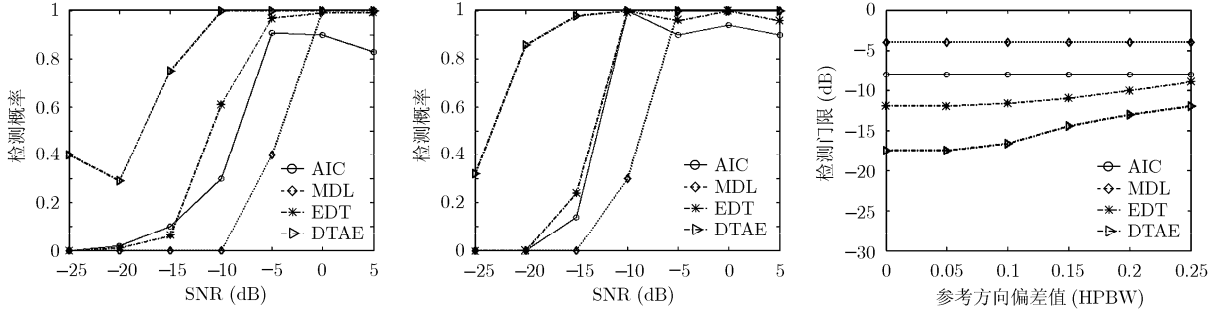


图 2 信号夹角为 0.5 HPBW 时的检测概率 图 3 信号夹角为 1.0 HPBW 时的检测概率 图 4 参考方向偏差值对检测门限的影响

图 5 和图 6 分别给出了信噪比为 -10 dB 和 -15 dB 时不同快拍数下 4 种方法的检测概率。显然在低信噪比的条件下，DTAE 方法小快拍数的性能要优于其它方法。换言之，要得到一定的检测概率，DTAE 方法所需的快拍数最少。

图 7 和图 8 分别给出了不同信噪下 4 种方法的高估概率和低估概率(信号夹角为 0.5 HPBW，快拍数 1000)。图 7 显示当 SNR < -20 dB 时，DTAE 方法具有较高的高估概率，高于其它 3 种方法。图 8 则显示 DTAE 方法的低估概率一直维持在 0 附近。综合图 7 和图 8，不难解释为何图 2 中 DTAE 方法在 -20 < SNR < -10 dB 的范围内一直优于其它 3 种方法。

图 9 和图 10 分别给出了两个不等功率信号夹角

为 0.5 HPBW 时，AIC, MDL, EDT 和 DTAE 4 种方法的检测概率曲线。图 9 和图 10 中的横坐标指的是第 1 个目标的信噪比，在图 9 中，第 2 个目标的信噪比比第 1 个目标高 5 dB，在图 10 中，第 2 个目标的信噪比比第 1 个目标高 15 dB。从图中可看出，EDT 和 DTAE 方法都可以适用于不等功率信号，但是当信号之间功率差别太大时它们的性能会下降很多。

5 结论

本文提出了一种基于近似特征向量的检测新方法——DTAE 来改善低信噪比下传感器阵列的信源数检测性能。该方法采用了 EDT 方法的信号群概念，分 4 个步骤来完成对信号源个数的检测。第 1

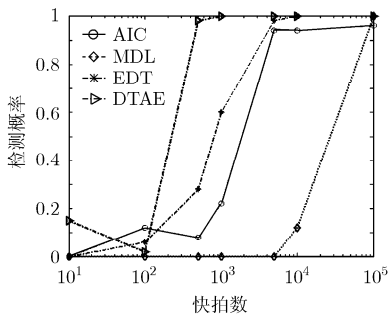


图 5 不同快拍数下的检测概率(SNR=-10 dB)

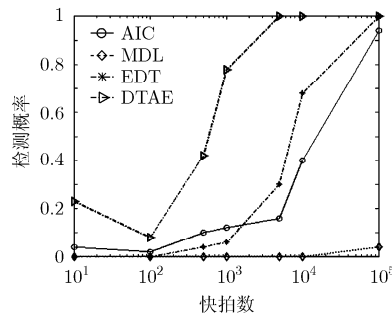


图 6 不同快拍数下的检测概率(SNR=-15 dB)

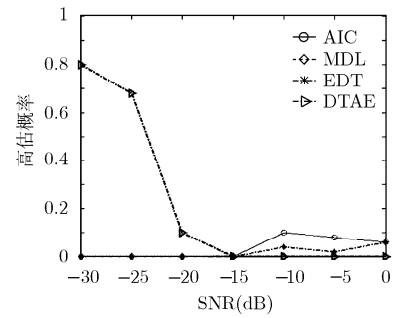


图 7 不同信噪比下的高估概率

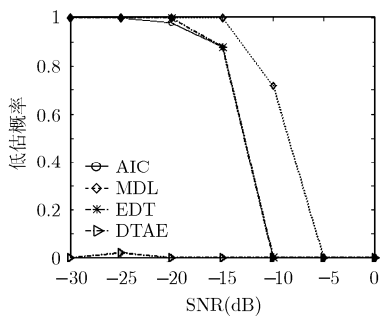


图 8 不同信噪比下的低估概率

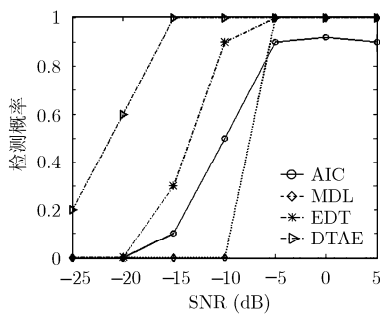


图 9 检测概率 (两个目标信噪比相差 5 dB)

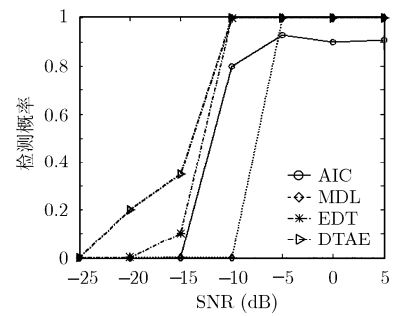


图 10 检测概率 (两个目标信噪比相差 15 dB)

步, 利用波束形成器在空间做预扫描来估计信号群中心的位置; 第 2 步, 以这些位置作为参考方向计算接收数据协方差矩阵的特征向量的近似值; 第 3 步, 使用特征向量的近似值对阵列输出数据加权; 第 4 步, 计算加权输出数据的频域峰值-平均功率比值、估计信号源的个数。仿真结果表明, 本文提出的新方法在低信噪比下的检测性能显著优于 EDT, AIC 和 MDL 方法, 有一定的工程实用价值。

参 考 文 献

- [1] Shira K and Boaz N. Non-parametric detection of the number of signals: hypothesis testing and random matrix theory[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(10): 3930-3941.
- [2] 张立杰, 黄建国, 张群飞. 基于波束包络信息的多目标检测与方位估计一体化方法[J]. *电子学报*, 2009, 37(12): 2823-2828. Zhang Li-jie, Huang Jian-guo, and Zhang Qun-fei. Incorporated method of multi-target detection and DOA estimation by exploiting knowledge of beam spectrum envelope[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(12): 2823-2828.
- [3] 牟建超, 高梅国, 江长勇. 基于修正 Hung-Turner 投影的快速信源数检测算法[J]. *电子与信息学报*, 2010, 32(2): 350-354. Mou Jian-chao, Gao Mei-guo, and Jiang Chang-yong. Fast detection algorithm for the number of signal sources based on modified Hung-Turner projection[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(2): 350-354.
- [4] Chu Fuzhao, Huang Jianguo, and Jiang Min. Detecting the number of sources using modified EIT[C]. Proceedings of 4rd IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA 2009), Xi'an, China, 2009: 563-566.
- [5] 叶中付, 李春辉, 贾红江. 空间非平稳噪声下的信源数估计算法[J]. *兵工学报*, 2009, 30(7): 873-878. Ye Zhong-fu, Li Chun-hui, and Jia Hong-jiang. Estimation the number of signal source in spatially nonstationary noise[J]. *Journal of Chinese Ordnance*, 2009, 30(7): 873-878.
- [6] Krim H and Viberg M. Two decades of array signal processing research[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 1996, 13(4): 67-94.
- [7] Wax M and Kailath T. Detection of signals by information theoretic criteria[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1985, 33(2): 387-392.
- [8] Schwarz G. Estimating the dimensions of a model[J]. *The Annals of Statistics*, 1978, 6(2): 461-464.
- [9] Hu O, Zhen Fuchun, and Faulkner M. Detecting the number of signals using antenna array: a single threshold solution[C]. Fifth International Symposium on Signal Processing and Its Applications, ISSPA'1999, Brisbane, Australia, August 22-25, 1999: 905-908.
- [10] Lee Harry and Li Fu. An eigenvector technique for detecting the number of emitters in a cluster[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(9): 2380-2388.
- [11] Quinn B G and Hannan E J. The Estimation and Tracking of Frequency[M]. Cambridge, England: Cambridge University Press, 2001: 115-123.

侯云山: 男, 1973 年生, 男, 博士, 副教授, 研究方向为阵列信号处理、多传感器与自适应信号处理。

黄建国: 男, 1945 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为阵列信号处理、水声通信。

史文涛: 男, 1985 年生, 博士生, 研究方向为空间谱估计、MIMO 信号处理。