

## 一种基于加权变形的 2DPCA 的人脸特征提取方法

曾岳\* 冯大政

(西安电子科技大学计算机学院 西安 710071)

**摘要:** 该文首先分析了主成分分析法(PCA)和 2 维主成分分析法(2DPCA)的关系, 针对 2DPCA 丢失具有鉴别能力的协方差信息以及 PCA 方法不能解决小样本的问题, 提出了一种基于加权变形的 2DPCA 的人脸特征提取方法(WV2DPCA), 该方法利用变形的 2DPCA 方法分别对人脸 3 个子部分分别提取特征, 然后根据最近邻理论和权值进行分类。经过在 ORL 人脸库和 YALE 人脸库的实验研究表明: 与 2DPCA 相比, 提高了人脸空间的识别率, 压缩了人脸空间的系数, 减少了识别时间; 在识别的准确率方面, 更优于传统的 Fisherfaces, IC, Kernel Eigenfaces 的算法。

**关键词:** 人脸识别; 人脸表示; 主成分分析法(PCA); 2 维主成分分析法(2DPCA)

**中图分类号:** TP391.41

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2011)04-0769-06

**DOI:** 10.3724/SP.J.1146.2010.01003

## An Algorithm of Feature Extraction of Face Based on the Weighted Variation of 2DPCA

Zeng Yue Feng Da-zheng

(School of Computer Science and Technology, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** This paper first discusses the relationship of Principal Component Analysis (PCA) and 2-Dimensional PCA (2DPCA). For 2DPCA eliminating the some covariance information which can be useful for recognition, and PCA's small sample size problem, an algorithm of feature extraction of face based on the Weighted Variation 2DPCA (WV2DPCA) is proposed. Three sub-parts of the face features are extracted respectively in the method of the variation of 2DPCA, and then are classified according to the weight and the Nearest neighbor theory. The experiments on both of ORL and YALE face bases show improvement in recognition accuracy, fewer coefficients and recognition time over 2DPCA, and this algorithm is also superior to the traditional eigenfaces, ICA and Kernel Eigenfaces in terms of the recognition accuracy.

**Key words:** Face recognition; Face representation; Principal Component Analysis (PCA); 2-Dimensional PCA (2DPCA)

### 1 引言

自动人脸识别技术的发展已经经历了 40 多年的历史, 它已经成为模式识别和计算机视觉领域最热门的研究方向之一。目前流行的算法都是主成分分析法(PCA)或是基于 PCA 的方法。尽管获得了很大的成功, 但是还有些问题需要进一步研究, 譬如: (1)训练样本数小于样本的维数(小样本问题); (2)基于 PCA 的方法识别率较低, 已经不能满足实际应用的要求。为了解决这些问题, 一些研究者已经提出了一些方法, 譬如 2 维主成分分析法(2DPCA)<sup>[1]</sup>直接使用原始图像矩阵来计算其协方差矩阵, 不用将

图像矩阵转化为向量, 其优点是协方差矩阵小, 样本相对充足, 计算的复杂性小, 正确识别率高, 但丢失了一些协方差信息; 模块化的主成分分析法(MODULAR PCA)<sup>[2]</sup>将人脸分成几个小的子图像, 然后将 PCA 方法应用于每个子图像上, 由于人的姿态、光照方向、人脸表情等发生变化, 人脸的一些局部特征并没有发生变化, 该算法就能处理这种变化; 双边主成分分析法(BDPCA)<sup>[3]</sup>利用 PCA 方法同时对图像矩阵进行行列方向降维来进行人脸特征提取, 该方法计算效率高, 得到的协方差矩阵的维数可控; 基于子模式 PCA(SPPCA)<sup>[4]</sup>把人脸分成几个小的子模块, 再求每个子模块特征向量, 最后将每个子模式的特征向量集成到总模式的特征向量空间中, 该方法提高人脸识别的准确率, 但仍然不能解决 PCA 的小样本问题; 自适应的加权的 PCA

2010-09-14 收到, 2010-11-29 改回

国家自然科学基金(60372049)和江西省科技计划青年基金(GJJ09412)资助课题

\*通信作者: 曾岳 zengy.123@163.com

(AW-SPPCA)<sup>[5]</sup>将原始图像划分成多个子模式, 单独地应用 PCA 方法对每个子模式提取特征, 然后自适应地计算每个子模式对人脸识别所作的贡献, 接着根据贡献在样本分类任务中对每个子模式赋予不同的权值, 该算法能提出对人脸表情和光照变化的鲁棒性。尽管这种子模块方法能提取局部特征信息, 但这些方法还是不能解决 PCA 的小样本问题。2DPCA 方法能解决小样本问题, 它的研究和应用正成为当前的热点<sup>[6-10]</sup>, 但 2DPCA 方法也有它的不足之处, 第一, 2DPCA 方法相对于 PCA 方法来说丢失了一些协方差信息, 这些协方差对图像局部结构鉴别信息的反映, 对人脸识别起很重要的作用, 充分利用这些协方差信息可以提高图像的识别率<sup>[1]</sup>, 第二, 2DPCA 方法需要用更多的系数来表示一张图像<sup>[1]</sup>。

鉴于此, 本文提出基于一种加权变形的 2DPCA 的人脸特征提取方法。该算法利用变形的 2DPCA 方法最大程度地选取半脸空间的协方差信息, 因为人脸是垂直对称性, 半脸空间上的鉴别信息也是人与人区别的信息根本反映, 本文将人脸空间分为 3 个部分, 分别为眉毛以上的部分、眉毛和鼻子之间的部分和鼻子以下的部分, 分别应用本文所提出的变形 2DPCA 方法对各子图像进行特征提取, 接着根据 3 个部分在人脸识别中所起的作用不同赋予不同的权值, 最后根据最近邻分类器计算两个样本距离进行分类。

本文组织结构如下: 第 2 节提出变形的 2DPCA, 第 3 节提出了加权变形的 2DPCA, 第 4 节在 ORL 库和 YALE 库上进行试验研究, 第 5 节是本文的结论。

## 2 变形的 2DPCA

在此, 我们首先求基于图像列方向的协方差矩阵, 假设  $\mathbf{X}_j$  是一个  $m \times n$  随机矩阵第  $j$  个样本,  $\bar{\mathbf{X}} = (1/M) \sum_{j=1}^M \mathbf{X}_j$  是总体均值矩阵。式(1)中  $\mathbf{x}_j^i$  是  $\mathbf{X}_j$  的第  $i$  列向量,  $\bar{\mathbf{x}}^i$  是  $\bar{\mathbf{X}}$  的第  $i$  列向量。

令

$$\mathbf{X}_j = [\mathbf{x}_j^1, \mathbf{x}_j^2, \dots, \mathbf{x}_j^n], \quad \bar{\mathbf{X}} = [\bar{\mathbf{x}}^1, \bar{\mathbf{x}}^2, \dots, \bar{\mathbf{x}}^n] \quad (1)$$

**定理 1**  $\mathbf{C}^{2D}$  是随机  $m \times n$  图像矩阵  $\mathbf{X}_j$  的基于 2DPCA 方法的协方差矩阵, 表达式如式(2)。

$$\begin{aligned} \mathbf{C}^{2D} &= \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^m (\mathbf{x}_j^i - \bar{\mathbf{x}}^i)^T (\mathbf{x}_j^i - \bar{\mathbf{x}}^i) \\ &= \mathbf{C}_{1,1}^{2D} + \mathbf{C}_{2,2}^{2D} + \mathbf{C}_{3,3}^{2D} + \dots + \mathbf{C}_{n,n}^{2D} \end{aligned} \quad (2)$$

式(2)中,  $\mathbf{C}_{i,j}^{2D}$  定义如式(3),  $\mathbf{C}_{i,i}^{2D} \in R^{n \times n}$  是训练样本第  $i$  列的协方差矩阵。

$$\mathbf{C}_{i,j}^{2D} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M (\mathbf{x}_k^i - \bar{\mathbf{x}}^i)^T (\mathbf{x}_k^j - \bar{\mathbf{x}}^j) \quad (3)$$

证明(略)。

**定理 2**  $\mathbf{C}^{1D} \in R^{(m \times n) \times (m \times n)}$  为随机  $m \times n$  图像矩阵  $\mathbf{X}_j$  的基于 PCA 方法的协方差矩阵, 被分解为子矩阵如下:

$$\mathbf{C}^{1D} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{1,1}^{2D} & \mathbf{C}_{1,2}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{1,n}^{2D} \\ \mathbf{C}_{2,1}^{2D} & \mathbf{C}_{2,2}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{2,n}^{2D} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{C}_{n,1}^{2D} & \mathbf{C}_{n,2}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{n,n}^{2D} \end{bmatrix} \quad (4)$$

证明(略)。

从式(2)得知  $\mathbf{C}^{2D}$  是式(4)中  $\mathbf{C}^{1D}$  每行的主对角线元素的相加, 因此可知  $\mathbf{C}^{2D}$  损失了一些非对角线元素, 这些非对角线元素反映的是图像局部结构信息, 对人脸识别起很重要的作用。充分利用这些非对角线上的元素, 可以提高人脸的识别率。为了利用非对角线上的元素, 本文提出了一种变形的协方差矩阵。

**定义 1**  $\rho = \{j | j = \text{count}(\lambda_i)\}$ ,  $\lambda_i$  为  $\mathbf{C}^{1D}$  对角线上的元素}。

**定义 2** 变形后协方差矩阵  $\mathbf{C}^{V2D}$  是在  $\mathbf{C}^{1D}$  协方差矩阵中, 在主对角线上顺序选取  $\rho = k$  可个元素, 以这  $k$  个元素为正方形对角线, 向  $\mathbf{C}^{1D}$  的主对角线上下延拓, 构成正方形。依次所构成的全体正方形所含的协方差信息的集合。

当  $\rho = 1$  时, 变形的协方差矩阵  $\mathbf{C}^{V2D}$  只包含  $\mathbf{C}^{1D}$  对角线上的元素, 该协方差矩阵也就是  $\mathbf{C}^{2D}$ 。当  $\rho = n$  时, 变形的协方差矩阵  $\mathbf{C}^{V2D}$  含有  $\mathbf{C}^{1D}$  里的所有元素, 该协方差矩阵也就是  $\mathbf{C}^{1D}$ 。当  $\rho = k$  时, 其变形的协方差矩阵  $\mathbf{C}^{V2D}$  选取的元素是图 1 中矩阵框内的元素。图 1 中  $n$  是  $k$  的整数倍, 不足的行补零。

当  $\rho = k$  时, 根据式(2)可以求得其变形的协方差矩阵  $\mathbf{C}^{V2D}$  等于式(5), 本文称式(5)中的  $\mathbf{C}^{V2D}$  为  $\rho = k$  的变形 2DPCA 的协方差矩阵。

$$\mathbf{C}^{V2D} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{1,1}^{2D} & \mathbf{C}_{1,2}^{2D} & \mathbf{C}_{1,3}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{1,k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{1,2k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{1,3k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{1,n}^{2D} \\ \mathbf{C}_{2,1}^{2D} & \mathbf{C}_{2,2}^{2D} & \mathbf{C}_{2,3}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{2,k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{2,2k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{2,3k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{2,n}^{2D} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{C}_{k,1}^{2D} & \mathbf{C}_{k,2}^{2D} & \mathbf{C}_{k,3}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{k,k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{k,2k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{k,3k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{k,n}^{2D} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{C}_{k+1,1}^{2D} & \mathbf{C}_{k+1,2}^{2D} & \mathbf{C}_{k+1,3}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{k+1,k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{k+1,2k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{k+1,3k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{k+1,n}^{2D} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{C}_{2k,1}^{2D} & \mathbf{C}_{2k,2}^{2D} & \mathbf{C}_{2k,3}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{2k,k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{2k,2k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{2k,3k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{2k,n}^{2D} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{C}_{2k+1,1}^{2D} & \mathbf{C}_{2k+1,2}^{2D} & \mathbf{C}_{2k+1,3}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{2k+1,k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{2k+1,2k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{2k+1,3k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{2k+1,n}^{2D} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{C}_{3k,1}^{2D} & \mathbf{C}_{3k,2}^{2D} & \mathbf{C}_{3k,3}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{3k,k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{3k,2k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{3k,3k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{3k,n}^{2D} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{C}_{n,1}^{2D} & \mathbf{C}_{n,2}^{2D} & \mathbf{C}_{n,3}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{n,k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{n,2k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{n,3k}^{2D} & \dots & \mathbf{C}_{n,n}^{2D} \end{bmatrix}$$

图 1 当  $\rho = k$  时变形 2DPCA 的协方差矩阵  $\mathbf{C}^{V2D}$  选取的元素

$$C^{V2D} = \sum_{i=1}^{n/k} \begin{bmatrix} C_{k(i-1)+1,k(i-1)+1}^{2D} & C_{k(i-1)+1,k(i-1)+2}^{2D} & \cdots & C_{k(i-1)+1,k(i-1)+k}^{2D} \\ C_{k(i-1)+2,k(i-1)+1}^{2D} & C_{k(i-1)+2,k(i-1)+2}^{2D} & \cdots & C_{k(i-1)+2,k(i-1)+k}^{2D} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{k(i-1)+k,k(i-1)+1}^{2D} & C_{k(i-1)+k,k(i-1)+2}^{2D} & \cdots & C_{k(i-1)+k,k(i-1)+k}^{2D} \end{bmatrix} \quad (5)$$

前面所提到的参数  $\rho$  实质上是在图像进行 PCA 变换时需要合并的列数。当  $\rho=1$  时，不用进行列的合并，图像就被作为一个矩阵。当  $\rho=n$  时，就是要将  $n$  列合并成一个列向量。当  $\rho=k$  时，就是将图像矩阵的每  $k$  列依次合并成一个列向量。图 2 是当  $\rho=2$  时求  $C^{V2D}$  协方差矩阵的原图像变换过程：

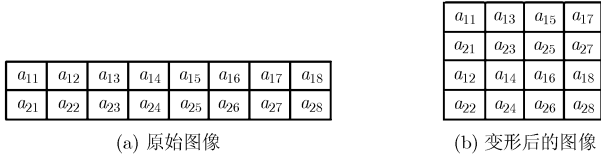


图 2 基于列的图像变换过程

### 3 加权变形的 2DPCA

加权变形的 2DPCA 是一种基于 2DPCA 的特征提取新方法。这种方法首先将一个  $m \times n$  的图像矩阵  $A$  分成 3 块，这 3 块分别是眉毛以上的部分、眉毛和鼻子之间的部分和鼻子以下的部分如图 3。眼睛、鼻子和嘴唇含有丰富的识别信息，前额缺乏结构变化相对来说含有鉴别信息少点。

矩阵  $A$  被表示为

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中每个子矩阵  $A_i$  是一个  $m_i \times n$  矩阵。从图 3 的结

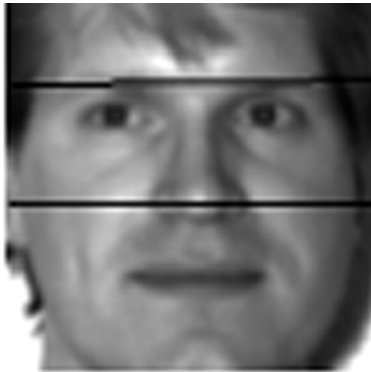


图 3 人脸空间分成 3 个子空间

构图看出， $m_1:m_2:m_3=3:3:4$ 。

$$\sum_{i=1}^3 m_i = m \quad (7)$$

#### 3.1 最优图像矩阵变换

假设  $M$  是人脸图像的总训练样本， $C$  是类别数，每个训练样本属于类别  $c(i) (1 \leq i \leq C)$ ，每个类的样本数为  $n_i$ ，假设  $A_i$  是一个  $m \times n$  的随机样本矩阵，它的 3 个子模块矩阵  $(A_i)_1, (A_i)_2$  和  $(A_i)_3$  表示如式(8)所示：

$$A_i = \begin{bmatrix} (a_i)_{11} & (a_i)_{12} & \cdots & (a_i)_{1n} \\ (a_i)_{21} & (a_i)_{22} & \cdots & (a_i)_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (a_i)_{m1} & (a_i)_{m2} & \cdots & (a_i)_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A_i)_1 \\ (A_i)_2 \\ (A_i)_3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

为了最大程度地提取每个子矩阵协方差的鉴别信息，根据人脸具有垂直对称的特征结构，每个对称结构体里含有丰富的鉴别信息，灰度级变化明显。因此对每个子模式进行基于列方向的  $\rho = n/2$  的人脸图像变换。其变换的过程如下，变换前子模块  $(A_i)_j$  表示如式(9)，基于  $\rho = n/2$  列变换后的子模块表达式  $(A_i)_j'$  如式(10)。

$$(A_i)_j = \begin{bmatrix} (a_i)_{11} & (a_i)_{12} & \cdots & (a_i)_{1n} \\ (a_i)_{21} & (a_i)_{22} & \cdots & (a_i)_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (a_i)_{m_1} & (a_i)_{m_2} & \cdots & (a_i)_{m,n} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$(A_i)_j' = \begin{bmatrix} (a_i)_{11} & (a_i)_{1(n/2+1)} \\ \vdots & \vdots \\ (a_i)_{m_1} & (a_i)_{m_1(n/2+1)} \\ \vdots & \vdots \\ (a_i)_{1(n/2)} & (a_i)_{1n} \\ \vdots & \vdots \\ (a_i)_{m_i(n/2)} & (a_i)_{m_i n} \end{bmatrix} \quad (10)$$

对于总体样本，每块经过变换后的子模块矩阵的散度矩阵表示如式(11)：

$$G_j = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M ((A_i)_j' - B_j)((A_i)_j' - B_j)^T \quad (11)$$

式(11)中  $B_j (j=1,2,3)$  表示训练样本子模块经过图像变换后的平均值矩阵，表示如式(12)

$$B_j = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (A_i)_j', \quad j=1,2,3 \quad (12)$$

因此，可以看出  $G_j$  是一个  $(m \times n/2) \times (m \times n/2)$  正定矩阵，求式(13)的最大值，以得到最优的投影。

$$J^{S2D}(w) = w^T G_j w \quad (13)$$

式(13)中  $w$  是一个列向量，所有满足式(13)中  $w$  的

集合就称为图像矩阵的最优投影,也就是说把一个图像矩阵投影到  $w$  后,能够使它的总体散度保持最大。最优投影轴  $w$  是  $G_j$  最大的  $d$  个特征值所对应的特征向量。图像矩阵的最优投影  $w$  表示为

$$\left. \begin{aligned} \{(w_j)_1, (w_j)_2, \dots, (w_j)_d\} &= \arg \max G_j(w) = P_j \\ (w_j)_i^T (w_j)_i &= 0, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, \dots, d \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

### 3.2 特征提取

根据最优投影矩阵  $P_j$ , 进行人脸空间的特征提取。给定一个样本  $A_i$ , 其定义如式(9)。将人脸空间 3 个不同部分  $(A_i)_j (j=1,2,3)$  投影到相应的最优投影矩阵  $P_j$  之中, 得到 3 个特征矩阵  $Q_1, Q_2, Q_3$ ,  $Q_1 = (A_i)_1^T P_1$ ,  $Q_2 = (A_i)_2^T P_2$ ,  $Q_3 = (A_i)_3^T P_3$ , 因此, 样本  $A_i$  提取的特征表示为

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A_i)_1^T P_1 \\ (A_i)_2^T P_2 \\ (A_i)_3^T P_3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

### 3.3 图像的分类

在人脸识别中最后一步是图像分类, 分类的本质就是要求图像是哪一类。这里, 我们把每类图像作为一个整体进行分析。定义  $\bar{A}_{c(i)}$  如下:

$$\bar{A}_{c(i)} = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} A_j, \quad A_j \in c(i) \quad (16)$$

式(16)中  $\bar{A}_{c(i)} (1 \leq i \leq C)$  表示类别为  $c_i$  的训练样本的均值矩阵, 则模块化图像矩阵可表示为如下式(17):

$$\bar{A}_{c(i)} = [(\bar{A}_{c(i)})_1, (\bar{A}_{c(i)})_2, (\bar{A}_{c(i)})_3]^T \quad (17)$$

将每个子矩阵  $(\bar{A}_{c(i)})_j (j=1,2,3)$  按式(10)做  $\rho = n/2$  列变换后, 每个子矩阵变为  $(\bar{A}_{c(i)})'_j (j=1,2,3)$ 。

根据式(14)的最优投影矩阵  $P_j (j=1,2,3)$ ,  $(\bar{A}_{c(i)})'_j$  是  $\bar{A}_{c(i)}$  的子矩阵经过  $\rho = n/2$  的列变换后所生成的矩阵。假设  $(\bar{Q}_{c(i)})'_j$  是  $(\bar{A}_{c(i)})'_j$  的特征矩阵, 则  $(\bar{Q}_{c(i)})'_1$ ,  $(\bar{Q}_{c(i)})'_2$  和  $(\bar{Q}_{c(i)})'_3$  分别是矩阵  $(\bar{A}_{c(i)})'_j$  的 3 个模块化矩阵变形后的子特征矩阵, 表示如下:

$$(\bar{Q}_{c(i)})' = \begin{bmatrix} (\bar{Q}_{c(i)})'_1 \\ (\bar{Q}_{c(i)})'_2 \\ (\bar{Q}_{c(i)})'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ((\bar{A}_{c(i)})'_1)^T P_1 \\ ((\bar{A}_{c(i)})'_2)^T P_2 \\ ((\bar{A}_{c(i)})'_3)^T P_3 \end{bmatrix} \quad (18)$$

假设给定一个  $m \times n$  测试样本  $Y$  如式(19):

$$Y = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{m1} & y_{m2} & \dots & y_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix} \quad (19)$$

将  $Y$  的 3 个子矩阵  $Y_1, Y_2, Y_3$  根据式(10)做  $\rho = n/2$  列变换后, 每个子矩阵变为  $Y'_1, Y'_2, Y'_3$ 。则它的特征矩阵可表示如式(20):

$$Q' = \begin{bmatrix} Q'_1 \\ Q'_2 \\ Q'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Y'_1)^T P_1 \\ (Y'_2)^T P_2 \\ (Y'_3)^T P_3 \end{bmatrix} \quad (20)$$

使用最邻分类器来计算特征矩阵之间的距离, 如下式(21):

$$d((\bar{Q}_{c(i)})', Q') = \sum_{j=1}^3 \omega_j \times \| (\bar{Q}_{c(i)})'_j - Q'_j \| \quad (21)$$

式(18)中表示人脸 3 个部分在识别中所取的权值,  $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 1$ 。如果式(22)成立, 则识别的结果为  $Y \in c(i)$ 。

$$d((\bar{Q}_{c(i)})', Q') = \min_j d((\bar{Q}_{c(j)})', Q'), \quad 1 \leq j \leq C \quad (22)$$

本文提出的算法(WV2DPCA)首先将人脸空间分为 3 个部分, 然后利用本文所提出的变形 2DPCA 方法对每个子图像求特征向量, 最后根据每个子图像在人脸识别中所取的作用不同赋予不同的权值, 最后利用最近邻分类器进行分类。该算法计算的协方差矩阵比 2DPCA 大, 但比 PCA 方法小, 如: 对于一张分辨率为  $112 \times 92$  的人脸来说, 用 PCA 方法求出的协方差矩阵大小  $(112 \times 92) \times (112 \times 92)$ , 而用本文的算法求出的协方差矩阵大小为  $(18 \times 92) \times (18 \times 92)$ , 而用 2DPCA 方法计算得到的协方差矩阵大小为  $112 \times 112$ , 本文方法求协方差矩阵的维数是 PCA 方法的  $((18 \times 92) \times (18 \times 92)) / ((112 \times 92) \times (112 \times 92)) \approx 1/39$ , 比 2DPCA 方法大  $((18 \times 92) \times (18 \times 92)) / (112 \times 112) \approx 12^2$  倍, 本方法计算的复杂性相对于 2DPCA 来说增加了。但本文方法相对于 2DPCA 来说, 首先它提高了人脸的正确识别率, 这一点在下面的实验中得到了验证, 因为它最大程度地利用了半脸空间的协方差信息, 而这些信息是人脸局部鉴别信息的反映; 第二, 它减少了识别时间, 这一点也能从下面的实验得到验证, 因为本文的方法它表示一张人脸用的系数比 2DPCA 方法小, 比如: 对于一张分辨率为  $112 \times 92$  的人脸来说, 2DPCA 方法需要  $95 \times 5 = 460$  个系数, 而本文的方法需要  $3 \times 2 \times 5 = 30$  个系数。所以本文所提出方法的协方差矩阵维数增大, 计算的复杂性提高, 但是人脸识别的准确率提高, 识别时间减少, 特征脸的系数也在减少。

## 4 实验

### 4.1 在 ORL 库上的实验

本文采用 ORL 人脸数据库。该人脸数据库包含了英国剑桥大学从 1992 年到 1994 年间在实验室采集到的人脸图像数据, 由 40 人, 每人 10 幅、共 400 幅图像组成。每幅图像的分辨率为  $112 \times 92$ , 灰度级 256。其中, 35 人为男性, 5 人为女性。这些图像是

在不同时间、不同光照、面部表情和面部遮掩物变化情况下获得的，如笑或不笑、眼睛或睁或闭、戴或不戴眼镜；人脸姿态也有相当程序的变化、深度旋转和平面旋转可达 20°，人脸的尺度也有多达 10% 的变化。

首先在每类样本中随机选取 5 幅人脸头像用作训练样本，每类剩余 5 幅人脸图像用作测试样本，每次实验单独重复 40 次，然后取每次实验的平均值。利用 AW-SPPCA 方法时，将每张人脸图像的子图像大小定为 14×4。

**实验 1**  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  能直接影响到算法的识别率，本实验的目的就是为寻求一个合适的权值使算法有一个比较高的识别效果。本文连续选取了不同的  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  值进行实验，其实验结果如表 1 所示。

表 1 WV2DPCA 在取不同权值的情况下的识别率(%)

权值 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$	(0.1,0.3, 0.6)	(0.1,0.6, 0.3)	(0.2,0.3, 0.5)	(0.2,0.5, 0.3)
WV2DPCA	89.1	91.5	85.8	90.5

从表 1 可以看出， $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  分别取 0.1, 0.6, 0.3 时该算法的识别率相对比较高，以下各实验权值就取识别率相对最高的权值。

**实验 2** 比较 PCA, 2DPCA, AW-SPPCA 和 WV2DPCA 方法的识别率和特征向量的维数之间关系。将 PCA, 2DPCA, AW-SPPCA 和 WV2DPCA 在相同的训练集和测试集上进行试验，表 2 显示本试验的结果。

表 2 不同方法在 ORL 数据库上的识别率比较

方法	正确识别率(%)	维数
PCA(特征脸)	84.5	34
2DPCA	92.6	92×5=460
AW-SPPCA	96.2	28
WV2DDPCA	97.7	2×10=20

从表 2 可以看出，AW-SPPCA 和 PCA 方法在本质上均是应用 PCA 方法进行特征提取，但 AW-SPPCA 在特征向量维数减小的情况下能提到更高的识别率，主要是因为 AW-SPPCA 方法用子空间的方法能更多地利用了人脸空间的鉴别信息。本文提出的算法特征向量维数最小，识别率最高，这是因为本算法最大程度地利用协方差矩阵的非对角线上的元素，更多地利用了人脸空间局部几何结构特征信息。

**实验 3** 比较不同方法在相同正确识别率情况下，特征向量维数和识别时间之间的关系，从表 3 中可以看出，WV2DPCA 算法用更少的系数(如 2DPCA 用 460 个系数，WV2DPCA 用 30 个系数，AW-SPPCA 用了 1840 个系数)，就能表示一幅人脸图像，并且识别的时间也比其它方法短。AW-SPPCA 方法将一幅 112×94 的图像分割成 23×8 张 (14×2)的子图像，每张子图像的特征向量维数为 10，整个子图像的维数为 23×8×10。

表 3 2DPCA 和 WV2DPCA 方法在相同识别率情况下的识别时间

方法	正确识别率 (%)	维数	识别时间 (s)
2DPCA	91.5	92×5=460	1.75
AW-SPPCA	91.5	23×8×10=1840	2.57
WV2DPCA	91.5	3×2×5=30	1.35

**实验 4** 将 WV2DPCA 方法和其它方法进行比较，包括 Fisherfaces<sup>[12]</sup>, ICA<sup>[13]</sup>, Kernel Eigenfaces<sup>[14]</sup>。在比较中，运用了两个实验方案：方案 1 是前面所说的每人类随机地选取 5 个样本作训练样本，剩余 5 幅人脸图像用作测试样本；方案 2 是在数据集中随机地选取一个样本作测试样本，剩余的全部为训练样本。这种实验方案的结果如表 4 所示。从表 4 中可以看出，WV2DPCA 方法比其它方法的识别率高且识别时间短。

表 4 S2DPCA 方法和其它方法的识别率比较

方案	方法	正确识别率 (%)	识别时间(s)
方案 1	Fisherfaces	92.5	1.89
	ICA	84.4	1.67
	Kernel Eigenfaces	91.0	2.15
	WV2DPCA	97.5	1.55
方案 2	Fisherfaces	98.5	1.85
	ICA	93.8	1.78
	Eigenfaces	97.5	1.89
	Kernel Eigenfaces	98.0	2.05
	WV2DPCA	98.9	1.75

4.2 YALE 库的实验

YALE 人脸数据库是由耶鲁大学计算视觉与控制中心建立，包含 15 位志愿者的 165 张图片，包含光照，表情和姿态的变化，每个有 11 张不同的图片。在本实验中，将每张图片的灰度重新定位到 100×80

像素, 采用如上所述的方案 1 和方案 2 两种实验方式。表 5 用 WV2DPCA, ICA<sup>[13]</sup>, PCA(Eigenfaces)<sup>[14]</sup>, Kernel Eigenfaces<sup>[14]</sup>方法的实验结果进行比较。从表 5 可以看出, 本文的算法(WV2DPCA)比 PCA, ICA 和 Kernel Eigenfaces 的识别率高。

表 5 S2DPCA, PCA, ICA, Kernel Eigenfaces 方法的识别率进行比较

方案	方法	识别率(%)
方案 1	Eigenfaces	71.52
	ICA	71.52
	Kernel Eigenfaces	72.73
	WV2DPCA	85.24
方案 2	Eigenfaces	81.5
	ICA	80.4
	Kernel Eigenfaces	84.5
	WV2DPCA	90.1

## 5 结束语

本文提出的加权变形的 2DPCA 人脸特征提取算法是一种实用性强, 效率高的算法。首先, 它解决 PCA 方法不易解决的小样本问题; 第二, 相对 2DPCA 算法来说本算法识别率高, 因为它最大程度地利用图像协方差信息; 第三, 本算法能用更少的系数表示一张人脸图像与 2DPCA 和 AW-SPPCA 方法相比进一步压缩了图像能量, 通过实验验证减少了图像识别时间。经过在 ORL 库和 YALE 库上的实验表明本文的方法比传统的 PCA, ICA 和 Kernel Eigenfaces 的正确识别率高。本文的权值是通过实验估计而得到, 根据文献[5]自动加权方法的启示, 本文的权值也能通过自适应的方法而得到, 这是本文作者以后要研究的内容。

## 参 考 文 献

- [1] Yang J, Zhang D, and Alejandro F, *et al.* Two-dimensional PCA: a new approach to appearance-based face representation and recognition. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, 26(1): 131-137.
- [2] Rajkiran G and Asari V K. An improved face recognition technique based on modular PCA approach. *Pattern Recognition Letters*, 2004, 25(4): 429-436.
- [3] Zuo Wang-meng, Zhang D, and Wang Kuan-quan. Bidirectional PCA with assembled matrix distance Metric for image recognition. *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics-part B: Cybrnetics*, 2006, 36(4): 863-872.
- [4] Chen Song-can and Zhu Yu-lian. Subpattern-based principle component analysis. *Pattern Recognition*, 2004, 37(5): 1081-1083.
- [5] Tan Ke-ren and Chen Song-can. Adaptively weighted sub-pattern PCA for face recognition. *Neurocomputing*, 2005, 64(1): 505-511.
- [6] Eftekhari A. Mohamad Forouzanfar and Hamid Abrishami Moghaddam. Block-wised 2D kernel PCA/LDA for recognition. *Information Processing Letters*, 2010, 110(17): 761-766.
- [7] Huang Guo-hong. Fusion (2D)<sup>2</sup>PCALDA: a new method for face recognition. *Applied Mathematics and Computation*, 2010, 216(11): 3195-3199.
- [8] Qi Yong-feng and Zhang Jia-shu. (2D)<sup>2</sup>PCALDA: an efficient approach for face recognition. *Applied Mathematics and Computation*, 2009, 213(1): 1-7.
- [9] Wang Jin, Barret A, and Wang Lu, *et al.* Multilinear principal component analysis for face recognition with fewer features. *Neurocomputing*, 2010, 73(10-12): 1550-1555.
- [10] Yu W, Wang Z, and Chen W. A new framework to combine vertical and horizontal information for face recognition. *Neurocomputing*, 2009, 72(4-6): 1084-1091.
- [11] Zheng Wei-shi, Lai J H, and Li S Z. 1D-LDA vs. 2DLDA: when is vector-based linear discriminant analysis better than matrix-based?. *Pattern Recognition*, 2008, 41(7): 2156-2172.
- [12] Belhumeur P N, Hespanha J P, and Kriegman D J. Eigenfaces vs. fisherfaces: recognition using class specific linear projection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, 19(7): 711-720.
- [13] Yuen P C and Lai J H. Face representation using independent component analysis. *Pattern Recognition*, 2002, 35(6): 1247-1257.
- [14] Yang M H. Kernel eigenfaces vs. kernel fisherfaces: face recognition using kernel methods. Proc Fifth IEEE int'l conf. Automatic Face and Gesture Recognition(RGR'02), Washinton D C, May 2002: 215-220.

曾 岳: 男, 1972 年生, 副教授, 研究方向为模式识别。

冯大政: 男, 1959 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理。