

基于混合观测器的非线性系统的脉冲控制

姚立红* 李俊民

(西安电子科技大学理学院 西安 710071)

摘要: 该文针对基于有限状态自动机的非线性脉冲混合动态系统,设计一种新的脉冲混合观测器,然后应用有限状态自动机理论和 Backstepping 方法设计了基于混合观测器的脉冲输出反馈控制器,并构造了多 Lyapunov 函数,通过混合系统的渐近稳定性理论以及多 Lyapunov 函数法给出整个闭环系统渐近稳定的充分条件,数值仿真验证了该控制器的有效性。

关键词: 有限状态自动机; 脉冲控制; Backstepping 方法; 多 Lyapunov 函数

中图分类号: TP13

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)08-1902-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00978

Impulsive Control Based on Hybrid Observers for Nonlinear Systems

Yao Li-hong Li Jun-min

(School of Science, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: A new impulsive hybrid observer is firstly designed for nonlinear impulsive hybrid systems based on a Finite State Machine (FSM). Then, a class of impulsive output feedback controller based on the hybrid observer is designed for above systems by applying FSM theory and backstepping method, and a multi-Lyapunov function is constructed. The sufficient condition for asymptotic stability of the whole closed-loop systems is given by applying asymptotic stability theory of hybrid system and multi-Lyapunov function method. Finally, a simulation example is given to illustrate the effectiveness of the controller proposed in the paper.

Key words: Finite State Machine (FSM); Impulsive control; Backstepping method; Multi-Lyapunov function

1 引言

混合动态系统一般由离散事件动态系统(离散部分)和连续变量动态系统(连续部分)相互混合、相互作用而形成的统一的系统。连续变量动态系统又由多个子系统组成。根据离散部分的不同,混合系统被分为多种类型,其中离散部分为有限状态自动机(FSM)的混合系统受到了人们的广泛关注。该类系统由一组连续微分方程描述的子系统以及有限状态自动机相互作用所组成的,这种控制系统会在许多实际工程中遇到,例如电力系统网络的调度,交通监督控制系统等。

在实际问题中,一些突发信号或者信息的干扰,会对动态系统产生瞬间的巨大影响,而这种突发的干扰在控制、通讯、信息、人工智能等方面大量存在,被人们称为脉冲现象,当系统具有脉冲作用时,系统的稳定性和控制性能将会恶化,应用传统的连续控制可能无法镇定系统,或者镇定的效果不好,

于是人们引入了脉冲控制。脉冲控制的实质是通过在脉冲时刻的不连续的脉冲控制输入来改变连续时间系统的状态,它具有控制所需能量少,控制响应速度快,较强的抗干扰能力和鲁棒性等特点。对于具有脉冲现象的混合系统,一般习惯简称为脉冲混合系统,由于脉冲混合系统是混合系统中的一类,所以混合系统的相关理论在脉冲混合系统中也是完全适用的。

随着混合动态系统理论的发展,新的研究工具和研究方法不断被提了出来,越来越多的问题得到了解决。混合系统中研究较多的是切换系统,而稳定性和控制器设计是研究的重点,对混合系统的稳定性分析方法主要是多 Lyapunov 法,文献[1]应用多 Lyapunov 函数法对混合系统的稳定性进行了分析。在混合系统的稳定性分析、控制器和观测器设计方面的研究成果非常丰硕,文献[2,3]对离散事件动态系统的稳定性和稳定化以及观测器等问题进行了详细的探讨,文献[4-7]分别对非线性混合系统的控制器问题进行了研究,文献[8]为混合系统设计了观测器,然而没有考虑控制器问题,文献[9]介绍了一类积分连续时间自动机,并讨论了其事件驱动开环轨迹和闭环轨迹的最优控制问题,文献[10]对离散

2010-09-07收到, 2011-05-30改回

国家自然科学基金(60974139)和中央高校基本科研业务费专项资金(72103676)资助课题

*通信作者: 姚立红 yaolihg@163.com

时间奇异混合系统的稳定性进行了分析, 并设计了状态反馈控制器和静态输出反馈控制器, 文献[11]讨论了基于有限状态自动机的脉冲混合系统的脉冲控制问题, 文献[12]对脉冲系统的有限时间稳定问题进行了研究, 文献[13]研究了基于混合观测器的混合反馈控制问题, 但只考虑了混合系统的离散事件动态系统为有限状态自动机、连续变量动态系统为线性离散系统的情形。

本文则对离散部分为有限状态自动机, 连续部分为非线性脉冲系统的混合系统, 设计了一类脉冲混合观测器和基于该观测器的脉冲控制器, 并应用新的混合系统稳定性理论对闭环系统的渐近稳定性进行了分析, 最后数值仿真验证了该混合观测器和混合控制器的有效性。

2 问题描述与预备知识

考虑如下脉冲混合动态系统 H_p (式(1)-式(3)):

$$\left. \begin{aligned} q(t_{k+1}) &\in \varphi(q(t_k), \delta(t_{k+1})) \\ \delta(t_{k+1}) &\in \phi(q(t_k), \mathbf{x}(t_{k+1}), u(t_{k+1})) \\ \psi(t_{k+1}) &= \eta(q(t_k), \delta(t_{k+1})) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

如果 $q(t^-) = q(t^+) = i$,

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{F}_i(\mathbf{x}(t)) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

如果 $i = q(t^-) \neq q(t^+) = j$,

$$\mathbf{x}(t_{j,r}^+) = \Phi_j(\mathbf{x}(t_{j,r-1}^+), \tilde{\mathbf{u}}(t_{j,r}^+)) \quad (3)$$

上述系统模型中式(1)为有限状态自动机(即FSM, 其工作原理在文献[8]中有介绍), 即 H_p 的离散事件动态系统, 式(2)和式(3)为 H_p 的连续变量动态系统, 式(2)中的 $q(t^-) = q(t^+) = i$ 表示系统状态停留在位置 i 处, 式(3)中的 $i = q(t^-) \neq q(t^+) = j$ 表示系统从位置 i 处向位置 j 处发生跳转。其中 $q(t_k)$ 是 t_k 时刻 FSM 的位置, 且 $q(t_k) \in Q$, $q(t_0)$ 为初始位置, Q 是 FSM 的位置集(有限集), $i, j \in Q$, $k = 0, 1, 2, \dots$, $\delta(t_{k+1})$ 和 $\psi(t_{k+1})$ 分别是 t_{k+1} 时刻 FSM 的输入事件和离散输出事件, 且 $\delta(t_{k+1}) \in \Sigma$, Σ 为 FSM 的输入集(有限集), $\psi(t_{k+1}) \in \Psi$, Ψ 为 FSM 的输出集(有限集)。 $\varphi: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$ 是位置转移函数, $\phi: Q \times X \times U \rightarrow 2^\Sigma$ 是输入事件发生函数, X 是连续变量动态系统的状态集合, U 是连续变量动态系统的输入集合, $\eta: Q \times \Sigma \rightarrow \Psi$ 为输出事件函数。 $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ 为连续变量动态系统的状态变量, $\mathbf{A} = \{a_{\mu,v}\} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 其中 $a_{\mu,\mu+1} = 1$, $a_{\mu,v} = 0$, $v \neq \mu + 1$, $\mu, v = 1, 2, \dots, n$, $\mathbf{B} = [0 \ 0 \ \dots \ 1]^T$, $\mathbf{C} = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$, $\mathbf{F}_i(\mathbf{x})$ 满足充分光滑性, $\mathbf{F}_i(0) = 0$, $\mathbf{F}_i(\mathbf{x}) = [f_{i,1}(\mathbf{x}_{[1]}), f_{i,2}(\mathbf{x}_{[2]}), \dots, f_{i,n}(\mathbf{x}_{[n]})]^T$, 记 $\mathbf{x}_{[m]} = [x_1, x_2,$

$\dots, x_m]^T$, $m = 1, 2, \dots, n$, $\mathbf{x}_{[1]} = x_1$, $\mathbf{x}_{[n]} = \mathbf{x}$, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}$ 为输入变量, \mathbf{y} 为输出变量, $t_{j,r}^+$ 为系统第 r 次跳转到位置 j 处的时刻, 且 $i = q(t^-) \neq q(t^+) = j$ 时 t^+ 与 $t_{j,r}^+$ 指的是同一时刻, $\mathbf{x}(t_{j,r}^+)$ 为该时刻的系统状态, $\tilde{\mathbf{u}}(t_{j,r}^+)$ 为系统第 r 次跳转到位置 j 处时的脉冲输入变量, $r = 2, 3, 4, \dots$ 。

定义 1 混合系统的渐近稳定性^[13]: 对于给定的混合动态系统, 若离散事件动态系统(即 FSM)是渐近稳定的, 且在其位置跳变过程中, 连续变量动态系统也是渐近稳定的, 则称该混合动态系统是渐近稳定的。

定义 2 FSM 的渐近稳定性^[13]: 对于 $\forall q(t_0) \in Q$, 如果存在正整数 K , 使得当 $k \geq K$ 时有 $q(t_k) \in \Pi \cup E$, 且 $q(t_k)$ 能无限次进入期望集 E , 则称 FSM 关于期望集 E 渐近稳定, 简称 FSM 是渐近稳定的, 其中 Π 是最优路径^[13]上所有位置点组成的位置集。

3 混合观测器

假设 1 存在非奇异矩阵 \mathbf{H}_i , 使得式(2)中的 $\mathbf{F}_i(\mathbf{x})$ 满足 $\mathbf{F}_i(\mathbf{x}) = \mathbf{H}_i \xi_i(\mathbf{x})$, 且 $\xi_i(\mathbf{x})$ 满足全局 Lipschitz 条件, 全局 Lipschitz 常数为 ζ_i 。

在一般情况下, 系统的位置状态和连续状态不能完全被测量, 而 \mathbf{y} 为可测量的输出变量, 故根据文献[8]和文献[14], 设计如下脉冲混合观测器(式(4)-式(6)):

$$\left. \begin{aligned} \hat{q}(t_{k+1}) &\in \varphi_O(\hat{q}(t_k), \psi(t_{k+1})) \\ \psi_O(t_{k+1}) &= q(t_k) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

如果 $\hat{q}(t^-) = \hat{q}(t^+) = i$,

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{F}_i(\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_i(\mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{y})) + \mathbf{L}_i(\mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{y}) \quad (5)$$

如果 $i = \hat{q}(t^-) \neq \hat{q}(t^+) = j$,

$$\hat{\mathbf{x}}(t_{j,r}^+) = \hat{\Phi}_j(\hat{\mathbf{x}}(t_{j,r-1}^+), \tilde{\mathbf{u}}(t_{j,r}^+)) \quad (6)$$

式(4)-式(6)为混合观测器, 其中式(4)为系统式(1)-式(3)的位置观测器(即 FSM 的观测器), 式(5)和式(6)为系统式(1)-式(3)的状态观测器。位置集(有限) $Q_O \in 2^Q$, 位置观测器的输入集(有限) $\Sigma_O = \Psi$, 位置观测器的输出集 $\Psi_O = Q_O$, $\hat{q}(t_k)$ 表示 t_k 时刻系统的位置估计, $\hat{\mathbf{x}}$ 为状态 \mathbf{x} 的估计, $\mathbf{K}_i = [k_{i1}, \dots, k_{in}]^T$ 与 $\mathbf{L}_i = [l_{i1}, \dots, l_{in}]^T$ 为第 i 个子系统的观测器增益矩阵。

在本文的讨论过程中, 假设有限状态自动机总是能控、能观且是活的^[2, 3]。

4 脉冲控制器设计

脉冲混合反馈控制器的设计分为使 FSM 及其位置观测器渐近稳定的反馈控制器设计和使连续变

量动态系统及其状态观测器渐近稳定的反馈控制器设计两部分, 下面分别讨论。

4.1 FSM 的反馈控制器设计

FSM 的反馈控制器设计就是为了准确判断系统的当前位置并使 FSM 能够渐近稳定, 为此, 在每个位置估计点加入控制 $U(\hat{q}(t_k))$, 使得位置估计 $\hat{q}(t_k)$ 中的每一个位置点只有一个事件发生, 且让状态轨迹沿最优路径^[13]运行, 如果初始位置估计点不在最优路径上, 则让状态轨迹先沿最短路径^[13]运行, 当运行到最优路径上时, 再沿最优路径运行。文献[13]中已经对该过程做了详细介绍, 这里不再说明。

4.2 连续变量动态系统的反馈控制器设计

根据文献[13]的引理 1 知, 位置观测器能在有限步后准确判断出系统的当前位置, 且状态观测器在位置观测器判断出系统当前位置后 ($\hat{q}(t_k) = q(t_k) = i$) 才开始工作, 这样对连续变量动态系统的反馈控制器设计需要分为两个阶段, 第 1 个阶段为位置观测器判断出系统当前位置之前的控制器设计, 第 2 个阶段为位置观测器判断出系统当前位置之后的控制器设计。

第 1 阶段不知道状态轨迹的准确位置, 可以对系统加入相应的控制, 保证系统在该阶段不分散。第 2 阶段 ($\hat{q}(t_k) = q(t_k)$) 状态观测器开始工作, 下面讨论该阶段的反馈控制器设计。

当 $q(t) = q(t^+) = i$ 时, 系统停留在第 i 个子系统, 由式(2)、式(5)以及假设 1 可知

如果 $q(t^-) = q(t^+) = i$,

$$\dot{\tilde{x}} = (A + L_i C)\tilde{x} + H_i \beta_i(x, \hat{x}) \quad (7)$$

其中 $\tilde{x} = x - \hat{x}$ 为观测误差, $\beta_i(x, \hat{x}) = \xi_i(x) - \xi_i(\hat{x} + K_i(C\hat{x} - y))$, 由假设 1 可知:

$$\beta_i^T \beta_i \leq \zeta_i^2 \tilde{x}^T (I + K_i C)^T (I + K_i C) \tilde{x} \quad (8)$$

定义虚拟误差变量: 如果 $q(t) = q(t^+) = i$,

$$\left. \begin{aligned} z_{i,1} &= y \\ z_{i,2} &= \hat{x}_2 - \gamma_{i,1}(y) \\ &\vdots \\ z_{i,n} &= \hat{x}_n - \gamma_{i,n-1}(x_{[n-1]}, y) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

记 $Z(t) = [z_{i,1} \ z_{i,2} \ \dots \ z_{i,n}]^T$, $\gamma_{i,m}$ 为待定的虚拟控制, $m = 1, 2, \dots, n - 1$ 。

当 $i = q(t) \neq q(t^+) = j$ 时, 系统由第 i 个子系统向第 j 个子系统发生跳转, $i, j \in Q$, 根据式(3)和式(6)可得出 $\tilde{x}(t_{j,r}^+)$ 的表达式, 再根据式(6)和式(9), 可以得到 $Z(t_{j,r}^+)$ 的表达式, 为了便于设计, 只考虑这两个表达式为线性形式的情况, 即 $\tilde{x}(t_{j,r}^+) = E_j \tilde{x}(t_{j,r-1}^+) + G_j \tilde{u}(t_{j,r}^+)$, $Z(t_{j,r}^+) = M_j Z(t_{j,r-1}^+) + N_j \tilde{u}(t_{j,r}^+)$, 其中 E_j 和 G_j 以及 M_j 和 N_j 为适当维数的数量矩

阵。

根据式(5), 式(7), 式(9)以及 $\tilde{x}(t_{j,r}^+)$ 和 $Z(t_{j,r}^+)$ 的表达式, 将上述问题转换为如下形式:

如果 $q(t^-) = q(t^+) = i$,

$$\left. \begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= (A + L_i C)\tilde{x} + H_i \beta_i(x, \hat{x}) \\ \dot{z}_{i,1} &= z_{i,2} + \gamma_{i,1} + \tilde{F}_{i,1} + \tilde{x}_2 \\ \dot{z}_{i,m} &= z_{i,m+1} + \gamma_{i,m} + \tilde{F}_{i,m} - \frac{\partial \gamma_{i,m-1}}{\partial y} \tilde{x}_2 \\ \dot{z}_{i,n} &= u + \tilde{F}_{i,n} - \frac{\partial \gamma_{i,n-1}}{\partial y} \tilde{x}_2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

如果 $i = q(t) \neq q(t^+) = j$,

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{x}(t_{j,r}^+) &= E_j \tilde{x}(t_{j,r-1}^+) + G_j \tilde{u}(t_{j,r}^+) \\ Z(t_{j,r}^+) &= M_j Z(t_{j,r-1}^+) + N_j \tilde{u}(t_{j,r}^+) \end{aligned} \right. \quad (11)$$

其中 $\tilde{F}_{i,1} = f_{i,1}(y)$, $\tilde{F}_{i,\kappa} = f_{i,\kappa}(\hat{x}^{[\kappa]} - K_{i, [\kappa]} \tilde{x}_1) - l_{i,\kappa} \tilde{x}_1 - \sum_{\ell=1}^{\kappa-1} \frac{\partial \gamma_{i,\ell}}{\partial \hat{x}_1} \hat{x}_\ell - \frac{\partial \gamma_{i,\kappa-1}}{\partial y} (\hat{x}_2 + f_{i,1}(y))$, $i, j \in Q$, $m=2, 3, \dots, n-1$, $\kappa = 2, 3, \dots, n$ 。

此时的连续变量动态系统由式(10)-式(11)构成, 所以控制器的设计也相应地由两部分组成, 下面分别来设计这两部分控制器。

(1) $q(t) = q(t^+)$ 时的控制器设计^[15]: 当 $q(t) = q(t^+) = i$ ($i \in Q$) 时, 状态观测器停留在位置 i 处, 虚拟误差系统如式(10)所示, 应用 Backstepping 方法构造虚拟控制器和控制器:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{i1} &= -c_{i1} z_{i1} - \tilde{F}_{i1} - \frac{z_{i1}}{4\rho_i^2} \\ \gamma_{im} &= -c_{im} z_{im} - \tilde{F}_{im} - z_{i,m-1} - \frac{1}{4\rho_i^2} \left(\frac{\partial \gamma_{i,m-1}}{\partial y} \right)^2 z_{im} \\ &\quad - \left(\frac{1}{2\rho_i} \sum_{\ell=1}^{m-2} \frac{\partial \gamma_{i,\ell}}{\partial y} z_{i,\ell+1} - \frac{1}{2\rho_i} z_{i1} \right) \frac{1}{\rho_i} \frac{\partial \gamma_{i,m-1}}{\partial y} \\ u &= -c_{in} z_{in} - \tilde{F}_{in} - z_{i,n-1} - \frac{1}{4\rho_i^2} \left(\frac{\partial \gamma_{i,n-1}}{\partial y} \right)^2 z_{in} \\ &\quad - \left(\frac{1}{2\rho_i} \sum_{\ell=1}^{n-2} \frac{\partial \gamma_{i,\ell}}{\partial y} z_{i,\ell+1} - \frac{1}{2\rho_i} z_{i1} \right) \frac{1}{\rho_i} \frac{\partial \gamma_{i,n-1}}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中 $c_{i1} > 0$, $c_{im} > 0$, $c_{in} > 0$, $\rho_i \neq 0$, $m = 2, \dots, n - 1$ 。

构造 $V_{ip} = z_{i1}^2 + \dots + z_{ip}^2$, 显然 $V_{ip} > 0$, $p=1, \dots, n$, 且 $V_m = Z_i^T Z_i$, 对其求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{in} &= -2 \sum_{\ell=1}^n c_{i\ell} z_{i\ell}^2 \\ &\quad - 2 \left(\frac{1}{2\rho_i} \sum_{\ell=1}^{n-1} \frac{\partial \gamma_{i\ell}}{\partial y} z_{i,\ell+1} - \frac{1}{2\rho_i} z_{i1} + \rho_i \tilde{x}_2 \right)^2 + 2\rho_i^2 \tilde{x}_2^2 \end{aligned}$$

令 $V_{i0} = \tilde{x}^T P_i \tilde{x}$, P_i 为正定矩阵, 根据式(8)并应用公式 $\xi^T P \eta \leq (\xi^T P \xi)^{1/2} (\eta^T P \eta)^{1/2}$ 和 $2\xi^T \eta \leq \xi^T \xi$

$+\eta^T \eta$, 对 V_{i0} 求导可得: $\dot{V}_{i0} = \tilde{x}^T [(A + L_i C)^T P_i + P_i (A + L_i C)] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P_i H_i \beta_i \leq \tilde{x}^T [(A + L_i C)^T P_i + P_i (A + L_i C) + \zeta_i^2 P_i H_i H_i^T P_i + (I + K_i C)^T (I + K_i C)] \tilde{x}$ 取 Lyapunov 函数 $V_i = V_{i0} + V_{im} = \tilde{x}^T P_i \tilde{x} + Z_i^T Z_i > 0$, 根据前面的结果可知:

$$\dot{V}_i \leq \tilde{x}^T \Delta_i \tilde{x} - 2 \sum_{\ell=1}^n c_{i\ell} z_{i\ell}^2 - 2 \left(\frac{1}{2\rho_i} \sum_{\ell=1}^{n-1} \frac{\partial \gamma_{i\ell}}{\partial y} z_{i,\ell+1} - \frac{1}{2\rho_i} z_{i1} + \rho_i \tilde{x}_2 \right)^2 \quad (13)$$

其中 $\Delta_i = (A + L_i C)^T P_i + P_i (A + L_i C) + \zeta_i^2 P_i H_i H_i^T P_i + (I + K_i C)^T (I + K_i C) + \Lambda_i$, I 为适当维数的单位矩阵, Λ_i 为满足 $\tilde{x}^T \Lambda_i \tilde{x} \equiv 2\rho_i^2 \tilde{x}_2^2$ 的矩阵, 所以当 $\Delta_i < 0$ 时, 有 $\dot{V}_i < 0$.

(2) $q(t) \neq q(t^+)$ 时的脉冲控制器设计: 当 $i = q(t) \neq q(t^+) = j (i, j \in Q)$ 时, 设计脉冲控制器

$$\tilde{u}(t_{j,r}^+) = \Upsilon_j Z(t_{j,r-1}^+) \quad (14)$$

则根据式(11)和式(14)可得

$$V_j(\tilde{x}(t_{j,r}^+), Z(t_{j,r}^+)) - V_j(\tilde{x}(t_{j,r-1}^+), Z(t_{j,r-1}^+)) = (\tilde{x}^T \ Z^T) \begin{bmatrix} E_j^T P_j E_j - P_j & \Theta_j \\ \Theta_j^T & \Xi_j \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ Z \end{pmatrix} \triangleq (\tilde{x}^T \ Z^T) \Omega_j \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ Z \end{pmatrix} \quad (15)$$

其中 $\Xi_j = (M_j + N_j \Upsilon_j)^T (M_j + N_j \Upsilon_j) + (G_j \Upsilon_j)^T P_j (G_j \Upsilon_j) - I$, $\Theta_j = E_j^T P_j G_j \Upsilon_j$, $\tilde{x} = \tilde{x}(t_{j,r-1}^+)$, $Z = Z(t_{j,r-1}^+)$, 当 $\Omega_j < 0$ 时, 有 $V_j(\tilde{x}(t_{j,r}^+), Z(t_{j,r}^+)) < V_j(\tilde{x}(t_{j,r-1}^+), Z(t_{j,r-1}^+))$.

5 稳定性分析

定理 1 对形如式(1)-式(3)的混合动态系统, 在假设 1 成立的前提下, 如果满足条件:

(1) 对离散事件动态系统加入 4.1 节中的控制 $U(\hat{q}(t_k))$, 且位置观测器满足文献[13]的引理 1;

(2) 在位置观测器式(4)判断出系统的当前位置前, 对混合动态系统式(2)-式(3)加入控制 $u = 0$ 和 $\tilde{u} = 0$, 且系统式(2)的雅克比矩阵 $\partial(Ax + F_i(x)) / \partial x^T|_{x=0}$ 为 Hurwitz 矩阵;

(3) 在位置观测器式(4)判断出系统的位置后,

(a) 当 $q(t) = q(t^+) = i$ 时, 对系统式(2)和状态观测器式(5)加入形如式(12)的控制, 并存在矩阵 L_i , K_i 和正定对称矩阵 P_i , 使得 $\Delta_i < 0$;

(b) 当 $i = q(t) \neq q(t^+) = j$ 时, 对系统式(3)和状态观测器式(6)加入形如式(14)的脉冲控制, 并存在适当维数的矩阵 Υ_j , 使得 $\Omega_j < 0$; 其中 $i, j \in Q$, 则闭环混合系统在定义 1 意义下是渐近稳定的。

证明 根据定理 1 中的条件(1)可知, 混合动态

系统的当前位置是可观的, 即位置观测器经过有限步后能准确判断出系统的当前位置。

根据定义 1, 下面分别来证明离散事件动态系统和连续变量动态系统的渐近稳定性。

FSM 和位置观测器的渐近稳定性^[13]: 先定义两个函数:

$S(q(t_k), \hat{q}(t_k)) \triangleq |q(t_k)| - 1/|\hat{q}(t_k)|$ 和 $W(t_k) \triangleq 1 - p(t_k)/t_k$, 其中 $|q(t_k)|$ 和 $|\hat{q}(t_k)|$ 分别表示 t_k 时刻 $q(t_k)$ 和 $\hat{q}(t_k)$ 中包含的位置点的个数, $S(q(t_k), \hat{q}(t_k))$ 是位置观测器的观测误差, 而 $W(t_k)$ 表示 FSM 偏离稳定的程度, $W(t_k) \geq 0$, 类似于文献[13]得到 $W(t_{k+1}) - W(t_k) \leq 0$ 。可知 $W(t_k)$ 是递减的, 且 $\lim_{k \rightarrow \infty} W(t_k) = 0$, 所以系统状态无限次进入最优路径和期望集的并集。这表明 FSM 是渐近稳定的。

再证明连续变量动态系统式(2)和式(3)以及状态观测器式(5)和式(6)的渐近稳定性: 定义多 Lyapunov 函数 $V_i = V_{i0} + V_{im} = \tilde{x}^T P_i \tilde{x} + Z_i^T Z_i$, $i \in Q$, 显然有 $V_i > 0$, 因为状态观测器是在位置观测器判断出系统的当前位置后开始工作, 所以在此之前对系统式(2)和式(3)加入控制 $u = 0$ 和 $\tilde{u} = 0$, 根据定理 1 的条件(2)以及文献[16]可知, 混合系统在该段时间内不会发散; 在此之后, 当 $q(t) = q(t^+) = i$ 时, 对系统式(2)和状态观测器式(5)加入形如式(12)的控制, 根据定理 1 的条件(3)以及 4.2 节的式(13)可得, $\dot{V}_i < 0$; 当 $i = q(t) \neq q(t^+) = j$ 时, 对系统式(3)和状态观测器式(6)加入形如式(14)的脉冲控制, 根据定理 1 的条件(3)以及 4.2 节的式(15)可得 $V_j(\tilde{x}(t_{j,r}^+), Z(t_{j,r}^+)) < V_j(\tilde{x}(t_{j,r-1}^+), Z(t_{j,r-1}^+))$, 根据文献[1]的定理 2.7 可知, 连续变量闭环系统是渐近稳定的。

综上所述, 整个闭环混合动态系统在定义 1 意义下是渐近稳定的, 定理得证。

6 数值仿真

考虑混合动态系统式(1)-式(3), 其中 FSM 参见图 1, 连续变量动态系统为

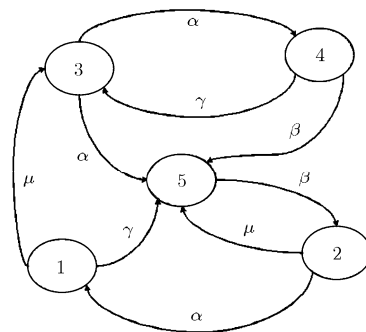


图 1 有限状态自动机

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) + f_{i1}(x_1(t)) \\ \dot{x}_2(t) = u + f_{i2}(x_2(t)) \end{cases}, i = 1, 2, 3, 4, 5$$

在数值仿真中的符号与前文中的含义相同，这里不再重复，其中 f_{i1} 和 f_{i2} 如下所示：

$$\begin{cases} f_{11} = -0.4 \sin(x_1) \\ f_{12} = -0.48 \sin(x_1) - 0.4x_2 \\ f_{21} = -0.3x_1 \\ f_{22} = -0.6x_1 - 0.4(1 + x_2 - \cos(x_2)) \\ f_{31} = -0.6 \sin(0.5x_1) \\ f_{32} = -0.8 \sin(0.5x_1) - 0.6 \sin(x_2) \\ f_{41} = -0.2x_1 \\ f_{42} = -0.4x_1 + 0.1x_2 \end{cases}, \begin{cases} f_{51} = -0.4x_1 \\ f_{52} = -0.1 \sin(x_2) \end{cases}$$

取期望集 $E = \{1, 2\}$ ，假设 FSM 位置的演化过程为 $q(t_k) : \{3\} \xrightarrow{\alpha} \{5\} \xrightarrow{\beta} \{2\} \xrightarrow{\alpha} \{1\} \xrightarrow{\gamma} \{5\} \xrightarrow{\beta} \{2\} \xrightarrow{\alpha} \dots$ ，加入控制 $U(\hat{q}(t_k))$ 后的位置观测器的演化序列为

$$\hat{q}(t_k) : \{1, 2, 3, 4, 5\} \xrightarrow{\alpha} \{1, 5\} \xrightarrow{\beta} \{2\} \xrightarrow{\alpha} \{1\} \xrightarrow{\gamma} \{5\} \xrightarrow{\beta} \{2\} \xrightarrow{\alpha} \dots$$

给定 $\begin{cases} x_1(0) = -0.5 \\ x_2(0) = 0.2 \end{cases}, \begin{cases} \hat{x}_1(0) = -0.4 \\ \hat{x}_2(0) = 0.8 \end{cases}$ ，

$$\begin{aligned} E_1 &= \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.8 \end{bmatrix}, & E_2 &= \begin{bmatrix} -0.3 & 0.5 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix} \\ E_3 &= \begin{bmatrix} -0.2 & 0.5 \\ 0.5 & 0.4 \end{bmatrix}, & E_4 &= \begin{bmatrix} -1.2 & 0.6 \\ -1.3 & 0.2 \end{bmatrix} \\ E_5 &= \begin{bmatrix} 0.5 & -0.7 \\ -0.5 & 0.2 \end{bmatrix}, & M_1 &= \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \\ M_2 &= \begin{bmatrix} 0.7 & 0.2 \\ 0.2 & 0.1 \end{bmatrix}, & M_3 &= \begin{bmatrix} -1.5 & 1 \\ 0.5 & -0.7 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$M_4 = \begin{bmatrix} -0.6 & 0.1 \\ 0.8 & 0.2 \end{bmatrix}, \quad M_5 = \begin{bmatrix} -0.8 & 0.5 \\ 0.5 & 0.4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} G_1 = [-1.4 & -1]^T \\ N_1 = [1 & 1]^T \end{cases}, \quad \begin{cases} G_2 = [-1.2 & 1.2]^T \\ N_2 = [-1 & -0.6]^T \end{cases}$$

$$\begin{cases} G_3 = [-1.1 & 0.5]^T \\ N_3 = [0.5 & 1.2]^T \end{cases}, \quad \begin{cases} c_{11}=0.5 \\ c_{12}=1.5 \end{cases}, \quad \begin{cases} c_{21}=1.5 \\ c_{22}=0.1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_{51}=1 \\ c_{52}=2 \end{cases}, \quad \begin{cases} \rho_1 = 0.5 \\ \rho_2 = 0.5 \end{cases}, \quad \begin{cases} \rho_3 = 0.9 \\ \rho_4 = 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} \zeta_2 = 0.8 \\ \zeta_5 = 1 \end{cases}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0.6 & 0.8 \end{bmatrix}, \quad H_2 = \begin{bmatrix} -0.5 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$H_5 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & -0.2 \end{bmatrix}, \text{ 可相应的求出}$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} 7.2782 & -2.7748 \\ -2.7748 & 2.0791 \end{bmatrix}, \quad P_2 = \begin{bmatrix} 2.1626 & -0.9793 \\ -0.9793 & 0.7256 \end{bmatrix}$$

$$P_5 = \begin{bmatrix} 4.1953 & -2.9654 \\ -2.9654 & 5.5693 \end{bmatrix}, \quad \begin{cases} K_1 = [-1 & -0.1069]^T \\ K_2 = [-1 & -0.0549]^T \end{cases}$$

$$K_5 = [-1 \quad 0.0061]^T, \quad \begin{cases} L_1 = [-4.0348 & -6.9331]^T \\ L_2 = [-4.1504 & -8.0594]^T \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_5 = [-2.8941 & -1.5182]^T \\ Y_1 = [-0.1157 & -0.0249] \end{cases}, \quad \begin{cases} Y_2 = [0.0871 & 0.0275] \\ Y_5 = [0.0049 & 0.0121] \end{cases}$$

仿真结果如图 2-图 5 所示，从图中可以看出，状态观测器是在位置观测器判断出系统位置后才开始工作，该仿真结果验证了混合观测器和混合反馈控制器的有效性。

7 结束语

本文对一类混合动态系统设计了混合观测器，并在假设 1 的条件下设计了混合输出反馈控制器，使得闭环系统在该观测器和控制器的共同作用下渐近稳定，并通过数值仿真验证了其有效性。然而该

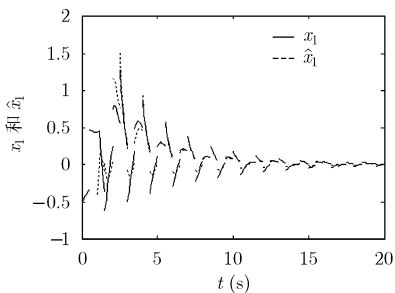


图 2 状态 x_1 和估计 \hat{x}_1

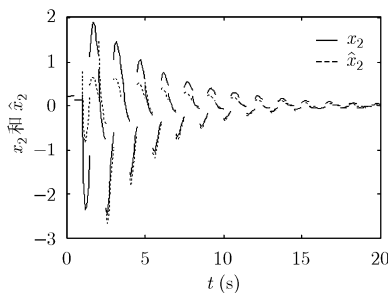


图 3 状态 x_2 和估计 \hat{x}_2

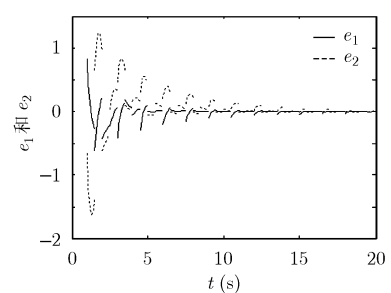
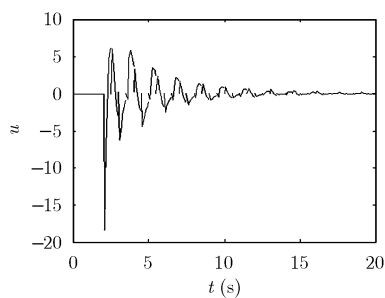


图 4 观测误差 e_1 和 e_2

图5 控制输入 u

类混合观测器和混合控制器可否应用到其他混合系统, 该闭环系统的镇定条件可否减弱一些, 这些问题都有待于进一步的研究。

参考文献

- [1] Branicky M. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(4): 475-482.
- [2] Ozveren C M, Willsky A S, and Antsaklis P J. Stability and stabilization of discrete event dynamic systems[J]. *Journal of the Association for Computing Machinery*, 1991, 38(3): 730-752.
- [3] Ozveren C M and Willsky A S. Observability of discrete event dynamic systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1990, 35(7): 797-806.
- [4] 向峥嵘, 向伟铭. 基于反步法的一类非线性切换系统控制器设计[J]. *控制与决策*, 2007, 22(12): 1373-1376.
Xiang Zheng-rong and Xiang Wei-ming. Design of controllers for a class of switched nonlinear systems based on backstepping method[J]. *Control and Decision*, 2007, 22(12): 1373-1376.
- [5] 李莉莉, 赵军. 一类非线性离散切换系统基于观测器的指数镇定[J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(7): 786-790.
Li Li-li and Zhao Jun. Observer-based exponential stabilization for a class of discrete-time switched nonlinear systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(7): 786-790.
- [6] Yang H, Cocquempot V, and Jiang B. Robust fault tolerant tracking control with application to hybrid nonlinear systems[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2009, 3(2): 211-224.
- [7] Phat V N. Switched controller design for stabilization of nonlinear hybrid systems with time-varying delays in state and control[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2010, 347(1): 195-207.
- [8] Balluchi A, Benvenuti L, and Benedetto M, et al. Design of observers for hybrid systems[C]. *Hybrid System: Computation and Control, the 5th Int Workshop*, Stanford, CA: Springer, 2002: 76-89.
- [9] Cairano S D, Bemporad A, and Julvez J. Event-driven optimization-based control of hybrid systems with integral continuous-time dynamics[J]. *Automatica*, 2009, 45(5): 1243-1251.
- [10] Xia Yuan-qing, Zhang Jin-hui, and Boukas E K. Control for discrete singular hybrid systems[J]. *Automatica*, 2008, 44(10): 2635-2641.
- [11] 姚立红, 李俊民. 一类非线性混合系统的脉冲混合控制器设计[J]. *系统工程与电子技术*, 2010, 32(8): 1732-1736.
Yao Li-hong and Li Jun-min. Design of impulsive hybrid controllers for a class of nonlinear hybrid systems[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, 32(8): 1732-1736.
- [12] Ambrosino R, Calabrese F, Cosentino C, et al. Sufficient conditions for finite-time stability of impulsive dynamical systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(4): 861-865.
- [13] 陈国培, 李俊民, 陈为胜, 等. 基于混合观测器的混合反馈控制[J]. *控制理论与应用*, 2006, 23(4): 575-580.
Chen Guo-pei, Li Jun-min, Chen Wei-sheng, et al. Hybrid feedback control based on hybrid observer[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(4): 575-580.
- [14] Arcak M and Kokotovic P. Observer-based control of systems with slope-restricted nonlinearities[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(7): 1146-1150.
- [15] Zhang Yun and Liu Yun-gang. Observer-based output-feedback stabilization control design for a class of nonlinear uncertain systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2006, 32(1): 101-106.
- [16] Khalil K. *Nonlinear Systems* [M]. Third Edition. London: Prentice-Hall, 1996: 133-144.

姚立红: 女, 1983年生, 博士生, 研究方向为混合系统、离散事件动态系统等。

李俊民: 男, 1966年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为混合系统、非线性动态系统优化控制、自适应控制和智能控制等。