

离散复镜像法在海水极低频电磁波传播计算中的应用

巨汉基* 方广有 纪奕才 张 锋

(中国科学院电子学研究所 北京 100190)

摘 要: 该文利用并矢格林函数法求解海水中水平电偶极子辐射场的矢量位和标量位格林函数。将在高频领域获得广泛应用的离散复镜像法引入海水里极低频电磁波传播计算中。高频和极低频情况下的波数公式不同导致积分路径发生变化, 该文提出了一条新的适用于极低频情况的积分路径。使用广义笔函数束法将被积函数表示成指数和的形式, 使用二级离散复镜像法得到空气-海水-海床 3 层水平分层模型的空间域闭式格林函数。基于混合位积分方程对电场进行了计算。与软件 FEKO 和 WHAM 的结果比较说明离散复镜像法在极低频电磁波传播计算中是有效的, 并且在远区比 WHAM 能更好地体现出电场的衰减趋势。

关键词: 电磁波传播; 海水; 极低频; 格林函数; 离散复镜像法

中图分类号: TN011.6

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)-04-0922-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00792

Application of DCIM on Extremely Low Frequency Electromagnetic Wave Propagation Calculation in Sea Water

Ju Han-ji Fang Guang-you Ji Yi-cai Zhang Feng

(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: The vector and scalar potentials Green's functions of the Horizontal Electric Dipole (HED) radiation in sea water are derived. The Discrete Complex Image Method (DCIM) which has been used broadly in high frequency domain is introduced into the Extremely Low Frequency (ELF) electromagnetic wave propagation calculation in sea water. The integral path does not hold valid for the ELF situation and the reason can be ascribed to the change of the wave number at different frequency. The new integral path suitable for ELF situation is proposed. The sea environment is modeled as air-sea-sediment three-layer geometry. Generalized Pencil-Of-Function (GPOF) method is used to approximate the integral kernel with exponential summation. The DCIM is employed to obtain spatial domain closed-form Green's functions for the layered model. The electric field is expressed based on the Mixed-Potential electric field Integral Equation. The results are compared with software FEKO and WHAM. It is safe to conclude that the two-level DCIM approach in this paper is effective and can exhibit better field decay rate at a further distance than WHAM.

Key words: Electromagnetic wave propagation; Sea water; Extremely Low Frequency (ELF); Green's functions; Discrete Complex Image Method (DCIM)

1 引言

声波作为弹性波, 在水中传播具有损耗小、传播距离远的优点, 所以声纳已成为海洋研究中不可缺少和行之有效的探测设备。但根据海洋声学的基本特性^[1], 海水中声波的传播速度受海水的温度、盐度和水压等环境因素影响较大, 这对声纳探测, 特别是测深的影响非常大, 直接改变海水中声波传播轨迹, 有时会造成较大的定位和方向偏差。另外, 海洋生物发出的声音也会对探测造成极大的干扰。

所以, 利用其他手段(如电磁波)来弥补声纳探测的不足成为完善水下目标探测系统研究的重要课题。海水中电偶极子产生的电磁场是目前水下通讯和水中目标探测方面的研究重点^[2,3]。近年来, 海洋电磁法在海洋深部构造地壳和上地幔探测中已成为一种重要的手段, 在海底油气勘探及金属矿床等资源的勘探中也越来越受到重视^[4,5]。国内对海洋电磁法的研究整体上还很落后, 只有中国地质大学等几个单位在国家 863 计划的支持下进行了一定的研究。因此, 进一步加大对电磁波在海水和海床中传播规律的研究是非常必要的。

海水是一种导电媒质, 电磁波在海水中传播衰减很大, 需要采用极低频电磁波。对海洋环境进行

2010-07-28 收到, 2010-11-18 改回

国家“863”计划项目(2008AA10Z205)资助课题

*通信作者: 巨汉基 juhanji@163.com

理论分析时可以采用水平分层媒质模型描述海洋环境。在深海区域, 可以等效为空气-海水两层模型。对于浅海区域, 需要考虑海床, 可看作空气-海水-海床3层模型。海水中极低频电磁波传播问题的求解只能分别近似求出近场或远场的解析表达式^[3,5], 或者利用开尔文函数的多项式近似解析求解^[2]或汉克尔变换滤波算法进行多项式近似数值积分^[5,6]。根据文献^[6], 汉克尔变换滤波算法如果滤波器长度不够, 对数坐标下, 远区电场将会变平, 无法体现出电场的衰减趋势, 而利用 Sommerfeld 恒等式计算的结果则可以在更远区域反映出电场的衰减趋势。本文使用的离散复镜像法(DCIM)正是利用 Sommerfeld 恒等式将积分表示成闭式形式, 其中, 对谱域格林函数进行指数近似由广义笔函数束(GPOF)法实现^[7]。

2 分层媒质的格林函数及混合位电场积分方程

波动方程的格林函数是对应于点源的波动方程解。当点源的场解为已知, 则一般的源的分布的解可由叠加原理来获得^[8]。因此, 利用并矢格林函数法对海水中电偶极子产生的电场进行求解, 得到的解形式简洁。虽然格林函数的求解比较复杂, 但是求出格林函数之后, 就可以一劳永逸的求解分层媒质中的各种电磁问题。

对于水平电偶极子的矢量位格林函数, 我们选择 Michalski 提出的 C 类公式^[9]:

$$\vec{G}_A = (\hat{x}\hat{x} + \hat{y}\hat{y})G_A^{xx} + \hat{z}\hat{x}G_A^{zx} + \hat{z}\hat{y}G_A^{zy} + \hat{z}\hat{z}G_A^{zz} \quad (1)$$

其中 G_A^{ij} 表示 j 方向的源产生的 i 方向的场。

本文计算中, 时间因子采用了 $\exp(-i\omega t)$ 的形式, 相应的格林函数是 e^{ikr}/r 形式, 这跟大部分的电磁领域专家采用的 $\exp(i\omega t)$ 和 e^{-ikr}/r 形式不同。由麦克斯韦基本方程组, 引入矢量位 \mathbf{A} 和标量位 Φ , 并引入洛伦兹规范, 利用上下行波法, 并考虑 Sommerfeld 恒等式, 可以求出矢量位和标量位格林函数的表达式:

$$G_A^{xx} = \frac{i\mu}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k_\rho}{k_z} H_0^{(1)}(k_\rho \rho) [e^{ik_z|z-z'|} + A_h^e e^{-ik_z z} + B_h^e e^{ik_z z}] dk_\rho \quad (2)$$

$$G_A^{zx} = -\frac{\mu}{8\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_\rho} H_0^{(1)}(k_\rho \rho) [(C_h^e + A_h^e) e^{-ik_z z} + (D_h^e - B_h^e) e^{ik_z z}] dk_\rho \quad (3)$$

$$G_x^{qe} = -\frac{i\omega^2 \mu}{8\pi k^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k_\rho}{k_z} H_0^{(1)}(k_\rho \rho) \left[e^{ik_z|z-z'|} + \frac{k^2 A_h^e + k_z^2 C_h^e}{k_\rho^2} e^{-ik_z z} + \frac{k^2 B_h^e - k_z^2 D_h^e}{k_\rho^2} e^{ik_z z} \right] dk_\rho \quad (4)$$

其中 μ 是磁导率, k_ρ 是水平方向波数, k_z 是垂直方向波数, k 是波数, 满足 $k^2 = \omega^2 \mu \epsilon + i\omega \mu \sigma$, ω 是角频率, $H_0^{(1)}$ 是零阶第1类汉克尔函数, 系数 A, B, C, D 是关于广义反射系数 $\tilde{R}_{m,m+1}^{TE/TM}$ 的函数, 可以按文献^[8]中同样的方法推导。对水平电偶极子, 系数 A, B 对应的广义反射系数是 TE 形式, C, D 对应的广义反射系数是 TM 形式。

以上推导的公式对所有频率都适用。对于海洋环境应用中, 海水是良导体, 为了减少传播过程中的损耗, 使用的电磁波都是极低频波, 此时, $\omega^2 \mu \epsilon \ll \omega \mu \sigma$, 即位移电流远小于传导电流。此时, 海水和岩石中的波数表达式可以简化为 $k = \sqrt{i\omega \mu \sigma}$, 波动方程实际上成为扩散方程。空气的波数表达式可以简化为 $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$ 。

得到格林函数的矢量位和标量位分量之后, 利用混合位积分方程^[10-12], 就可以计算电流源产生的电场:

$$\mathbf{E}(r) = i\omega \langle \vec{G}_A(r, r'), \mathbf{J}(r') \rangle - \frac{1}{i\omega} \nabla \langle G^{qe}(r, r'), \nabla' \cdot \mathbf{J}(r') \rangle \quad (5)$$

角括号表示两个矢量的内积。

电流为 I , 长度为 l 的水平电偶极子的电流密度为 $\mathbf{J}_x = \hat{x} I l \delta(r - r')$ 。

式(5)中与标量位相关的项可以表示为

$$\langle G^{qe}, \nabla' \cdot \mathbf{J} \rangle = - \left\langle G_x^{qe}, \frac{\partial J_x}{\partial x} \right\rangle - \left\langle G_y^{qe}, \frac{\partial J_y}{\partial y} \right\rangle - \left\langle G_z^{qe}, \frac{\partial J_z}{\partial z} \right\rangle \quad (6)$$

式中 G_x^{qe} 、 G_y^{qe} 和 G_z^{qe} 分别表示水平电偶极子和垂直电偶极子对应的标量位格林函数。本文电偶极子是 x 方向的, 所以只存在 G_x^{qe} 分量。

3 适用于极低频情况的积分路径

可以看出, 上面推导的空域格林函数都是 Sommerfeld 形式的积分, 被积函数包含振荡剧烈的贝塞尔函数, 因此积分核振荡性强、收敛缓慢, 直接积分非常耗时。离散复镜像方法(DCIM)是计算该形式积分的一种有效方法。DCIM 通过广义笔函数束(GPOF)法将被积函数表示成指数求和形式, 然后利用 Sommerfeld 恒等式将积分表示成简洁的闭式。二级离散复镜像法是根据被积函数变化快慢将积分路径分成两段, 在函数变化快的区域采用较高的采样频率, 在变化慢的区域采用较低的采样频率。DCIM 方法在微带电路、微带天线等高频领域已经获得了广泛应用^[9,10,13,14], 但是, 从可以查到的文献中, 尚没有见到应用于低频情况的介绍。本文将 DCIM 方法引入海水极低频电磁波传播的计算中。

前面已经说过，高频和极低频情况下的波数是不同的，因此导致了积分路径的不同。高频情况基本都采用文献[14]给出的积分路径。因为 $k^2 = k_\rho^2 + k_z^2$ ，在高频情况下，波数 k 是一个实数， $k_\rho = 0$ 时， k_z 恰好是实数； $k_\rho = k_{\rho\max 2}$ 时， k_z 是纯虚数。但是对于低频情况，由于波数 k 是一个复数，这种关系不再成立， k_ρ 是实数时， k_z 是复数。采用跟高频情况同样的参数方程得到的 k_ρ 和 k_z 平面与原来有了很大差别，在积分路径上可能恰好存在奇点，也不满足在全部积分路径上 $\text{Re}[k_z] > 0$ 和 $\text{Im}[k_z] > 0$ 的辐射条件，因此，本文提出了新的参数方程，在路径 C_1 和 C_2 上分别满足：

$$C_1: k_z = k_s [(1 + i)t + iT_2 + \sqrt{T_2^2 + 1}], 0 \leq t \leq T_1 \quad (7)$$

$$C_2: k_z = k_s \left[it + 1 + \frac{\sqrt{T_2^2 + 1} - 1}{T_2} t \right], 0 \leq t \leq T_2 \quad (8)$$

其中 t 是积分路径上的采样变量， T_1, T_2 分别是积分路径 C_1 和 C_2 上的采样变量的截断点， k_s 是源所在层的波数。对应的 k_ρ 和 k_z 平面如图 1 所示，可以看出，在 k_ρ 平面上，积分路径恰好绕开了存在奇点 k_0 的一、三象限；在 k_z 平面，辐射条件在所有路径上都得到了满足。

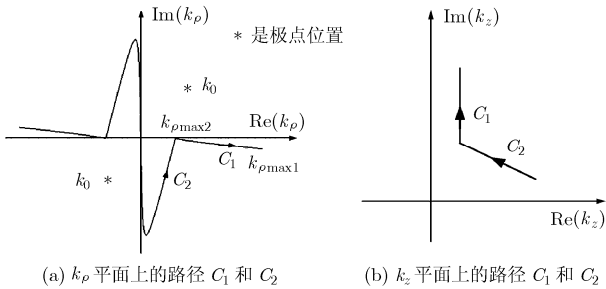


图 1 低频情况下的积分路径

4 数值计算结果

采用 3 层模型对格林函数进行计算，如图 2 所示。假设岩石底层和空气顶层厚度为无穷大，它们的反射系数都为零，反射仅存在海水的上下界面处。

各层介质的参数如下：磁导率 $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ ；电导率 $\sigma_1 = 1 \text{ S/m}, \sigma_2 = 4 \text{ S/m}, \sigma_3 = 0$ ； $d_1 = 1000 \text{ m}, d_2 = 1500 \text{ m}$ ， $z' = 1490 \text{ m}, z = 1495 \text{ m}$ ，即电偶极子在水下 10 m 处，接收点在水下 5 m 处。频率 $f = 3 \text{ Hz}$ 。

二级离散复镜像法的求解包括提取准静态项和复镜像计算两步。首先提取准静态项，然后将剩下的函数用 GPOF 法表示成指数和的形式，然后利用 Sommerfeld 恒等式得到闭式形式。具体步骤参照文献[14]。按照同样步骤计算的 G_A^{xx}, G_A^{zz} 和 G_x^{qe} 分量的

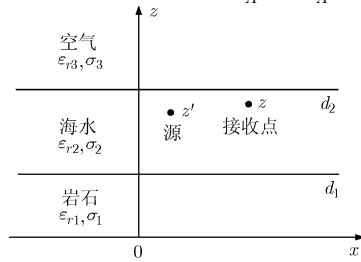


图 2 3 层模型示意图

幅度变化分别如图 3，图 4 和图 5 所示。

对于 x 方向的水平电偶极子的格林函数，只有 G_A^{zz} 分量具有明显的方向性，而 G_A^{xx} 和 G_x^{qe} 是没有方向性的，与传播方向无关，只随传播距离变化，因此文中的计算曲线只显示了格林函数随距离的变化。

求得格林函数之后，根据式(5)可以得到电场强度的各个分量。本文计算采用电偶极子的电流是 100 A，长度是 50 m。由于我们采用的是 x 方向的电流源， J_y, J_z 相关项都为零。文中的图只取 $y=0$ 剖面上的电场值，所以 $E_y=0$ 。 E_x 和 E_z 的幅度值分别如图 6，图 7 所示。

图 6，图 7 同时给出了商业软件 FEKO 和 University of California San Diego, Scripps Institution of Oceanography 提供的海洋可控源电磁法仿真软件 WHAM(Web Hosted Active-source Modeling)的仿真结果。由图 6 可以看出，对于水平电场 E_x ，在源场距离小于 500 m 的范围内，FEKO 和 WHAM 的衰减速度基本吻合，本文的衰减速度

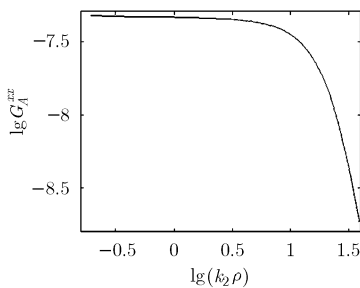


图 3 矢量位 G_A^{zz} 分量的幅度

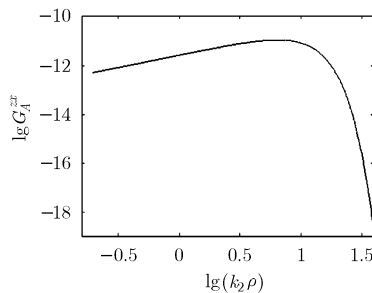


图 4 矢量位 G_A^{xx} 分量的幅度

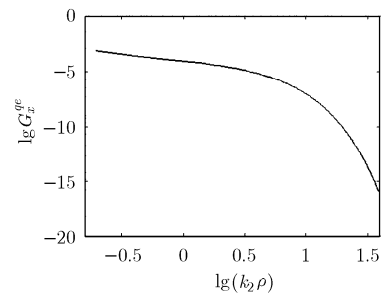


图 5 标量位 G_x^{qe} 分量的幅度

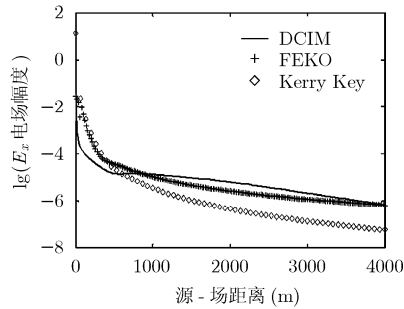


图 6 3 个程序计算的水平电场衰减趋势

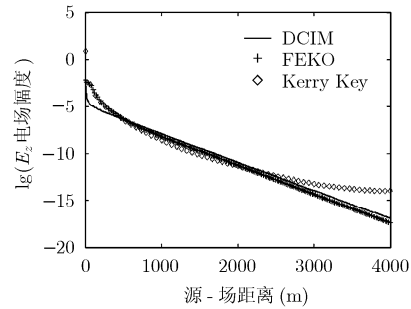


图 7 3 个程序计算的垂直电场衰减趋势

则比较快。在源场距离大于 500 m 的范围内, 本文的结果与 FEKO 的结果则比较接近, 而 WHAM 与二者的差别变大了。由图 7 可以看出, 对于垂直电场 E_z , 在 500 m 到 2500 m 之间, 三者的衰减速度吻合的较好, 但在小于 500 m 的范围内, FEKO 和 WHAM 的衰减速度基本吻合, 本文的衰减速度则比较快。在大于 2500 m 的范围内, 本文与 FEKO 的衰减速度比较接近, 而 WHAM 则开始变平, 基本不再衰减, 出现了较大的偏差。这是因为 WHAM 采用的是滤波算法, 由于滤波器长度不够, 在远区无法准确的表现场的衰减趋势, 而本文 DCIM 是利用 Sommerfeld 恒等式将积分转化成指数求和, 可以更好地表现远区场的衰减趋势。由于没有解析解的存在, 无法确定哪个结果是最准确的, 但是从远区场的衰减趋势看, DCIM 在远区比滤波算法更准确, 可以对更小的场进行估计。

5 结束语

本文研究了浅海海域中电磁波的传播问题, 将浅海等效成空气-海水-海床 3 层水平分层模型, 利用二级 DCIM 求解水平电偶极子辐射场的矢量位和标量位格林函数, 提出了新的适用于极低频电磁波传播计算的积分路径。基于混合位积分方程计算了水平和垂直电场强度。与 FEKO 和 WHAM 软件仿真结果的对照说明采用新的积分路径的 DCIM 基本正确反映了海水中电场的衰减趋势, 在远区比采用滤波算法的 WHAM 更好地反映了电场的衰减趋势。

参考文献

- [1] 党建武. 水下多目标跟踪理论[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2009: 55-108.
Dang Jian-wu. Theory of Underwater Multi-Target Tracking [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2009: 55-108.
- [2] 卢新城, 龚沈光, 周骏, 等. 海水中极低频水平电偶极子电磁场的解析解[J]. 电波科学学报, 2004, 19(3): 290-295.
Lu Xin-cheng, Gong Shen-guang, and Zhou Jun, et al. Analytical expressions of the electromagnetic fields produced

by a ELF time-harmonic HED embedded in the sea [J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2004, 19(3): 290-295.

- [3] Li Kai. Electromagnetic Fields in Stratified Media [M]. Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 2009: 102-198.
- [4] Kong F N, Johnstad S E, and Roesten T. Characteristics of scattered fields from hydrocarbon layers in seabed logging [J]. *PIERS ONLINE*, 2006, 2(6): 585-588.
- [5] Zhdanov M S. Geophysical Electromagnetic Theory and Methods [M]. Oxford, UK, Elsevier, 2009: 153-230.
- [6] Kong F N. Hankel transform filters for dipole antenna radiation in a conductive medium [J]. *Geophysical Prospecting*, 2007, 55(1): 83-89.
- [7] Hua Ying-bo and Sarkar T K. Generalized pencil-of-function method for extracting poles of an EM system from its transient response [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1989, 37(2): 229-234.
- [8] Chew W C. Wave and Fields in Inhomogeneous Media [M]. New York: IEEE Press, 1995: 1-65.
- [9] Michalski K A and Aksen M I. Discrete complex image method for planar multilayers with uniaxial anisotropy [C]. 2nd European Conference on Antennas and Propagation, Edinburgh, UK, 2007: 331-337.
- [10] 焦程鹏, 贺秀莲, 龚书喜. 离散复镜像方法中的积分路径与展开函数的研究[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(3): 734-737.
Jiao Cheng-peng, He Xiu-lian, and Gong Shu-xi. On the integration path and expansion function of the discrete complex image method [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(3): 734-737.
- [11] 李晓峰, 谢拥军, 陈博韬, 等. 半空间复杂目标的高频分析方法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(2): 449-453.
Li Xiao-feng, Xie Yong-jun, and Chen Bo-tao, et al. High-frequency analysis on scattering from complex conductive targets in half space [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(2): 449-453.
- [12] Atkins P R and Chew W C. Fast computation of the dyadic green's function for layered media via interpolation [J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2010, 9(5): 493-496.
- [13] Mostarshedi S, Richalot E, and Laheurte J M, et al. Fast and accurate calculation of scattered electromagnetic fields from

building faces using Green's functions of semi-infinite medium [J]. *Microwaves, Antennas & Propagation, IET*, 2010, 4(1): 72-82.

- [14] Aksun M I. A robust approach for the derivation of closed-form Green's functions [J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Technology*, 1996, 44(5): 651-658.

巨汉基: 男, 1982 年生, 博士生, 研究方向为电磁波传播、海洋资源电磁勘探、微波能应用.

方广有: 男, 1963 年生, 研究员, 博士生导师, 研究方向为超宽带雷达成像理论与方法、探地雷达技术、地下资源电磁勘探技术、月球/火星探测雷达技术、超宽带天线理论与技术.

纪奕才: 男, 1974 年生, 副研究员, 从事超宽带电磁学理论及应用、超宽带天线设计.

张 锋: 男, 1981 年生, 博士生, 研究方向为超宽带天线设计、超宽带电磁理论.