零空间保局判别本征脸

楼宋江*　　张国印
(哈尔滨工程大学计算机科学与计算学院　哈尔滨　150001)

摘　要：本征脸从人脸自身的差别出发，将每一人脸分为脸部共同差别、个体类间差别和个体类内差别，取得了较好的识别效果。但是它未考虑人脸的流形结构，并且会遇到矩阵的奇异性，即小样本问题。针对这些问题，该文提出了零空间保局判别本征脸，该算法充分考虑了个体类内差别和个体类间差别，结合流形学习思想并借助于判别准则使得投影后个体类内之间保持一定的相似性而个体类间之间的区分度有所增加。通过在个体类内保局差异散度矩阵的零空间中求最优特征向量，避免了矩阵的奇异性问题，解决了小样本问题。在人脸识别上的实验验证了算法的正确性和有效性。

关键词：人脸识别；本征脸；保局算法；小样本问题；零空间
中图分类号：TP391.41　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-5896(2011)-04-0962-05
DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00787

Null Space Locality Preserving Discriminant Intrinsicface

Lou Song-jiang　　Zhang Guo-yin
(*College of Computer Science and Application*, *Harbin Engineering University*, *Harbin* 150001, *China*)

Abstract: Based on the image differences, Intrinsicface is proposed, which divides the face image into three parts, common facial differences, intrapersonal differences and individual differences, and shows desirable performance. But it does not consider the manifold structure and suffers from the singular problem, which is also called Small Sample Size (SSS) problem. To solve these problems, Null Space Locality Preserving Discriminant Intrinsicface (NSLPDI) is proposed, which makes full use of intrapersonal differences and individual differences and employs the idea of manifold learning so that the similarity in the intra-class is preserved while the separability of samples from different classes is enlarged by discriminant criterion. The optimal feature vectors are extracted from the null space of intrapersonal locality preserving difference scatter matrix, which avoids the singularity and the SSS problem is solved. Experiments on face recognition demonstrate the correctness and effectiveness of the proposed algorithm.
Key words: Face recognition; Intrinsicface; Locality preserving projection; Small Sample Size (SSS) problem; Null space

1　引言

人脸识别是用计算机对人脸进行分析，提取有效特征，再通过分类器进行分类，是模式识别和计算机视觉中的一个研究热点。在众多算法中，基于子空间的算法由于计算量小，识别率高而受到较大的关注。较早的算法有特征脸(eigenfaces)和 fisher 脸(fisherfaces)，它们分别是基于 PCA(Principal Component Analysis)[1] 和 LDA(Linear Discriminant Analysis)[2]算法。PCA 使得投影后样本与投影前样本之间的误差最小，因此它被称为是表征(representation)人脸的最佳方法。而通过 LDA 投影，样本的类间散度和类内散度的比值得到了最大化，因此它被称为是区分(discrimination)人脸的有效手段。

以上两种方法都假设人脸存在于一个欧式空间中，但是最近有研究[3−5]表明人脸存在于一个非线性流形空间中，但是基于流形学习的算法计算量比较大，而且不能处理新样本，因此不能直接用于人脸等分类问题。为了解决这一问题，研究者提出了流形学习的线性化版本，He 等人[6,7]提出了 LPP (Locality Preserving Projection) 算法和 NPE (Neighborhood Preserving Embedding)算法，文献[8]提出 UDP(Unsupervised Discriminant Projection)算法，实验表明它们的识别性能高于原始的 PCA 和 LDA。原因是此类算法充分考虑了样本的流形结构，保持了样本的局部性，在用最近邻分类器的时候表现出了较好的识别率。

但是这些线性化算法并未考虑或只是部分考虑样本的差异性，比如文献[9-11]，这里的差异性包括类内差异和类间差异，这在人脸图像受光照、表情，姿态等变化较大时，算法的识别率不是很高。针对

2010-07-28 收到，2010-10-25 改回
*通信作者：楼宋江　lousongjiangac@163.com

这一问题，文献[12]提出了 Intrinsicface， 该算法充分考虑了样本之间的差异性，使得投影后，同类样本的差异散度得到最小化，而不同类的样本之间的差异散度得到最大化。但是该算法未考虑样本的流形结构并存在矩阵的奇异值问题。

人脸识别中，由于样本数往往小于人脸的维数，因此一般会遇到矩阵的奇异值问题。这方面 LDA 表现得更为明显，针对 LDA 的奇异性提出了很多算法。类似地，LPP 中也存在小样本问题[13-16]。总的来说大致可以分为以下几类：(1)先通过 PCA 进行降维，也称为 fisher 脸[2]，该算法需 PCA 作为预处理，使得类内散度矩阵未奇异，而在 PCA 处理的时候会有信息损失，对后续的分类不利；(2)正则化判别分析 RDA(Regularized Discriminant Analysis)[17]，它是通过在分母中的 S_w 增加一扰动项 σI，使得 $Sw+\sigma I$ 为非奇异，但是通过扰动项会带来更多的随机性和不确定性； (3)MMC(Maximum Margin Criterion)[18]，通过类间散度与类内散度差来实现，从而避免小样本问题，但是文献[19]指出：差分特征方程的效果没有商特征方程理想；(4)Yu 等人[20]提出了 DLDA(Direct Linear Discriminant Analysis)，该算法考虑了类内散度矩阵的零空间中所包含的判别信息，但是又丢弃了类间散度矩阵的零空间；(5)Chen 等人[21]提出了 NLDA(Null Space Linear Discriminant Analysis)，该算法在类内散度矩阵的零空间内寻找最大化类间散度矩阵的最优特征向量。

针对本征脸中存在的一些问题，本文提出了零空间保局判别本征脸(NSLPDI)，在分析的过程中算法不仅考虑了样本的差异性，又考虑了样本的流形结构，使得投影后同类样本的差异性变小了，而不同类样本之间的差异性变大了。在处理过程中借鉴 NLDA 的思想，利用类内保局差异散度矩阵中的零空间，从而避免了矩阵的奇异性问题。

2　本征脸

本征脸将每一人脸分为 3 部分，分别是脸部共同差别、个体间差别和个体类内差别。其中脸部共同差别是脸部的共同特点，它是区别人脸与其它事物的依据；个体间差别是区别不同个体的依据；个体类内差别是区别同一个个体在不同环境下所获得图像的依据。本征脸的目标是最大化个体间差别，最小化个体类内差别。

假设存在 N 个样本 $\boldsymbol{X}=\{x_1,x_2,\cdots,x_N\}$， $x_i\in R^D$，它们分别取自 k 个不同类 $c_1,c_2,\cdots,c_k$，每类中存在 $N_i(i=1,2,\cdots,k)$ 个样本，很显然有 $N=\sum_{i=1}^{k}N_i$。对于原始空间中的第 i 类的第 j 个数据点 x_j^i，寻找一投影 $\boldsymbol{W}$，使得 $y=\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}x_j^i$，根据文献[12]，可以对 x_j^i 进行分解：

$$x_j^i=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{U}_r\boldsymbol{U}_r^{\mathrm{T}})x_j^i+(\boldsymbol{U}_r\boldsymbol{U}_r^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{U}_{ri}^i\boldsymbol{U}_{ri}^{i\mathrm{T}})x_j^i+(\boldsymbol{U}_{ri}^i\boldsymbol{U}_{ri}^{i\mathrm{T}})x_j^i \tag{1}$$

这里的 $\boldsymbol{U}_r$ 是样本的均值化矩阵在奇异值分解过程中非零特征值所对应的左正交矩阵，即

$$\begin{aligned}\boldsymbol{H}_M&=[x_1^1-\boldsymbol{\mu},x_2^1-\boldsymbol{\mu},\cdots,x_{N_k}^k-\boldsymbol{\mu}]\\&=\boldsymbol{U\Sigma V}^{\mathrm{T}}=[\boldsymbol{U}_r,\widetilde{\boldsymbol{U}}_r]\boldsymbol{\Sigma}[\boldsymbol{V}_r,\widetilde{\boldsymbol{V}}_r]^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{2}$$

其中 μ 是样本均值，即 $\mu=\dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i$， r 是 $\boldsymbol{H}_M$ 的秩，即 $r=\mathrm{rank}(\boldsymbol{H}_M)$。

类似地，$\boldsymbol{U}_{ri}^i$ 是样本类内均值化矩阵在奇异值分解过程中非零特征值所对应的左正交矩阵，即

$$\begin{aligned}\boldsymbol{H}_M^i&=[x_1^i-\mu^i,\cdots,x_{N_i}^i-\mu^i]=\boldsymbol{U}^i\boldsymbol{\Sigma}^i\boldsymbol{V}^{i\mathrm{T}}\\&=[\boldsymbol{U}_{ri}^i,\widetilde{\boldsymbol{U}}_{ri}^i]\boldsymbol{\Sigma}^i[\boldsymbol{V}_{ri}^i,\widetilde{\boldsymbol{V}}_{ri}^i]^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{3}$$

其中 μ^i 是第 i 类样本的均值，即 $\mu^i=\dfrac{1}{Ni}\sum_{j=1}^{Ni}x_j^i$，$ri$ 是 $\boldsymbol{H}_M^i$ 的秩，即 $ri=\mathrm{rank}(\boldsymbol{H}_M^i)$。

对于 x_j^i，$(I-\boldsymbol{U}_r\boldsymbol{U}_r^{\mathrm{T}})x_j^i$ 代表的是人脸共同差别，$(\boldsymbol{U}_r\boldsymbol{U}_r^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{U}_{ri}^i\boldsymbol{U}_{ri}^{i\mathrm{T}})x_j^i$ 代表的是个体间差别，$(\boldsymbol{U}_{ri}^i\boldsymbol{U}_{ri}^{i\mathrm{T}})x_j^i$ 代表的是个体类内差别。

经过投影后，得到低维数据：

$$\begin{aligned}y&=\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}x_j^i=\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{U}_r\boldsymbol{U}_r^{\mathrm{T}})x_j^i\\&+\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{U}_r\boldsymbol{U}_r^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{U}_{ri}^i\boldsymbol{U}_{ri}^{i\mathrm{T}})x_j^i+\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{U}_{ri}^i\boldsymbol{U}_{ri}^{i\mathrm{T}})x_j^i\end{aligned} \tag{4}$$

Intrinsicface 的目标是最大化个体间差异散度和个体类内差异散度之比：

$$\arg\max\frac{\mathrm{trace}(\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_c\boldsymbol{W})}{\mathrm{trace}(\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_l\boldsymbol{W})} \tag{5}$$

其中 $\boldsymbol{S}_c=\boldsymbol{X}_c\boldsymbol{X}_c^{\mathrm{T}}$， $\boldsymbol{S}_l=\boldsymbol{X}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}}$， 而

$$\begin{aligned}\boldsymbol{X}_c&=[(\boldsymbol{U}_r\boldsymbol{U}_r^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{U}_{r1}^1\boldsymbol{U}_{r1}^{1\mathrm{T}})x_1^1,\cdots,(\boldsymbol{U}_r\boldsymbol{U}_r^{\mathrm{T}}\\&-\boldsymbol{U}_{ri}^i\boldsymbol{U}_{ri}^{i\mathrm{T}})x_j^i,\cdots,(\boldsymbol{U}_r\boldsymbol{U}_r^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{U}_{rk}^k\boldsymbol{U}_{rk}^{k\mathrm{T}})x_{Nk}^k]\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{X}_l=[&\boldsymbol{U}_{r1}^1\boldsymbol{U}_{r1}^{1\mathrm{T}}x_1^1,\cdots,\boldsymbol{U}_{r1}^1\boldsymbol{U}_{r1}^{1\mathrm{T}}x_{N1}^1,\cdots,\boldsymbol{U}_{rk}^k\boldsymbol{U}_{rk}^{k\mathrm{T}}x_1^k,\cdots,\\&\boldsymbol{U}_{rk}^k\boldsymbol{U}_{rk}^{k\mathrm{T}}x_{Nk}^k]\end{aligned} \tag{7}$$

最后简化为以下广义特征值问题：

$$\boldsymbol{S}_c\boldsymbol{w}=\lambda\boldsymbol{S}_l\boldsymbol{w} \tag{8}$$

从以上可以看出，Intrincisface 是一种监督化学习算法，虽然考虑了样本的类别信息和样本的差异性，但它未考虑样本的流形结构，而文献[3-5]指出像人脸这种复杂对象更有可能存在于一个低维流形结构中。为了既考虑样本的差异性，又考虑样本的流形结构，下一节将介绍保局判别本征脸。

3　零空间保局判别本征脸

由本征脸中得到的类间差 $\boldsymbol{X}_c$ 和类内差 $\boldsymbol{X}_l$：

$$\boldsymbol{X}_c = [(\boldsymbol{U}_r\boldsymbol{U}_r^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{U}_{r1}^1\boldsymbol{U}_{r1}^{1\mathrm{T}})x_1^1,\cdots,(\boldsymbol{U}_r\boldsymbol{U}_r^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{U}_{ri}^i\boldsymbol{U}_{ri}^{i\mathrm{T}})x_j^i, \cdots,(\boldsymbol{U}_r\boldsymbol{U}_r^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{U}_{rk}^k\boldsymbol{U}_{rk}^{k\mathrm{T}})x_{Nk}^k] = [\boldsymbol{x}_{c1}^1,\boldsymbol{x}_{c2}^1,\cdots,\boldsymbol{x}_{cn1}^1,\cdots, \boldsymbol{x}_{c1}^i,\boldsymbol{x}_{c2}^i,\cdots,\boldsymbol{x}_{cni}^i,\cdots,\boldsymbol{x}_{c1}^k,\boldsymbol{x}_{c2}^k,\cdots,\boldsymbol{x}_{cnk}^k] \tag{9}$$

$$\boldsymbol{X}_l = [\boldsymbol{U}_{r1}^1\boldsymbol{U}_{r1}^{1\mathrm{T}}x_1^1,\cdots,\boldsymbol{U}_{r1}^1\boldsymbol{U}_{r1}^{1\mathrm{T}}x_{N1}^1,\cdots,\boldsymbol{U}_{rk}^k\boldsymbol{U}_{rk}^{k\mathrm{T}}x_1^k,\cdots, \boldsymbol{U}_{rk}^k\boldsymbol{U}_{rk}^{k\mathrm{T}}x_{Nk}^k] = [\boldsymbol{x}_{l1}^1,\boldsymbol{x}_{l2}^1,\cdots,\boldsymbol{x}_{ln1}^1,\cdots,\boldsymbol{x}_{l1}^i,\boldsymbol{x}_{l2}^i,\cdots, \boldsymbol{x}_{lni}^i,\cdots,\boldsymbol{x}_{l1}^k,\boldsymbol{x}_{l2}^k,\cdots,\boldsymbol{x}_{lnk}^k] \tag{10}$$

为了使同类样本在投影后保持局部性，而不同类样本在投影后区分度增加，可以通过优化以下两个目标函数来实现：

$$J_1 = \max\sum_{ij}^{n}\left\|y_{ci} - y_{cj}\right\|^2 \boldsymbol{B}_{cij} \tag{11}$$

$$J_2 = \min\sum_{ij}^{n}\left\|y_{li} - y_{lj}\right\|^2 \boldsymbol{S}_{lij} \tag{12}$$

这里的S_{lij}代表的是同类样本之间的相似性，B_{cij}代表的是不同类样本之间的差异性，它们的定义为

$$\boldsymbol{S}_{lij} = \begin{cases}\exp\left(-\dfrac{||x_{li} - x_{lj}||^2}{t}\right), & x_{li}\text{和}x_{lj}\text{是同类样本} \\ 0, & \text{其它}\end{cases} \tag{13}$$

$$\boldsymbol{B}_{cij}=\begin{cases}\left(1+\dfrac{1}{\exp(-||x_{ci} - x_{cj}||^2/\sigma)}\right), & x_{ci}\text{和}x_{cj}\text{属于不同类} \\ 0, & \text{其它}\end{cases} \tag{14}$$

其中t和σ为参数。由$\boldsymbol{S}_{lij}$和$\boldsymbol{B}_{cij}$的定义可以看出，$\boldsymbol{S}_{lij} \le 1$，也就是它有将同类样本之间的距离缩小的作用；而$B_{cij} \ge 1$，它有将不同类样本之间的距离扩大的作用，因此这两点都有利于模式分类。

为了同时满足J_1和J_2，可以优化以下目标函数：

$$J_3=\max\frac{\sum_{ij}^{n}\left\|y_{ci} - y_{cj}\right\|^2 \boldsymbol{B}_{cij}}{\sum_{ij}^{n}\left\|y_{li} - y_{lj}\right\|^2 \boldsymbol{S}_{lij}} =\max\frac{2\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_c\boldsymbol{L}_c\boldsymbol{X}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}}{2\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_l\boldsymbol{L}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}}=\max\frac{\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_c\boldsymbol{L}_c\boldsymbol{X}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}}{\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_l\boldsymbol{L}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}} \tag{15}$$

其中$\boldsymbol{L}_l$和$\boldsymbol{L}_c$为拉普拉斯矩阵，$\boldsymbol{L}_l = \boldsymbol{D}_l - \boldsymbol{S}_l$，$\boldsymbol{L}_c = \boldsymbol{D}_c - \boldsymbol{B}_c$，而$\boldsymbol{D}_l$和$\boldsymbol{D}_c$是对角矩阵，并且其对角上的元素分别为$D_{lii} = \sum_j S_{lij}$，$D_{cii} = \sum_j B_{cij}$。

问题最后归结为以下广义特征值问题：

$$\boldsymbol{X}_c\boldsymbol{L}_c\boldsymbol{X}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W} = \lambda\boldsymbol{X}_l\boldsymbol{L}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W} \tag{16}$$

假设上述方程的d个最大特征值为$\lambda_0 \ge \lambda_1 \ge \cdots \ge \lambda_{d-1}$，并且所对应的特征向量为$\boldsymbol{a}_0,\boldsymbol{a}_1,\cdots,\boldsymbol{a}_{d-1}$，$\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{a}_0\ \boldsymbol{a}_1 \cdots \boldsymbol{a}_{d-1}]$，那么可以得到如下映射：$x_i \to y_i = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}x_i$，$\boldsymbol{A}$为变换矩阵。

为方便起见，$\boldsymbol{S}_c = \boldsymbol{X}_c\boldsymbol{L}_c\boldsymbol{X}_c^{\mathrm{T}}$称为个体类间保局差异散度，$\boldsymbol{S}_l = \boldsymbol{X}_l\boldsymbol{L}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}}$称为个体类内保局差异散度。

在人脸识别中，由于样本数N远远小于样本维数D，因此个体类内保局差异散度矩阵是奇异的。假设$s = \mathrm{rank}(\boldsymbol{X}_l\boldsymbol{L}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}})$，则存在$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_{N-s}$，满足：

$$\boldsymbol{X}_l\boldsymbol{L}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\alpha}_i = 0,\ \ i = 1,2,\cdots,N-s \tag{17}$$

由$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_{N-s}$张成的空间称为$\boldsymbol{X}_l\boldsymbol{L}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}}$的零空间，即

$$\mathrm{Null}(\boldsymbol{X}_l\boldsymbol{L}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}}) = \mathrm{span}\{\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_{N-s}\} \tag{18}$$

则 $\forall\boldsymbol{\alpha}_i \in \mathrm{Null}(\boldsymbol{X}_l\boldsymbol{L}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}}) \Rightarrow \boldsymbol{X}_l\boldsymbol{L}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\alpha}_i = 0 \Rightarrow \boldsymbol{\alpha}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_l\boldsymbol{L}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\alpha}_i = 0$成立

则对于$\boldsymbol{X}_l\boldsymbol{L}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}}$零空间中的任意一个向量$\boldsymbol{\beta} \in \mathrm{Null}(\boldsymbol{X}_l\boldsymbol{L}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}})$，总能使式(15)取得最大值。换句话说，在$\mathrm{Null}(\boldsymbol{X}_l\boldsymbol{L}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}})$中，最大化式(15)未必能保证个体类间保局差异散度$\boldsymbol{S}_c = \boldsymbol{X}_c\boldsymbol{L}_c\boldsymbol{X}_c^{\mathrm{T}}$达到最大，因此应修改目标函数，一种简单的方法是：在$\mathrm{Null}(\boldsymbol{X}_l\boldsymbol{L}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}})$中，最大化以下函数：

$$\max J_4 = \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_c\boldsymbol{L}_c\boldsymbol{X}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W} \tag{19}$$

先对$\boldsymbol{X}_l\boldsymbol{L}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}}$进行奇异值分解，即

$$\boldsymbol{X}_l\boldsymbol{L}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{U}_l\boldsymbol{\Sigma}_l\boldsymbol{V}_l = [\boldsymbol{U}_{lt},\widetilde{\boldsymbol{U}}_{lt}]\boldsymbol{\Sigma}_l[\boldsymbol{V}_{lt},\widetilde{\boldsymbol{V}}_{lt}] \tag{20}$$

其中$\boldsymbol{X}_l\boldsymbol{L}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}}$的秩为$t$，设$\boldsymbol{V}_l = [\boldsymbol{v}_{l1},\cdots,\boldsymbol{v}_{lt},\boldsymbol{v}_{lt+1},\cdots,\boldsymbol{v}_N]$，其中$\boldsymbol{v}_{l1},\cdots,\boldsymbol{v}_{lt}$是非零特征值所对应的特征向量，则$\boldsymbol{X}_l\boldsymbol{L}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}}$的零空间由$\boldsymbol{Q} = [\boldsymbol{v}_{lt+1},\cdots,\boldsymbol{v}_N]$所张成，类似 NLDA[21]，先将所有样本从原始空间通过投影变换$\boldsymbol{Q}\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}$映射到$\boldsymbol{X}_l\boldsymbol{L}_l\boldsymbol{X}_l^{\mathrm{T}}$的零空间中，则此时的个体类间散度矩阵变为

$$\widetilde{\boldsymbol{S}}_c = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{X}_c\boldsymbol{L}_c\boldsymbol{X}_c^{\mathrm{T}})(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} \tag{21}$$

然后计算$\widetilde{\boldsymbol{S}}_c$的特征值和特征向量，假设它的$d$个最大特征值所对应的特征向量为$\{\boldsymbol{w}_1,\boldsymbol{w}_2,\cdots,\boldsymbol{w}_d\}$，则最优转换矩阵为$\boldsymbol{W} = [\boldsymbol{w}_1,\boldsymbol{w}_2,\cdots,\boldsymbol{w}_d]$。

4 实验和分析

为了验证所提算法的正确性，分别选用 ORL 和 YALE 人脸库进行实验分析，在经过上一小节的特征提取之后，运用最近邻分类器进行分类。实验结果与已有经典算法 LPP[6]，NDLPP[13] 和 Intrinsicface[12]进行比较。

ORL 人脸库有 40 个人，每人 10 张图片，一共 400 张，图像是在不同时期，不同光线强度下拍摄的，其中包括姿态、光照和表情的变化。图 1 是取自 ORL 人脸库的第 1 个人的样本。

Yale 人脸库有 15 人，每人 11 张图片，一共 165

张，也受表情、光照等因素的变化。图 2 是取自 YALE 人脸库的第 1 个人的样本。

图 1 ORL 人脸图像的样本

图 2 YALE 人脸图像的样本

每人分别随机选择 3, 4, 5 幅图像用作训练样本，其它图像用于测试样本，重复 20 次，最后取平均值作为识别结果，采用最近邻近分类器进行分类。实验中 t 和 σ 的值定为 $t = 5100$，$\sigma = 2000$。本文所提算法与 LPP、NDLPP 和 Intrinsicface 进行比较的实验结果如表 1，表 2 所示。

由实验结果可以看出，NDLPP 的识别性能高于 LPP，这是因为 LPP 在处理的时候需要进行 PCA 降维，这势必会失去一些信息，而 NDLPP 充分利用了保局类内散度矩阵的零空间，能更好地描述样本的局部信息和提取样本的判别信息。Intrinsicface 的识别率高于 LPP，这是因为 LPP 只考虑了样本的

表 1 算法在 ORL 人脸库中的识别结果(%)

训练样本数	LPP	NDLPP	Intrinsicface	NSLPDI
3	82.1	86.5	85.3	86.9
4	87.6	89.7	88.6	90.2
5	89.8	92.3	91.2	93.9

表 2 算法在 YALE 人脸库中的识别结果(%)

训练样本数	LPP	NDLPP	Intrinsicface	NSLPDI
3	73.1	80.4	79.2	82.5
4	75.6	83.3	82.7	86.6
5	76.2	86.1	85.4	90.1

局部性，未考虑样本之间的差异，而 Intrinsicface 通过最小化个体类内差异最大化个体类间差异达到不同类样本分离的作用。但是它的识别率稍低于 NDLPP，这可能是因为 Intrinsicface 存在小样本问题，它是通过扰动项解决的，这势必会造成一定的误差，再说如何确定该扰动项也是一大难题，具有不确定性。本文所提算法 NSLPDI 在得到个体类内差异和个体类间差异之后，结合流形学习的思想，将个体类内保局散度最小化，个体类间保局散度最大化，并充分利用个体类内保局散度矩阵中的零空间，有效避免了小样本问题，并且在 ORL 和 Yale 人脸库上的识别率高于 LPP，NDLPP 和 Intrinsicface。

5　结束语

本文提出了零空间保局判别本征脸，该算法考虑到人脸之间的差异，包括个体类内差异和个体类间差异，然后结合保局算法的思想，使得个体类内能保持局部性，借助于判别准则，将个体类间保局散度最大化，因此不同类样本之间的区分度有所增加，在人脸识别上表现出较好的性能。但是也存在一些问题，比如如何确定参数 σ 和 t，还有算法只考虑了个体类内保局散度矩阵的零空间，它的主空间(range space)中也存在一些判别信息，因此既考虑类内保局散度矩阵的零空间，又考虑它非零空间的双子空间的保局判别本征脸是我们以后的研究方向。

参 考 文 献

[1] Turk M and Pentland A. Eigenfaces for recognition[J]. *Cognitive Neurosci*, 1991, 3(1): 71–86.

[2] Belhumeur P N and Kriegman D J. Eigenfaces vs fisherfaces: recognition using class specific linear projection [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, 19: 711–720.

[3] Tenenbaum J B, De Silva V, and Langford J C. A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction [J]. *Science*, 2000, 290: 2319–2323.

[4] Rowies S and Saul L. Nonliear dimensionality reduction by locally linear embedding[J]. *Science*, 2000, 290: 2323–2326.

[5] Belkin M and Niyogo P. Laplacian eigenmaps for dimensionality reduction and data representation[J]. *Neural Computation*, 2003, 15(6): 1373–1396.

[6] He X, Niyogi P, and Han J. Face recognition using laplacianfaces[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2005, 27(3): 328–340.

[7] He X F, Cai D, and Yan S C, *et al*.. Neighborhood preserving embedding [C]. Proc of the 10th IEEE International

Conference on Computer Vision, Beijing, 2005: 1208–1213.

[8] Yang J, Zhang D, and Yang J Y, *et al*.. Globally maximizing, locally minimizing: unsupervised discriminant projection with application to face and palm biometrics[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2007, 29(4): 650–664.

[9] 林玉娥，顾国昌等. 一种核正交鉴别保局投影算法[J]. 电子学报, 2010, 38(4): 979–982.
Lin Yu-e and Gu Guo-chang, *et al*.. A Kernel orthogonal discriminant locality preserving projections method[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2010, 38(4): 979–982.

[10] Gao Quan-xue, Xu Hui, Li Yi-ying, and Xie De-yan. Two dimensional supervised local similarity and diversity projections[J]. *Pattern Recognition*, 2010, 43(10): 3359–3363.

[11] Li Bo, Wang Chao, and Huang De-shuang. Supervised feature extraction based on orthogonal discriminant projection [J]. *Neurocomputing*, 2009, 73(1-3): 191–196.

[12] Wang Yong and Wu Yi. Face recognition using Intrinsicfaces[J]. *Pattern recognition*, 2010, 43(10), 3580–3590.

[13] Yang Li-ping, Gong Wei-guo, and Gu Xiao-hua, *et al*.. Null space discriminant locality preserving projections for face recognition[J]. *Neurocomputing*, 2008, 71(16-18): 3644–3649.

[14] 林玉娥, 顾国昌等. 适用于小样本问题的具有类内保持的正交特征提取算法[J]. 自动化学报. 2010, 36(5): 644–649.
Lin Yu-e and Gu Guo-chang, *et al*.. An Orthogonal feature extraction method based on the within-class preserving for small sample size problem[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2010, 36(5): 644–649.

[15] Xu Yong, Zhong Ai-ni, Yang Jian, and Zhang David. LPP solution schemes for use with face recognition[J]. *Pattern Recognition*, 2010, 43(12): 4165–4176.

[16] 杨利平, 龚卫国, 辜小花, 李伟红, 杜兴. 完备鉴别保局投影人脸识别算法. 软件学报, 2010, 21(6): 1277–1286.
Yang Li-ping, Gong Wei-guo, Gu Xiao-hua, Li Wei-hong, and Du Xing. Complete discriminant locality preserving projections for face recognition[J]. *Journal of Software*, 2010, 21(6): 1277–1286.

[17] Hong Z Q and Yang J Y. Optimal discriminant plane for a small number of samples and design method of classifier on the plane [J]. *Pattern Recognition*, 1991, 24(4): 317–324.

[18] Li H, Jiang T, and Zhang K. Efficient and robust feature extraction by maximum margin criterion. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2006, 17(1): 157–165.

[19] Tao Yu-ting and Yang Jian. Quotient vs. difference: comparison between the two discriminant criteria [J]. *Neurocomputing*, 2010, 73(10–12): 1808–1817.

[20] Yu Hua, Yang Jie. A direct LDA algorithm for high-dimensional data- with application to face recognition [J]. *Pattern Recognition*, 2001, 34(10): 2067–2070.

[21] Chen Li-fen, Liao H Y Mark, and Ko M T, *et al*.. A new LDA-based face recognition system which can solve the small sample size problem [J]. *Pattern Recognition*, 2000, 33(10): 1723–1726.

楼宋江： 男，1982 年生，博士生，研究方向为模式识别和图像处理.

张国印： 男，1964 年生，博士生导师，研究方向为嵌入式系统、信息安全和模式识别.