

基于分数阶矩估计的非参量 CFAR 检测

李 军* 王雪松 王 涛

(国防科技大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

摘 要: 该文针对杂波背景中的 CFAR(恒虚警率)检测问题,提出了一种新的 CFAR 检测器——Blind-CFAR 检测器。该检测器通过估计杂波的分数阶矩,获得杂波的最大熵概率密度函数估计,进而确定 CFAR 检测门限。以 Weibull 杂波为例,仿真验证了 Blind-CFAR 检测器的有效性。由于采用了非参数估计方法,Blind-CFAR 检测器具有结构简单、通用性好等优点,并可应用于未知杂波背景中的目标检测。

关键词: 雷达; 恒虚警; 非参量检测; 分数阶矩; 最大熵

中图分类号: TN957.51

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)03-0642-04

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00733

Nonparametric CFAR Detection Based on Fractional Moment Estimations

Li Jun Wang Xue-song Wang Tao

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: For the problem of CFAR (Constant False Alarm Rate) detection in clutter, a new detector, i.e., the Blind-CFAR detector is proposed. The Blind-CFAR detector calculates its detection threshold through the PDF (Probability Density Function) estimation of clutter, which is based on the fractional moment estimations of clutter and the maximum entropy method. The Blind-CFAR detector is verified in Weibull clutter through simulation experiments. By employing nonparametric estimation methods, the Blind-CFAR detector has advantages of a simple structure, a good universality, etc. Furthermore, it can be applied to target detection in unknown clutter.

Key words: Radar; CFAR; Nonparametric detection; Fractional moment; Maximum entropy

1 引言

杂波是制约雷达检测性能提升的重要因素。为了抑制由杂波引起的虚警,雷达通常采用 CFAR 检测器。目前,常用的 CFAR 检测器主要有参量、非参量 CFAR 检测器。参量 CFAR 检测器通常假设杂波的分布模型已知,即针对特定的杂波分布模型设计 CFAR 检测器。例如,假设雷达杂波服从 Weibull 分布^[1,2], K 分布^[3], Log-normal 分布^[4]等。当假设的杂波分布模型与实际杂波背景失配,或者杂波分布模型未知时,参量 CFAR 检测器可能具有非常严重的检测性能损失。

对于未知杂波背景中的目标检测问题,雷达可采用的 CFAR 检测器主要有符号检测器, Wilcoxon 检测器等非参量 CFAR 检测器。这种类型的 CFAR 检测器在单次扫描条件下的虚警概率很高,需要进行多次扫描积累以降低虚警概率^[5]。这在一定程度上限制了该类 CFAR 检测器的适用范围。

针对上述情况,本文提出了一种新的 CFAR 检测器——Blind-CFAR 检测器,该检测器通过采用最大熵方法实现杂波概率密度函数估计,从而实现 CFAR 检测门限估计,进而实现 CFAR 检测。文中给出了检测器的基本结构和主要算法,并针对 Weibull 杂波背景进行了仿真实验验证,结果表明 Blind-CFAR 检测器可达到与常规的参量 CFAR 检测器相同的检测性能,同时具有结构简单、通用性强等优点,并可应用于未知杂波背景中的目标检测。

2 检测器设计

2.1 检测器结构

Blind-CFAR 检测器的基本原理是通过获取参考单元内的杂波数据,实现杂波概率密度函数估计,进而确定检测门限,实现 CFAR 检测,其基本结构如图 1 所示,其中 N 为前沿、后沿参考滑窗(参考单元)长度, x_n , y_n ($n = 1, 2, \dots, N$) 为参考单元杂波数据。与常规的参量 CFAR 检测器相比,Blind-CFAR 检测器同样利用目标附近的参考单元杂波数据,但其对杂波数据的处理是为了获得杂波概率密度函数估计,而不是为了获得杂波概率密度函数的参数估

2010-07-12 收到, 2010-10-16 改回

国家部委基金资助课题

*通信作者: 李军 junliscu@gmail.com

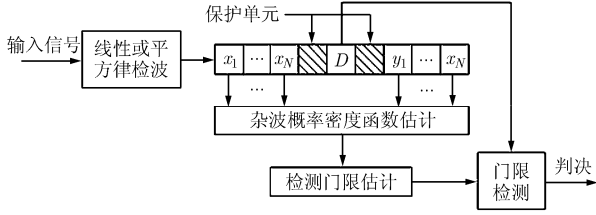


图1 Blind-CFAR 检测器框图

计。对于实际系统中的各种杂波，其概率密度函数估计通常均可采用非参量估计方法，该方法可以适应多种类型的概率分布。因此，Blind-CFAR 检测器可以适应实际系统中的各种杂波背景，其具有非参量检测的特点。

2.2 杂波概率密度函数估计

杂波概率密度函数估计方法主要有参数、非参数估计两种方法。参数估计方法是在假设杂波服从某一已知类型的概率密度函数的基础上，利用杂波样本估计杂波概率密度函数的参数；非参数估计方法不需要假设已知杂波的概率密度函数，其直接利用杂波样本估计杂波的概率密度函数，因此可用于已知或未知杂波背景中的目标检测问题。

目前，常见的概率密度函数的非参数估计方法有：基于矩函数逼近的估计方法^[6]、基于矩估计的最大熵估计方法^[7]、核密度估计法^[8]等。其中，基于矩估计的最大熵估计方法在最近几年得到广泛研究^[9-11]，其基本思想是在满足一定的矩约束条件的概率密度函数集合中，选择具有最大熵的概率密度函数，其中矩约束条件为

$$\int_S f(x) r_i(x) dx = \mu_i \quad (1)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, M$ ， S 为概率密度函数 $f(x)$ 的支撑集（以下令 $S = [0, \infty)$ ）。根据变分法原理可以证明，满足上述矩约束条件的最大熵概率密度函数具有下述形式^[7]：

$$f_M(x) = \exp \left[\lambda_0 + \sum_{i=1}^M \lambda_i r_i(x) \right] \quad (2)$$

其中 $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_M$ 是使得 $f_M(x)$ 满足归一化条件 $\left(\int_S f_M(x) dx = 1 \right)$ 和矩约束条件的待定系数。

对于分数阶矩约束条件，有 $r_i(x) = x^{\alpha_i}$ ， $i = 1, 2, \dots, M$ ， α_i 为矩 μ_i 的阶数。令 $\alpha_0 = 0$ ， $\mu_0 = 1$ ，则最大熵概率密度函数估计可表示为

$$f_M(x) = \exp \left[\sum_{i=0}^M \lambda_i x^{\alpha_i} \right] \quad (3)$$

其中，待定系数 $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_M$ 通过求解以下的非线性方程组得到

$$\mathbf{F}(\lambda) = \begin{bmatrix} \int_S x^{\alpha_0} \exp \left(\sum_{i=0}^M \lambda_i x^{\alpha_i} \right) dx - \mu_0 \\ \int_S x^{\alpha_1} \exp \left(\sum_{i=0}^M \lambda_i x^{\alpha_i} \right) dx - \mu_1 \\ \vdots \\ \int_S x^{\alpha_M} \exp \left(\sum_{i=0}^M \lambda_i x^{\alpha_i} \right) dx - \mu_M \end{bmatrix} = 0 \quad (4)$$

其中 $\lambda = [\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_M]^T$ 。采用 Newton 法解上述方程组，则待定系数 λ 的迭代计算式为

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k - \mathbf{J}^{-1}(\lambda_k) \mathbf{F}(\lambda_k) \quad (5)$$

其中 λ_k 为 λ 的第 k 次迭代计算结果， $\mathbf{J}(\lambda)$ 为 Jacobi 矩阵，其第 $i+1$ 行、第 $j+1$ 列元素为

$$\mathbf{J}_{ij}(\lambda) = \frac{\partial \mathbf{F}_i(\lambda)}{\partial \lambda_j} = \int_S x^{\alpha_i + \alpha_j} \exp \left(\sum_{l=0}^M \lambda_l x^{\alpha_l} \right) dx \quad (6)$$

其中 $i = 0, 1, \dots, M$ ， $j = 0, 1, \dots, M$ ， $\mathbf{F}_i(\lambda)$ 为 $\mathbf{F}(\lambda)$ 的第 $i+1$ 个元素。

当 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_M$ 未知时，其可利用参考单元的杂波数据进行估计：

$$\hat{\mu}_i = \frac{1}{2N} \sum_{n=1}^N (x_n^{\alpha_i} + y_n^{\alpha_i}) \quad (7)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, M$ ， x_n, y_n ($n = 1, 2, \dots, N$) 为参考单元杂波数据。用矩估计 $\hat{\mu}_i$ 代替其理论值 μ_i ，并根据式(5)得到待定系数的估计值 $\hat{\lambda}$ ，则基于分数阶(杂波)矩估计的最大熵概率密度函数估计可表示为

$$\hat{f}_M(x) = \exp \left[\sum_{i=0}^M \hat{\lambda}_i x^{\alpha_i} \right] \quad (8)$$

其对应的最大熵概率分布函数为

$$\hat{F}_M(x) = \int_0^x \exp \left[\sum_{i=0}^M \hat{\lambda}_i t^{\alpha_i} \right] dt \quad (9)$$

作为示例，假设杂波服从 Weibull 分布，其概率密度函数、概率分布函数分别为

$$f(x) = \frac{\beta x^{\beta-1}}{\alpha^\beta} e^{-(x/\alpha)^\beta} \quad (10)$$

$$F(x) = 1 - \exp \left[-\left(\frac{x}{\alpha} \right)^\beta \right] \quad (11)$$

其中 α, β 分别为 Weibull 分布的尺度参数和形状参数。根据式(10)推知，Weibull 分布的 α_i 阶矩

$$\mu_i = \alpha^{\alpha_i} \Gamma \left(1 + \frac{\alpha_i}{\beta} \right) \quad (12)$$

其中 $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数。

根据式(9)得到的概率分布函数估计值与其对应真值之间的吻合度较好。为了更直观地表现估计误差，分别根据式(9)，式(11)计算 Weibull 分布的右尾概率(即 $1 - F(x)$)，计算结果如图2所示，其对

应的参数为 $\alpha = 1, \beta = 0.5, 0.8, 1.2, 2, M = 3$, $\alpha_i = i/M, i = 1, 2, \dots, M$ 。由图2可知, 在仅利用3个分数阶矩(式(12)所示的理论值)的条件下, 最大熵概率密度函数估计方法对 Weibull 分布右尾概率的估计结果具有较高的估计精度, 可以满足检测门限估计的精度需求。

为了进一步提高最大熵概率密度函数估计的精度, 可增加其所利用矩的数量。例如, 令 $\alpha = 1, \beta = 0.5, \alpha_i = i/M, i = 1, 2, \dots, M$, 图3给出了 M 取不同值时, Weibull 分布右尾概率估计的相对误差的绝对值 $|\varepsilon_{\text{rel}}|$, 其中 ε_{rel} 定义为

$$\varepsilon_{\text{rel}}(V) = \frac{V_{\text{appr}} - V_{\text{exact}}}{V_{\text{exact}}} \quad (13)$$

其中 V 表示右尾概率, V_{appr} 表示 V 的近似值, V_{exact} 表示 V 的精确值。

图3表明, 当所利用的矩由3个增加到5个时, 估计误差降低了大约一个数量级。这表明, 通过增加所利用的矩的数量, 可以显著提高最大熵概率密度函数估计的精度。此处需要指出的是, 随着矩数量的增加, 求解待定系数 λ 的计算量显著增加, 并且其数值稳定性有所降低。因此, 在实际应用中, 需在估计精度和计算量之间进行折中考虑。

2.3 检测门限估计

根据式(9), 检测门限可近似为

$$\eta_{\text{appr}} = \hat{F}_M^{-1}(1 - P_F) \quad (14)$$

其中 P_F 为虚警概率, $\hat{F}_M^{-1}(\cdot)$ 表示 $\hat{F}_M(\cdot)$ 的逆函数。

由于受到参考单元数目的限制以及矩估计误差的影响, η_{appr} 在其对应的理论真值附近随机分布,

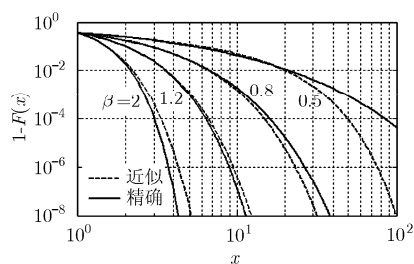


图2 Weibull分布的右尾概率及其估计结果

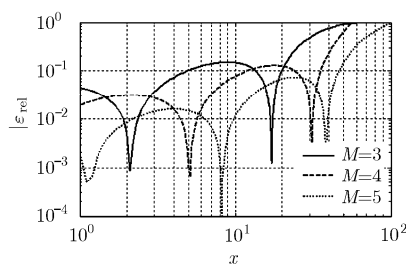
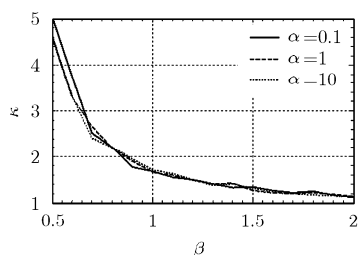
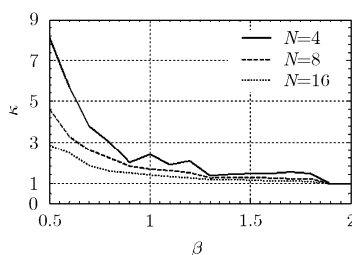


图3 Weibull分布的右尾概率估计的相对误差



(a) $N=8$



(b) $\alpha=1$

图4 门限修正因子随Weibull分布形状参数的变化曲线

这导致以 η_{appr} 作为检测门限的检测器通常不能维持设定的虚警概率。为使得检测器具有 CFAR 特性, 可按照式(15)估计检测门限:

$$\hat{\eta} = \kappa \cdot \eta_{\text{appr}} \quad (15)$$

其中 κ 为门限修正因子。

令 $P_F = 10^{-3}$, $M = 3$, $\alpha_i = i/M, i = 1, 2, \dots, M$, Monte Carlo 仿真次数为 1000, 图4给出了门限修正因子随 Weibull 分布形状参数的变化曲线, 其中图4(a)对应 $N = 8$, 图4(b)对应 $\alpha = 1$ 。根据图4可知, 门限修正因子与尺度参数无关, 其主要受形状参数和参考单元数的影响: 随着形状参数增大(杂波分布趋向于 $\beta = 2$ 对应的 Rayleigh 分布)、参考单元增多, 门限修正因子趋近于 1。这表明, 对于 Rayleigh 分布杂波或 $N \rightarrow \infty$ 的情形, η_{appr} 非常接近于真实的 CFAR 检测门限。

3 检测性能分析

假设雷达杂波为 Weibull 杂波, 雷达目标为非起伏目标, $P_F = 10^{-3}$, $\alpha_i = i/M, i = 1, 2, \dots, M$, $M = 3, N = 8, \alpha = 1, \beta = 0.5$, Monte Carlo 仿真次数为 1000, 仿真得到 Blind-CFAR 检测器的检测性能曲线, 如图5所示, 其中信杂比 SCR 定义为

$$\text{SCR} = P_s / \mu_2 \quad (16)$$

其中 P_s 为目标回波功率, μ_2 为杂波的二阶矩。

为进行比较分析, 图5给出了 Weibull 杂波背景下非起伏目标的最优检测器(假设杂波分布参数已知, 检测门限可精确获知)以及基于最大似然

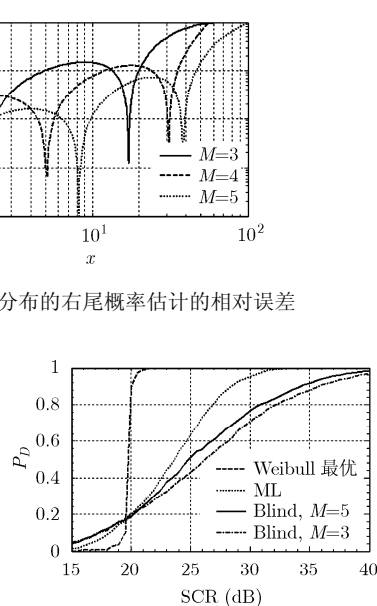


图5 Blind-CFAR检测性能曲线

(Maximum Likelihood, ML)方法的 ML-CFAR 检测器^[1]的检测性能曲线。在 Weibull 杂波形状参数已知的条件下, ML-CFAR 检测器的检测门限由式(17)确定^[1]:

$$\eta_{\text{ML}} = \left[\left(P_F^{-1/2N} - 1 \right) \sum_{n=1}^N (x_n^\beta + y_n^\beta) \right]^{1/\beta} \quad (17)$$

根据图 5 可知, 在低信噪比条件下, Blind-CFAR 检测器与 ML-CFAR 检测器的检测性能较为接近; 在高信杂比条件下, Blind-CFAR 检测器相对于 ML-CFAR 检测器存在额外的 CFAR 损失。例如, 对于 $P_D = 0.9$, $M = 5$, Blind-CFAR 检测器和 ML-CFAR 检测器的 CFAR 损失分别约为 14.3 dB、8.4 dB, 二者相差 5.9 dB, 而对于 $P_D = 0.5$, 二者仅相差 1.2 dB。

综合图 3、图 5 可推知, 上述额外的 CFAR 损失是因为 Blind-CFAR 检测器仅利用了有限多的杂波矩估计, 并且没有利用杂波分布服从 Weibull 分布的先验信息。例如, 相对于 $M = 3$ 时的情形, $M = 5$ 对应的虚警概率估计精度提高了大约一个数量级(参见图 3), 这使得后者的检测性能相对于前者改善了大约 1.5 dB(对于 $P_D = 0.9$)。由此推知, 对于大的 M 值(例如 $M \rightarrow \infty$), Blind-CFAR 检测器具有与 ML-CFAR 检测器相同的渐近检测功效, 即二者在参考单元数 $2N \rightarrow \infty$ 时具有相同的渐近检测性能。

上述结果表明, Blind-CFAR 检测器可达到与常规的参量 CFAR 检测器相同的检测性能。此外, 图 1 表明, Blind-CFAR 检测器具有对各种已知或未知杂波背景的适应性, 其检测器结构具有通用性。而常规的参量 CFAR 检测器需要针对特定的杂波背景进行检测器设计, 由此得到的检测器结构一般不具有通用性。因此, 从通用性的角度来看, Blind-CFAR 检测器优于常规的参量 CFAR 检测器。

4 结束语

本文提出了一种新的 CFAR 检测器——Blind-CFAR 检测器, 给出了具体的检测算法, 并针对 Weibull 杂波背景进行了检测性能分析。研究结果表明, Blind-CFAR 检测器可达到与常规的参量 CFAR 检测器相同的检测性能。对于实际系统中其它类型的杂波, 可进一步研究确定 Blind-CFAR 检测器的门限修正因子, 从而增强 Blind-CFAR 检测器对各种杂波背景的适应性。

Blind-CFAR 检测器兼具良好的检测性能和通用性结构, 但其对检测器方案的数值算法的稳定性、

实时性等具有较高的要求。此外, 为增强 Blind-CFAR 检测器的实用性, 还需要研究其对各种非均匀、时变或未知杂波背景以及存在干扰、多目标等情形的适应性。相关工作将作为我们下一步研究的重点。

参考文献

- [1] Ravid R and Levanon N. Maximum-likelihood CFAR for Weibull background[J]. *IEEE Proceedings-F*, 1992, 139(3): 256-264.
- [2] 杨军, 秦江敏, 蔡春, 等. 三种 Weibull 背景下的延展目标的 CFAR 检测器[J]. *雷达科学与技术*, 2009, 7(5): 373-379.
Yang Jun, Qin Jiang-min, and Cai Chun, *et al.* Three CFAR detectors of extended target under Weibull background[J]. *Radar Science and Technology*, 2009, 7(5): 373-379.
- [3] Erfanian S and Vakili V T. Introducing excision switching-CFAR in K distributed sea clutter[J]. *Signal Processing*, 2009, 89(6): 1023-1031.
- [4] 胡文琳, 王永良, 王首勇. Log-normal 分布杂波背景下有序统计恒虚警检测器性能分析[J]. *电子与信息学报*, 2007, 29(3): 517-520.
Hu Wen-lin, Wang Yong-liang, and Wang Shou-yong. Performance of ordered statistic CFAR detector under Log-normal distributed clutter[J]. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2007, 29(3): 517-520.
- [5] 何友, 关键, 孟祥伟, 等. 雷达自动检测和 CFAR 处理方法综述[J]. *系统工程与电子技术*, 2001, 23(1): 9-14.
He You, Guan Jian, and Meng Xiang-wei, *et al.* Survey of automatic radar detection and CFAR processing[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2001, 23(1): 9-14.
- [6] Amindavar H and Ritcey J A. Padé approximations of probability density functions[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1994, 30(2): 416-424.
- [7] Cover T M and Thomas J A. Elements of Information Theory[M]. 2 ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2006, Chapter 12.
- [8] Wasserman L 著, 吴喜之译. 现代非参数统计[M]. 北京: 科学出版社, 2008, 第 6 章.
- [9] Inverardi P N, Petri A, and Pontuale G, *et al.* Stieltjes moment problem via fractional moments[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2005, 166(3): 664-677.
- [10] Gzyl H and Tagliani A. Hausdorff moment problem and fractional moments[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2010, 216(11): 3319-3328.
- [11] Deng J and Pandey M D. Estimation of minimum cross-entropy quantile function using fractional probability weighted moments[J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2009, 24(1): 43-50.

李 军: 男, 1980 年生, 博士生, 研究方向为扩展目标检测。
王雪松: 男, 1972 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为新体制雷达探测、雷达极化信息处理、信号处理与目标识别等。
王 涛: 男, 1976 年生, 副研究员, 研究方向为雷达检测理论、目标识别等。