# 基于小波树结构和迭代收缩的图像压缩感知算法研究

练秋生* 肖 莹
(燕山大学信息科学与工程学院 秦皇岛 066004)

**摘 要**：模型化压缩感知图像重构在标准压缩感知重构的基础上利用了小波树结构的先验知识，分别用贪婪树逼近和最优树逼近的方法求解重构优化问题。该文以模型化压缩感知重构中已有的小波树结构为基础，依据对大量自然图像小波系数关系的统计结果，提出了基于相邻系数、父系数与子系数之间统计相依关系的小波系数合理树结构，并结合小波系数合理树结构的思想，改进了普通迭代硬阈值压缩感知图像重构算法和基于最优树的模型化压缩感知图像重构算法。实验结果表明，该文算法能获得更高的图像重构质量。

**关键词**：图像压缩感知；贪婪树结构；最优树结构；模型化压缩感知；迭代硬阈值重构

**中图分类号**：TN911.73 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-5896(2011)-04-0967-05

**DOI**: 10.3724/SP.J.1146.2010.00684

# Image Compressed Sensing Algorithm Based on Wavelet Tree Structure and Iterative Shrinkage

Lian Qiu-sheng Xiao Ying
(*Institute of Information Science and Technology*, *Yanshan University*, *Qinhuangdao* 066004, *China*)

**Abstract**: Based on the standard compressed sensing, the model-based Compressed Sensing (CS) uses the tree structure priors, and solves the optimal reconstruction problem with two existing tree structure approximation which are greedy tree approximation and optimal tree approximation. Through numerous statistics test of wavelet relationship, a new tree structure which is named reasonable tree structure is proposed, which is based on the relationship between neighbor coefficients, parent coefficients and children coefficients. What is more, combining with the new reasonable tree structure, an improvement is made for the iterative hard threshold reconstruction algorithm and model-based compressed sensing reconstruction algorithm. Comparing with the iterative hard threshold algorithm and model-based compressed sensing algorithm, the proposed algorithm can achieve higher image reconstruction performance.

**Key words**: Image Compressed Sensing (CS); Greedy tree structure; Optimal tree structure; Model-based compressed sensing; Iterative hard threshold reconstruction

## 1 引言

图像压缩感知(CS)是近几年图像处理领域的重大突破，它是由 Donoho 和 Candes 等人[1,2]在稀疏表示和优化理论的基础上提出的一种成像理论。其主要思想是利用随机观测矩阵$\boldsymbol{\Phi}$，将一个在小波变换域$\boldsymbol{\Psi}$上稀疏的图像投影到$M$维的低维空间上，并证明这样的随机投影观测值包含重建图像足够的信息，通过一定的线性或非线性的解码模型求解对应的优化问题，可实现图像重构。目前的 CS 重构算法主要包括凸优化法和贪婪匹配追踪算法。凸优化算法包括基追踪(BP)法[3]，内点(IP)法，梯度投影(GPSR)法[4]和迭代阈值法等[5]。贪婪算法主要包括匹配追踪(MP)算法[6]，正交匹配追踪算法(OMP)[7]，正则化 OMP(ROMP)[8]、压缩采样匹配追踪(CoSaMP)[9]和子空间追踪(SP)[10]等方法。标准的 CS 算法仅利用信号和图像在正交基下稀疏的先验知识，然而信号和图像小波分解后的系数除稀疏性外，它们之间还存在相互关联的结构。文献[11,12]中提出了块稀疏性及块重构算法(BOMP)，利用 1 维信号小波系数的块结构进行 CS 重构，比标准 CS 重构算法有显著提高。针对图像的重构，文献[13-15]中提出了两种小波树结构——贪婪树和最优树，文献[16,17]将这两种树结构思想应用到模型化 CS 理论中，为基于结构的 CS 重构算法提供了理论依据。与标准的 CS 重构算法相比，这两种方法极大地缩

2010-07-02 收到，2010-12-28 改回
国家自然科学基金(60772079，61071200)和河北省自然科学基金(F2010001294)资助课题
*通信作者：练秋生 lianqs@ysu.edu.cn

小了搜索空间，减少了计算量，实现信号和图像的快速重构。但是在贪婪树结构中，选中某些远离树根的孤立大系数的同时也要包含它所有的父系数，而这些父系数可能很小，这样在一定程度上增大了重构误差；而最优树结构为了达到理论上的最优，在实际应用中的计算复杂度较大。为此本文提出了小波合理树结构，这种树结构不再将小波系数孤立对待，而考虑相邻系数之间的统计相依关系，解决了贪婪树误差大和最优树计算复杂度大的问题，实验结果表明了算法的有效性。

## 2 基于小波树结构的模型化压缩感知重构算法

### 2.1 小波树结构

文献[11]中提出了两种小波树结构：贪婪树和最优树，并将这两种树结构应用于非线性逼近中。贪婪树的思想是如果父系数较大，子系数也必然较大，所以在选中较大系数的同时也包括它所有的父系数。当树中的小波系数满足由树根向下沿着树枝单调递减时，贪婪树逼近可以快速找到准确的估计值。如果不满足单调递减的条件，在选择远离树根的某个孤立大系数时，也选择了它所有的父系数，而这些父系数有可能很小，这样逼近误差就比较大，这种情况下可以用最优树逼近方法。最优树逼近是通过最优算法找到最优子树，并将这些最优子树中的系数选入估计值中的一种方法。

### 2.2 基于小波树结构的模型化压缩感知重构算法

文献[16]中将稀疏度为 $K$ 的树结构稀疏信号定义为

$$\varGamma_K=\left\{x=v_0v+\sum_{i=0}^{I-1}\sum_{j=1}^{2^i}w_{i,j}\psi_{i,j}:w\mid \varOmega^C=0,|\varOmega|=K\right\} \tag{1}$$

由式(1)可知 $\varOmega$ 中的小波系数形成了相连的子树集，而不属于 $\varOmega$ 中的小波系数近似为零，这样 $\varGamma_K$ 就是由 $\varOmega$ 中小波系数子树集组成的树结构稀疏信号，且满足稀疏度为 $K$。实现树结构稀疏信号 $\varGamma_K$ 重构，需用最佳 $K$ 项树结构稀疏逼近取代普通的 $K$ 项稀疏逼近，即求解以下优化问题：

$$\boldsymbol{x}_K^{\varGamma}=\arg\min_{\bar{\boldsymbol{x}}\in\varGamma_K}\|\boldsymbol{x}-\bar{\boldsymbol{x}}\|_2 \tag{2}$$

文献[16]提出采用压缩分类选择算法(CSSA)求解式(2)，首先计算树中每个节点以该节点为根的每个子树小波系数平均值的绝对值，把绝对值中的最大值作为该节点的能量，称此能量最大的节点为超节点(supernode)，并保留能量最大节点对应的子树的全部系数，这些系数就组成了最优子树集，从而实现了树结构最优的思想。但是这只是一种理论上的最优，每搜索到一个距树根较近的非单调变化的节点时，都要计算以此节点为根的所有子树小波系数平均值的绝对值，计算复杂度较大。

## 3 基于小波系数合理树结构的压缩感知重构算法

### 3.1 小波系数合理树结构

贪婪树和最优树都试图根据小波树结构找到小波树的最稀疏表示，它们将每个子树的父系数与子系数之间相关联，但对每个子树孤立对待，没有利用子树中相邻系数之间的关系。根据相邻系数之间存在的统计相依关系，本文提出了合理树结构的思想，即利用相邻系数之间、父系数与子系数之间的统计相依关系找到更为合理的小波树的稀疏表示。

根据硬阈值法对 Lena, Barbara, Boat, Man, Couple, House 6幅 512×512 的标准灰度图像小波变换后的小波系数 $\boldsymbol{w}_I$ 进行硬阈值处理，设阈值算子为 $\lambda$，记满足 $|\boldsymbol{w}_I|>\lambda$ 条件的系数为显著系数，相反地为非显著系数。令某系数的相邻系数中有 $i$ 个系数是显著系数，$i=0,1,\cdots,8$，令某系数的父系数是显著系数同时相邻系数中有 $j-1$ 个系数是显著系数，$j=1,2,\cdots,9$。$P_i$ 表示某系数在相邻系数影响下是显著系数概率，$P_j$ 表示某系数在相邻系数和父系数影响下是显著系数的概率，相邻小波系数之间关系的统计结果如表1所示。

表1 为相邻系数之间、父系数与子系数之间关系的统计结果

| $i$ | $P_i$(%) | $j$ | $P_j$(%) |
|---|---|---|---|
| 8 | 94.07 | 9 | 94.73 |
| 7 | 90.06 | 8 | 90.16 |
| 6 | 84.69 | 7 | 86.81 |
| 5 | 76.45 | 6 | 77.53 |
| 4 | 66.67 | 5 | 67.66 |
| 3 | 53.66 | 4 | 59.02 |

由上面统计的结果可知，相邻系数之间、父系数与子系数之间存在着明显的相互影响的关系，即统计相依关系。

依然对小波系数 $\boldsymbol{w}$ 进行硬阈值处理，设阈值算子为 $\lambda=3\sigma$，$\sigma$ 为图像噪声的强度，记满足条件 $|\boldsymbol{w}|>\lambda$ 的系数为显著系数，相反地为非显著系数。假设某系数 $w_i$ 经过硬阈值处理后被判定为非显著系数，同时假设 $w_i$ 周围有4个系数均是显著系数，依据前面表1的统计结果可知 $w_i$ 在周围4个显著系

数影响下为非显著系数的概率 $p$ 小于 34%，则 $w_i$ 很可能为受噪声影响的显著系数。为了更准确地判断，引入一个新的阈值算子 $\lambda_1=\gamma\sigma$，其中 $\gamma$ 的值由 $w_i$ 相邻系数为显著系数的个数情况决定，且保证 $\lambda_1$ 小于 $\lambda$。若 $w_i$ 满足条件 $\lambda_1<|w_i|\le\lambda$，则确定 $w_i$ 为受噪声影响的显著系数。这样通过阈值处理和相邻系数间统计相依关系相结合得到的显著系数就组成了小波系数合理树结构。

### 3.2 基于小波系数合理树结构的迭代硬阈值重构算法

普通的迭代硬阈值法仅采用单一阈值处理，即只设置一个阈值算子，容易把相对于阈值算子较小的少部分边缘和纹理信息当作噪声去掉。而上述根据 $w_i$ 相邻系数为显著系数的个数不同情况引入多个阈值算子 $\lambda>\lambda_1>\lambda_2>\lambda_3>\cdots$ 的方法弥补了这个缺点，它能保留更多的图像纹理等细节信息。

基于小波系数合理树结构的迭代硬阈值重构算法具体步骤：

(1)初始化：设置最大迭代次数 $t_{\max}$，$\boldsymbol{x}^1=\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}$，$t=1$；

(2)将 $\boldsymbol{x}^t$ 向 $C_1=\{\boldsymbol{x}\mid\{\|\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\Phi x}\|_2^2\le\varepsilon\}$ 做投影得到 $\boldsymbol{x}_\alpha^t=\boldsymbol{x}^t+\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\Phi x}^t)$，$\boldsymbol{\Phi}$ 表示 PDCT(Permuted Discrete Cosine Transform)投影；

(3)用梯度下降算法对 $\boldsymbol{x}_\alpha^t$ 做全变差(TV)调整，并求 $\boldsymbol{x}_\alpha^t$ 的小波变换得到 $\boldsymbol{w}_\alpha^t=\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_\alpha^t$；

(4)通过稳健中值算子估计 $\boldsymbol{w}_\alpha^t$ 的噪声强度为 $\sigma^t$，首先取阈值算子 $\lambda=3\sigma^t$，记满足条件 $|\boldsymbol{w}_\alpha^t|>\lambda$ 的系数为显著系数，根据大量实验的结果，找到多个阈值算子的最佳表示：$\lambda_1=2.5\sigma^t$，$\lambda_2=2.0\sigma^t$，$\lambda_3=1.5\sigma^t$，$\lambda_4=\sigma^t$，$\lambda_5=0.5\sigma^t$，$\lambda_6=0.25\sigma^t$，$\lambda_7=0.125\sigma^t$；

(5)令 $\boldsymbol{h}_{\lambda_i}=\begin{cases}0, & |\boldsymbol{w}_\alpha^t|\le\lambda_i\\ 1, & |\boldsymbol{w}_\alpha^t|>\lambda_i\end{cases}$ 表示多阈值处理，其中 $\boldsymbol{w}_\alpha^t$ 的相邻 8 个系数和父系数中是显著系数个数为 $N$，$N=0,1,\cdots,9$，$\boldsymbol{t}_i=\begin{cases}0, & N\le i\\ 1, & N>i\end{cases}$ 表示相邻系数之间统计相依关系，其中 $i=1,2,\cdots,7$，将多阈值处理和相邻系数之间统计相依关系相结合得到 $\boldsymbol{p}^t=\sum_{i=1}^{7}\boldsymbol{h}_{\lambda_i}\bigcap\boldsymbol{t}_i$，把 $\boldsymbol{p}^t$ 作为新的阈值算子，根据 $\boldsymbol{w}^{t+1}=\begin{cases}0, & \boldsymbol{p}^t=0\\ \boldsymbol{w}_\alpha^t, & \boldsymbol{p}^t>0\end{cases}$，求出 $\boldsymbol{w}^{t+1}$；

(6) $\boldsymbol{x}^{t+1}=\boldsymbol{\Psi w}^{t+1}$，若 $t>t_{\max}$，转移到下一步，否则令 $t=t+1$ 转移到(2)继续执行；

(7)输出重构图像 $\boldsymbol{x}^{t+1}$。

### 3.3 基于小波系数合理树结构的模型化压缩感知重构算法

模型化压缩感知重构算法利用贪婪搜索的方法寻找最优小波系数子树集，而这些最优子树集构成了最优的小波树结构，但是应用贪婪树结构寻找的最优子树误差较大，而应用最优树结构寻找的最优子树为了实现理论上最优，计算复杂度较大。因此本文利用多阈值处理和相邻系数之间统计相依关系相结合的判别方法确定最优子树，既弥补了贪婪树误差大的缺点，又弥补了最优树计算复杂度大的缺点。

基于小波系数合理树结构的模型化压缩感知重构算法具体步骤：

(1)初始化：设置最大迭代次数 $t_{\max}$，初始余量 $\boldsymbol{r}^1=\boldsymbol{y}$，$t=1$，索引值集合 $J^1=\varnothing$；

(2)令 $\boldsymbol{h}_{\lambda_i}=\begin{cases}0, & |\boldsymbol{r}^t|\le\lambda_i\\ 1, & |\boldsymbol{r}^t|>\lambda_i\end{cases}$，$\lambda_i$ 表示多个阈值算子，$i=1,2,\cdots,7$，令 $\boldsymbol{\gamma}_i=\begin{cases}0, & N\le i\\ 1, & N>i\end{cases}$，$N$ 为 $\boldsymbol{r}^t$ 中每个系数的相邻 8 个系数和父系数中为显著系数的个数，$N=0,1,\cdots,9$，将多阈值处理 $\boldsymbol{h}_{\lambda_i}$ 和相邻系数之间统计相依关系 $\boldsymbol{\gamma}_i$ 相结合得到新的阈值算子 $\boldsymbol{\Lambda}^t=\sum_{i=1}^{7}\boldsymbol{h}_{\lambda_i}\bigcap\gamma_i$，利用新的阈值算子对余量 $\boldsymbol{r}^t$ 进行多阈值处理和相邻系数之间统计相依关系相结合的判别得到 $\boldsymbol{r}_\alpha^t=\begin{cases}0, & \boldsymbol{\Lambda}^t=0\\ \boldsymbol{r}^t, & \boldsymbol{\Lambda}^t>0\end{cases}$；

(3)利用贪婪搜索的思想找到余量 $\boldsymbol{r}^t$ 中能量最大的系数，将此系数对应的索引值存入 $J^t$ 中，对此系数的父系数、相邻 8 个系数、相邻 8 个系数的父系数进行多阈值处理和相邻系数之间统计相依关系相结合的判别，将判别后不为零的系数对应的索引值存入 $J^t$ 中；

(4)更新索引集 $J^t=J^t\bigcup J^{t-1}$；

(5)利用 $\boldsymbol{\Phi}_{J^t}$ 求最小二乘法逼近得到 $\boldsymbol{w}^t$；

(6)对估计值 $\boldsymbol{w}^t$ 采用同(2)，(3)中相同的方法，确定最终的估计值为 $\boldsymbol{w}_{J^t}^{t+1}$，同时对余量更新 $\boldsymbol{r}^{t+1}=\boldsymbol{y}-\boldsymbol{\Phi\Psi w}_{J^t}^{t+1}$；

(7)若满足 $\|r^t-r^{t-1}\|<E_{\min}$，$E_{\min}$ 为最小误差，则令 $t=t+1$，转移到步骤(2)，否则计算 $\boldsymbol{x}^{t+1}=\boldsymbol{\Psi w}_{J^t}^{t+1}$，转移到下一步；

(8)输出重构图像 $\boldsymbol{x}^{t+1}$。

## 4 实验结果

为了验证算法有效性，将基于合理树结构的图像压缩感知重构算法和标准的图像压缩感知重构算法进行比较。本文实验选用 Lena, Barbara, Boat, Fingerprint 4 幅 512×512 的标准灰度图像来比较合理树结构的迭代硬阈值(RIHT)重构算法和普通迭代硬阈值(IHT)重构算法，并在两种方法中均加入梯度稀疏性约束条件，用梯度下降算法调整全变差。

表 2 为 RIHT 算法和 IHT 算法在不同抽样率下重构峰值信噪比(PSNR)比较，从表中可以看出 RIHT 算法重构图像的 PSNR 值普遍比 IHT 高。对于 Lena 图像，RIHT 算法重构的 PSNR 平均值比普通 IHT 算法高 0.93 dB。对于 Barbara,Boat 和 Fingerprint 图像，其重构图像的 PSNR 平均值比普通 IHT 分别高 1.04 dB, 0.95 dB 和 1.31 dB。

**表 2 小波域合理树 RIHT 重构和 IHT 重构的 PSNR 比较(dB)**

| 图像 | 抽样率 | 10% | 20% | 30% | 平均值 |
|---|---|---|---|---|---|
| Lena | IHT | 29.62 | 32.86 | 34.80 | 32.42 |
| | RIHT | **30.56** | **33.82** | **35.67** | **33.35** |
| Barbara | IHT | 22.68 | 24.69 | 26.98 | 24.78 |
| | RIHT | **23.16** | **25.78** | **28.53** | **25.82** |
| Boat | IHT | 26.11 | 29.14 | 31.11 | 28.78 |
| | RIHT | **26.91** | **30.14** | **32.13** | **29.73** |
| Fingerprint | IHT | 19.85 | 23.71 | 26.34 | 23.30 |
| | RIHT | **20.88** | **25.12** | **27.82** | **24.61** |

为便于与文献[16]的结果比较，沿用模型化 CS 重构算法软件包中图像尺寸和抽样率的设定(从 http://dsp.rice.edu/software/model-based-compressive-sensing-toolbox/获得)。文献[16]用的测试图像是对尺寸为 512×512 的原始图像在行列方向上每隔 8 点进行抽样形成 64×64 的小尺寸图像。由于隔点抽样后的小尺寸图像包含的冗余信息比大尺寸图像少得多，因此在低抽样率(随机投影数量与像素数之比小于 50%)时文献[16]和本文算法的图像重构质量都不高，本文算法与文献[16]的算法性能相当。当抽样率大于 50%时，本文算法有明显优势。表 3 为合理树结构模型化压缩感知重构(RMCS)算法和普通模型化压缩感知重构(MCS)算法在抽样率为 50%,60%,70%下重构峰值信噪比(PSNR)值比较，从表中可以看出 RMCS 算法的 PSNR 值比 MCS 算法高。对于 Barbara 图像，RMCS 算法比 MCS 算法高 0.66 dB；对于 Lena, Cameraman, Peppers 图像，RMCS 算法比 MCS 算法高出约 0.5 dB。

**表 3 小波域合理树结构模型化(RMCS)重构和模型化(MCS)重构的 PSNR 比较(dB)**

| 图像 | 抽样率 | 50% | 60% | 70% | 平均值 |
|---|---|---|---|---|---|
| Barbara | RMCS | **22.85** | **23.32** | **24.01** | **23.39** |
| | MCS | 22.21 | 22.72 | 23.27 | 22.73 |
| Lena | RMCS | **23.59** | **24.84** | **25.22** | **24.55** |
| | MCS | 23.39 | 24.06 | 24.71 | 24.05 |
| Peppers | RMCS | **22.14** | **23.16** | **23.69** | **23.03** |
| | MCS | 21.83 | 22.52 | 23.09 | 22.48 |
| Cameraman | RMCS | **24.50** | **25.12** | **25.59** | **25.07** |
| | MCS | 24.03 | 24.67 | 24.95 | 24.55 |

## 5 结论

标准压缩感知图像重构仅利用图像小波变换后的小波系数具有稀疏性的先验知识，未考虑小波系数的树结构。本文基于小波系数相邻系数间、父系数和子系数间的统计相依关系，提出一种小波系数合理树结构，并用这种小波系数合理树结构对迭代硬阈值重构和模型化压缩感知重构进行了改进，得到基于小波系数合理树结构的迭代硬阈值压缩感知重构算法和基于小波系数合理树结构的模型化压缩感知重构算法。通过对标准测试图像进行重构的实验结果表明，改进后的两种算法性能有明显提高。

## 参 考 文 献


[1] Donoho D L. Compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289–1306.

[2] Candes E J, Romberg J, and Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489–509.

[3] Chen S B, Donoho D L, and Saunders M A. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 1998, 20(1): 33–61.

[4] Figueiredo M A T, Nowak R D, and Wright S J. Gradient projection for sparse reconstruction: Application to compressed sensing and other inverse problems[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, 1(4): 586–597.

[5] Blumensath T and Davies M E. Iterative hard thresholding for compressed sensing [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2009, 27(3): 265–274.

[6] Mallat S and Zhang Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41(12): 3397–3415.

[7] Tropp J A and Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(12): 4655–4666.

[8] Needell D and Vershynin D. Uniform uncertainty principle and signal recovery via regularized orthogonal matching pursuit[J]. *Foundations of Computational Mathematics*, 2009, 9(3): 317–334.

[9] Needell D and Tropp J A. CoSaMP: iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2008, 26(3): 301–321.

[10] Lu Y M and Do M N. Sampling signals from a union of subspaces[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 41–47.

[11] Yonina C E and Helmut B. Block-sparsity: coherence and efficient recovery[C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Taipei, China, 2009: 2885–2888.

[12] Stojnic M, Parvaresh F, and Hassibi B. On the resconstruction of block-sparse signals with an optimal number of measurements [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(8): 3075–3085.

[13] He L and Carin L. Exploiting structure in wavelet-based Bayesian compressive sensing [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(9): 3488–3497.

[14] Baraniuk R G, DeVore R A, Kyriazis G, and Yu X M. Near best tree approximation [J]. *Advances in Computational Mathmatics*, 2002, 16(4): 357–373.

[15] Baraniuk R G. Optimal tree approximation with wavelets [C]. Proc. SPIE Technical Conference on Wavelet Applications in Signal Processing, Denve, CO, 1999: 196–207.

[16] Baraniuk R G, Cevher Volkan, and Marco T D, *et al*.. Model-based compressive sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(4): 1982–2001.

[17] Cevher V, Indyk P, Hegde C, and Baraniuk R G. Recovery of clustered sparse signals from compressive measurements [C]. International Conference on Sampling Theory and Applications, Marseille, France, 2009: 147–150.

练秋生： 男，1969 年生，博士，教授，博士生导师，研究方向为压缩感知、多尺度几何分析、图像处理.

肖　莹： 女，1986 年生，硕士生，研究方向为压缩感知.