

## 基于相对形状上下文和谱匹配方法的点模式匹配算法

赵 键 孙即祥 李智勇 陈明生

(国防科学技术大学电子科学与工程学院信息工程系 长沙 410073)

**摘 要:** 该文提出了一种将不变特征与谱匹配方法相结合的点模式匹配算法。该算法首先提出一种新的基于点集的不变特征——相对形状上下文,然后利用点集间相对形状上下文的统计检验匹配测度来定义新的相容性度量,并以此为基础构造分配图及其亲近矩阵。最后利用分配图亲近矩阵的主特征向量以及匹配约束条件来实现点模式匹配问题的求解。模拟仿真与真实数据实验验证了该文算法的有效性和鲁棒性。

**关键词:** 点模式匹配; 相对形状上下文; 分配图; 谱匹配方法

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)10-2287-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00655

## Point Pattern Matching Algorithm Based on Relative Shape Context and Spectral Matching Method

Zhao Jian Sun Ji-xiang Li Zhi-yong Chen Ming-sheng

(Department of Information Engineering, College of Electronic Science and Engineering,  
National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** This paper presents a novel and robust point pattern matching algorithm in which the invariant feature and the method of spectral matching are combined. A new point-set based invariant feature, Relative Shape Context (RSC), is proposed firstly. Using the test statistic of relative shape context descriptor's matching scores as the foundation of new compatibility measurement, the assignment graph and the affinity matrix of assignment graph are constructed based on the gained compatibility measurement. Finally, the correct matching results are recovered by using the principal eigenvector of affinity matrix of assignment graph and imposing the mapping constraints required by the overall correspondence mapping. Experiments on both synthetic point-sets and on real world data show that the proposed algorithm is effective and robust.

**Key words:** Point pattern matching; Relative shape context; Assignment graph; Spectral matching method

### 1 引言

点模式(或称点集)匹配广泛应用于图像配准<sup>[1]</sup>、图像分类<sup>[2]</sup>与检索<sup>[3]</sup>、目标识别<sup>[4]</sup>、形状匹配<sup>[5]</sup>和立体视觉<sup>[6]</sup>等领域。目前,点模式匹配算法大致可以分为两大类<sup>[7]</sup>,一是基于变换关系求解的算法,是通过估计点模式之间的空间变换参数,利用该参数恢复或模拟点模式间的变换,从而求解点模式匹配问题,也称之为基于变换参数估计的算法。这类算法主要有迭代最近点算法<sup>[8]</sup>,软指派算法<sup>[9]</sup>等。二是基于匹配关系求解的算法,是通过提取点集中点的特征而后运用匹配识别方法获得点模式间的匹配关系,从而求解点模式匹配问题,或更形象地称为基于特征的匹配算法。这类算法主要有基于形状上下文的方法<sup>[10]</sup>,基于不变量特征的方法<sup>[11]</sup>以及基于谱图论的方法<sup>[12-16]</sup>等。

基于谱图论的方法是一类利用邻接矩阵或者与其密切相关的 Laplacian 矩阵的特征值和特征矢量来刻画点集全局结构的方法<sup>[12]</sup>。Scott 和 Longuet-higgins<sup>[13]</sup>首次将谱方法应用于点模式匹配中,即通过定义点集之间的亲近矩阵,并对该矩阵进行 SVD 分解,以获得对应关系。该方法可处理不同大小的点集,但对较大角度的旋转效果不好。为了克服文献[13]方法的不足,Shapiro 和 Brady<sup>[14]</sup>采用了点集内部点亲近矩阵来进行匹配。其方法为,对待匹配的每一个点集,首先利用其内部点之间距离的高斯函数值来构造亲近矩阵,然后分别计算亲近矩阵的特征值和特征向量,其对应关系可以通过比较点集亲近矩阵的有序特征向量来获得。若所需匹配的点集大小相同,文献[14]的方法对随机点抖动和较小的仿射变换都可以给出相对较好的结果。

上述谱方法的显著优点是构造简单、计算量小,但由于它们是精确点模式匹配算法,因此,若待匹配的两个点集大小不同以及存在位置噪声时性能较差。针对该问题,Carassoni 和 Hancock<sup>[15]</sup>给出了

数种构造亲近矩阵的方法,并将基于改进后亲近矩阵的谱方法与EM算法框架相结合从而提高了算法对点集大小和位置噪声的鲁棒性。由于该方法是迭代的,它相对较慢且对初始值比较敏感。Carcassoni等人<sup>[16]</sup>提出了基于模式聚类的分层算法,首先利用点集亲近矩阵寻找点集间模式聚类中心的对应性,再以聚类中心为约束确定该类中各点之间的匹配概率。虽然该算法在一定程度上改善了点集大小不同时的匹配性能,但仅适用于具备聚类特征点集之间的匹配问题。上述的几种谱方法均要对亲近矩阵的有序特征向量所组成的模式矩阵进行截断之后,才能进行不同大小点集的匹配。相比之下,Leordeanu和Hebert<sup>[17]</sup>提出的基于成对约束的谱匹配算法(Spectral Matching, SM)无需进行模式矩阵的截断也能实现非精确点模式匹配(即不同大小点集的匹配)。该算法先构造分配图及其亲近矩阵,再求解亲近矩阵最大特征值所对应的主特征向量作为正确匹配点对的指示向量,从而实现点集之间的匹配对应。若点集之间满足等距变换的关系,该算法具有较好的抗噪声和抗出格点的能力,但是该算法却不能应用于相似变换或其他更复杂变换的场合。针对上述问题,本文提出了基于相对形状上下文和谱匹配方法的点模式匹配算法(Relative Shape Context & Spectral Matching, RSC-SM)。与文献[17]所提出的SM算法中分配图亲近矩阵的构造方法不同,本文提出了一种新的基于点集的不变特征——相对形状上下文,并以点集间相对形状上下文的统计检验匹配测度作为新的相容性度量,以该相容性度量作为分配图中各对应边的权值,最后利用分配图的主特征向量来实现点模式匹配。

## 2 相对形状上下文

得到广泛应用的形状上下文<sup>[10]</sup>是一种用于刻画目标形状的描述子,点集中每个点的形状上下文就是点集中其它点相对于该点的角度以及对数距离的直方图分布。具体方法是对于任意点 $p_i$ 提取特征时,以其为原点把点集分布的空间按对数极坐标划分为60个部分,其中对数距离 $\lg \rho$ 分为5部分,角度 $\theta$ 分为12部分。而后记录除 $p_i$ 点外的 $n-1$ 个点在这60个部分的分布数目 $b_{ik}$  ( $k=1,2,\dots,60$ ),由该数目来作为 $p_i$ 的特征。形状上下文描述子具有平移不变性;为达到旋转不变性,可以将每个点处的切线方向作为对数极坐标轴的正方向;为具备尺度不变性,可以先求点集中所有点对之间的平均距离,然后用该值来规则化所有的点对距离。由于形状上下文描述子在距离上的不均匀分组方式及其较为丰富的形状

特征描述能力,因此该描述子具有对局部区域形变的不变性。但是,当出格点较多和噪声较严重时,形状上下文描述子的上述不变性就会变得较差。为了解决这些局限性,本文提出了一种新的鲁棒性较强的形状特征描述子——相对形状上下文(Relative Shape Context, RSC)。

**定义1** 如图1所示,在具有 $n$ 个点的点集 $P$ 中,任意点 $p_i$ 相对于其他任意点 $p_j$ 的相对形状上下文 $H_{p_j}(s)$ 就是在以 $p_i$ 为原点,矢量 $\overline{p_i p_j}$ 为正轴的极坐标系下,点集中其他 $n-2$ 个点相对于该极坐标系正方向的极角所构成的直方图分布,即

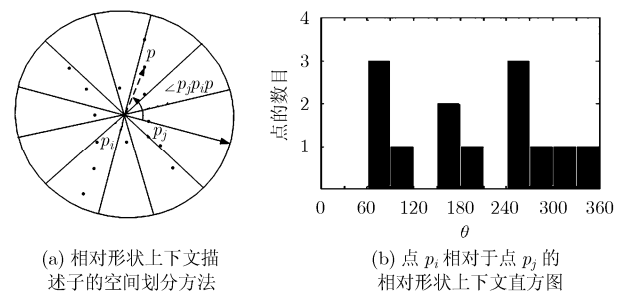


图1 相对形状上下文描述子

$$H_{p_j}(k) = \#\{p \neq p_i, p_j \mid p, p_i, p_j \in P, \angle p_j p_i p \in \text{bin}(k)\} \quad (1)$$

式中 $\#$ 代表集合的势, $\angle p_j p_i p$ 代表矢量 $\overline{p_i p_j}$ 与 $\overline{p_i p}$ 之间的逆时针旋转角度,设点集空间按角度划分为 $s$ 个区间,则每区间角度跨度为 $\Delta\theta_s = [360^\circ / s]$ ,则第 $k$ 个角度区间为 $\text{bin}(k) = [(k-1)\Delta\theta_s, k\Delta\theta_s]$ 。

相对形状上下文描述子与形状上下文描述子的区别有:不需要特别选定每个点处的极坐标系正方向来达到完全的旋转不变性;不需要计算 $\lg \rho$ 项,对所有的点只考虑其相对于极坐标系正方向的极角。与形状上下文相比较,本文所提出的相对形状上下文具有以下优点:具备平移和旋转不变性;不必计算各点对之间的对数距离,因此具有尺度不变性;由于不需要计算点集中所有点对之间的平均距离来实现距离项的规则化,因此相对形状上下文对出格点和噪声具有较强鲁棒性。

考虑到相对形状上下文描述子是基于直方图分布的特征,本文采用 $\chi^2$ 统计检验作为相对形状上下文的相似性匹配测度<sup>[10]</sup>。在点集 $P$ 中,设点 $p_i$ 相对于点 $p_k$ 的相对形状上下文为 $H_{p_k}$ 。在点集 $Q$ 中,设点 $q_j$ 相对于 $q_l$ 的相对形状上下文为 $H_{q_l}$ ,则两者的相似性匹配测度为

$$C_{ik;jl} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^s \frac{[H_{p_{ik}}(k) - H_{q_{jl}}(k)]^2}{H_{p_{ik}}(k) + H_{q_{jl}}(k)} \quad (2)$$

其中  $s$  为相对极角直方图的总项数。若  $C_{ik;jl}$  越小则表明点  $p_i$  相对于点  $p_k$  的相对形状上下文特征与点  $q_j$  相对于  $q_l$  的相对形状上下文特征越相似。

### 3 基于相对形状上下文和谱匹配方法的点模式匹配算法

本节首先简单介绍点模式匹配问题的数学表达, 再将相对形状上下文特征应用于分配图及其亲近矩阵的构造过程, 结合分配图谱匹配方法, 提出一种新的鲁棒的点模式匹配算法—基于相对形状上下文和谱匹配方法的点模式匹配算法。

#### 3.1 点模式匹配问题的提出

设模板点集为  $P = \{p_i | i = 1, 2, \dots, n_P\}$ , 目标点集为  $Q = \{q_j | j = 1, 2, \dots, n_Q\}$ 。解决点模式匹配问题的本质在于求解点集  $P$  与  $Q$  之间的正确匹配映射关系。设  $P$  与  $Q$  之间的正确匹配映射为  $m: p_i \rightarrow q_{m(i)}$ , 即表明点  $p_i$  匹配于点  $q_{m(i)}$ 。为简便起见, 可令  $m(i) = i'$ , 此时映射  $m$  可表示为  $m: i \rightarrow i'$ 。在映射  $m$  下, 如果  $Q$  中点  $q_j$  存在与之相匹配的模板点  $p_i$ , 则称  $q_j$  为  $Q$  中的内点(inliers); 若点  $q_j$  在映射  $m$  下无与之相匹配的模板点, 则称  $q_j$  为  $Q$  中的出格点(outliers)。分配(assignments)定义为由点集  $P$  与  $Q$  的点所组成的组合  $(i, i')$ , 其中  $i \in P, i' \in Q$ 。此时  $m$  又可定义为满足所有正确分配  $(i, i')$  的集合:  $C_m = \{(i, i') | m(i) = i', i \in P, i' \in Q\}$ 。所有属于集合  $C_m$  的  $P$  (或  $Q$ ) 中的点称为  $P$  (或  $Q$ ) 的内点, 不属于集合  $C_m$  中任一分配的点称为出格点。不同的场合所要求的匹配映射约束条件也不同, 本文主要研究的是对一的匹配约束, 即点集  $P$  中某个点至多只能与点集  $Q$  中某一个点相匹配。因此, 本文所研究的点模式匹配问题实质上就是求解满足一对一匹配约束条件的所有正确分配所组成的集合  $C_m$ 。

#### 3.2 分配图及其亲近矩阵的构造

首先, 将  $P$  与  $Q$  之间所有可能的分配所组成的集合作为图  $G$  的顶点集合, 即  $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ , 其中  $v_s = (i, i'), i \in P, i' \in Q, n = n_P n_Q$ 。图  $G$  的边集合为  $E(G) = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ , 其中  $e_k = \{v_s, v_t\}$ , 即  $e_k$  为以  $v_s$  和  $v_t$  为端点的无向边, 设  $w\{v_s, v_t\}$  为边  $e_k$  上的权, 此时所构造的加权无向图  $G$  称为分配图。各边权值由匹配约束条件和成对几何约束条件来共同确定:

(1)分配图  $G$  中的任意两个顶点设为  $v_s = (i, i'), v_t = (j, j')$ , 其中  $i, j \in P, i', j' \in Q$ 。如果  $i = j$  而  $i' \neq j'$  时(或当  $i' = j'$  而  $i \neq j$  时), 即  $v_s$  和  $v_t$  所代表的分配与一对一匹配约束条件相矛盾, 这两种分配不可能同时存在, 则令  $w\{v_s, v_t\} = 0$ 。

(2)如果满足了上述匹配约束条件, 则  $w\{v_s, v_t\} > 0$ 。权值  $w\{v_s, v_t\}$  可以理解为衡量由  $P$  中点对  $(i, j)$  所确定的特征与  $Q$  中点对  $(i', j')$  所确定的相应特征之间的相似程度。一般来说,  $w\{v_s, v_t\}$  越大则表明此时  $v_s$  和  $v_t$  所代表的分配相容程度越高, 越有可能都是正确的分配; 反之则表明  $v_s$  和  $v_t$  所代表的分配相容性低, 均是正确分配的可能性低。因此,  $w\{v_s, v_t\}$  可以理解为  $v_s$  和  $v_t$  所代表的分配的相容性度量。

分配图  $G$  可用  $n \times n$  的亲近矩阵  $M$  来表示, 其中  $n = n_P n_Q$ 。  $M$  的对角元素  $M(v_s, v_s)$  表示分配  $v_s = (i, i')$  中点  $i \in P$  的特征与目标点  $i' \in Q$  的特征之间的相似性度量, 由于点集中单点特征的可区分性较差, 在此不予考虑, 可令:  $M(v_s, v_s) = 0$ 。  $M$  的非对角元素就是分配图  $G$  中对应边的权值:  $M(v_s, v_t) = w\{v_s, v_t\}$ 。由于分配图  $G$  是无向图, 因此其亲近矩阵  $M$  为对称矩阵。由此可见, 分配图亲近矩阵的构造主要依赖于分配图中各边权值, 一般要求权值  $w\{v_s, v_t\}$  能正确反映出  $v_s$  和  $v_t$  分别所代表的分配  $(i, i')$  与  $(j, j')$  之间的相容性。文献[17]中的  $w\{v_s, v_t\}$  由  $P$  中点对  $p_i$  与  $p_j$  之间的欧式距离与  $Q$  中点对  $q_{i'}$  与  $q_{j'}$  之间欧式距离差来定义:

$$w\{v_s, v_t\} = \begin{cases} 4.5 - \frac{(d_{ij} - d_{i'j'})^2}{2\sigma_d^2}, & |d_{ij} - d_{i'j'}| < 3\sigma_d \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (3)$$

式(3)中的  $w\{v_s, v_t\}$  反映了  $P$  中点对  $(i, j)$  的欧式距离特征与  $Q$  中点对  $(i', j')$  的欧式距离特征之间的相似程度, 由于欧式距离是正交不变量, 只能在等距变换下(即  $P$  与  $Q$  之间仅存在旋转和平移变换时)保持不变, 如果当两个点集间若存在尺度变换或者其他更为复杂的变换时, 显然文献[17]中的权值将不再适用; 当点集中存在出格点时以及存在由于随机抖动所产生的位置噪声时, 欧式距离特征的鲁棒性较差。因此, 需要定义新的更加鲁棒的权值。本文第 2 节中提出的相对形状上下文特征具有相似变换不变性, 即平移、旋转和尺度变换的不变性, 而且对于噪声和出格点也有较强的鲁棒性, 因此可以考虑利用其来代替欧式距离特征重新定义分配图中边的权值。具体定义如下, 当  $v_s = (i, i'), v_t = (j, j')$  时, 定义  $P$  中点对  $(i, j)$  所确定的相对形状上下文特征与  $Q$  中点对  $(i', j')$  所确定的相对形状上下文特征之间的相似程度(相容性度量), 即分配图中边的权值  $w\{v_s, v_t\}$  为

$$w\{v_s, v_t\} = \frac{1}{1 + (C_{ij;i'j'} + C_{ji;j'i'})^2} \quad (4)$$

式(4)中,  $C_{ij:i'j'}$  为  $p_i$  相对于  $p_j$  的相对形状上下文与  $q_{i'}$  相对于  $q_{j'}$  的相对形状上下文的匹配测度;  $C_{ji:j'i'}$  为  $p_j$  相对于  $p_i$  的相对形状上下文与  $q_{j'}$  相对于  $q_{i'}$  的相对形状上下文的匹配测度。 $C_{ij:i'j'}$  与  $C_{ji:j'i'}$  可以直接由式(2)求得, 这里不再赘述。式(4)中  $w\{v_s, v_t\}$  的物理意义为: 当  $p_i$  与  $q_{j'}$  是正确匹配点对, 且  $p_j$  与  $q_{i'}$  也是正确匹配点对时,  $C_{ij:i'j'} = 0$  且  $C_{ji:j'i'} = 0$  从而  $w\{v_s, v_t\} = 1$ , 此时表明  $v_s = (i, i')$  与  $v_t = (j, j')$  共存的相容性最大; 若  $w\{v_s, v_t\} < 1$ , 则表示  $v_s = (i, i')$  与  $v_t = (j, j')$  共存的相容性减小。这些特性不仅满足分配图中边的权值所需要达到的要求, 而且使得权值能适用于相似变换的场合, 同时也增强了对噪声和出格点的鲁棒性。

### 3.3 利用谱匹配方法求解匹配结果

由 3.2 节可知,  $P$  中点对  $(i, j)$  所确定的相对形状上下文特征与  $Q$  中点对  $(i', j')$  所确定的相对形状上下文特征之间的相似度越高, 即表明此时  $v_s = (i', j')$  与  $v_t = (j, j')$  共存的相容性越大, 从而分配图中的顶点  $v_s$  和  $v_t$  之间的边的权值  $w\{v_s, v_t\}$  就越大, 表明  $v_s$  和  $v_t$  之间存在较强连通性; 反之, 则顶点  $v_s$  和  $v_t$  之间的边的权值  $w\{v_s, v_t\}$  越小, 表明  $v_s$  和  $v_t$  之间存在较弱连通性; 而当  $v_s$  和  $v_t$  所代表的分配不满足匹配约束条件时,  $w\{v_s, v_t\} = 0$ , 则表明  $v_s$  和  $v_t$  不存在连通性。从统计意义上来讲, 所有正确分配之间都应是彼此相容的, 从而分配图中那些代表正确分配的顶点之间应该存在着强连通性(即对应边的权值高)。因此, 所有的正确分配就构成了分配图中彼此间存在着强连通性的主聚类; 相反, 那些错误分配与该主聚类之间要么不存在连通性, 要么仅是弱连通的。由第 3.1 节可知, 求解匹配映射也就是求解满足相应的匹配约束条件的所有正确分配所组成的集合  $C_m$ , 而  $C_m$  就是分配图中具备总体最强连通性的顶点所组成的主聚类。至此, 点模式匹配问题转化为了求解满足匹配约束条件的分配组成的主聚类  $C_m$ , 使得衡量分配图总体连通性强度的聚类度量  $S = \sum_{v_s, v_t \in C_m} M(v_s, v_t)$  取得最大值, 其中  $M$  为分配图的亲近矩阵。聚类  $C$  可以用  $n \times 1$  维指示向量  $\mathbf{x}$  来表示, 当分配  $v = (i', j') \in C$  时, 有  $\mathbf{x}(v) = 1$ ; 否则,  $\mathbf{x}(v) = 0$ 。上述聚类度量则可以表示如下:

$$S = \sum_{v_s, v_t \in C} M(v_s, v_t) = \mathbf{x}^T \mathbf{M} \mathbf{x} \quad (5)$$

最优解  $\mathbf{x}_m$  为使得式(5)达到最大值时的二元指示向量为

$$\mathbf{x}_m = \arg \max(\mathbf{x}^T \mathbf{M} \mathbf{x}) \quad (6)$$

上述最优化问题是一个 NP 完全问题, 求其最优解往往非常困难, 本文考虑求解其近似最优解。

首先, 将指示向量  $\mathbf{x}$  中的二元值松弛为  $[0, 1]$  范围内的实数值, 并令  $\mathbf{x}$  的范数取单位范数, 即  $\mathbf{x}^T \mathbf{x} = 1$ 。然后, 根据 Rayleigh-Ritz 定理<sup>[18]</sup>求解松弛后的最优解  $\mathbf{x}^*$ 。

**定理 1**(Rayleigh-Ritz 定理) 令  $\mathbf{M} \in C^{n \times n}$  是 Hermitian 矩阵, 并令  $\mathbf{M}$  的特征值按递增次序

$$\lambda_{\min} = \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_{n-1} \leq \lambda_n = \lambda_{\max} \quad (7)$$

排列, 则

$$\max_{\mathbf{x} \neq 0} \frac{\mathbf{x}^H \mathbf{M} \mathbf{x}}{\mathbf{x}^H \mathbf{x}} = \max_{\mathbf{x}^H \mathbf{x} = 1} \frac{\mathbf{x}^H \mathbf{M} \mathbf{x}}{\mathbf{x}^H \mathbf{x}} = \lambda_{\max}, \quad \text{若 } \mathbf{M} \mathbf{x} = \lambda_{\max} \mathbf{x} \quad (8)$$

由定理 1 可知, 当  $\mathbf{x}$  取分配图亲近矩阵  $\mathbf{M}$  的最大特征值所对应的特征向量(本文称之为特征向量)时, 可以使得聚类度量  $\mathbf{x}^T \mathbf{M} \mathbf{x}$  达到最大值, 即亲近矩阵  $\mathbf{M}$  的主特征向量就是松弛后的近似最优解  $\mathbf{x}^*$ , 其元素值在  $[0, 1]$  内取值。此时,  $\mathbf{x}^*(v)$  可以理解为分配  $v = (i, i')$  属于由所有正确分配所构成的主聚类  $C_m$  的置信度, 越大则表明  $v = (i, i')$  越有可能是正确的分配。

为得到二元化的指示向量  $\mathbf{x}_m$ , 本文采取贪婪算法对近似最优解  $\mathbf{x}^*$  进行二值化。首先, 将  $\mathbf{x}^*$  中最大元素值(最大置信度)  $\mathbf{x}^*(v^*)$  所对应的分配  $v^*$  作为第 1 个正确的分配, 然后, 将  $v^*$  本身及其他与  $v^*$  相矛盾(即不满足匹配约束条件)的分配从  $\mathbf{x}^*$  中剔除。由于本文采用的是一一对匹配约束条件, 设此时的  $v^* = (i, i')$ , 则其他所有诸如  $(i, *)$  与  $(*, i')$  的分配均与  $v^*$  矛盾而被作为非正确分配被排除。然后, 继续在  $\mathbf{x}^*$  中寻找最大的最大元素值后重复上述操作, 直到所有的分配要么被接受为正确分配, 要么被作为错误分配被剔除为止。这样, 所有可能的分配就会被分成两大部分: 正确分配集合  $C_m$  和被淘汰的分配集合  $R$ , 其中  $C_m$  就是所需的正确匹配结果。

### 3.4 算法具体步骤

综上所述, 本文算法具体步骤如下:

(1) 根据第 3.1 节所述来构造模板点集  $P$  与目标点集  $Q$  的分配图  $G$ , 以第 2 节所提出的相对形状上下文特征为基础来构造分配图  $G$  的  $n \times n$  亲近矩阵  $\mathbf{M}$ ;

(2) 求解  $\mathbf{M}$  的主特征向量  $\mathbf{x}^*$ , 令  $\mathbf{x}$  为解向量, 并将其初始化为  $n \times 1$  的零向量。令  $L$  为分配图  $G$  中所有顶点(即所有可能的分配)所组成的集合;

(3) 寻找  $\mathbf{x}^*$  中的最大元素值所对应的分配  $v^* = \arg \max_{v \in L} (\mathbf{x}^*(v))$ 。如果,  $\mathbf{x}^*(v^*) = 0$  时, 停止并返回解向量  $\mathbf{x}$ ; 否则, 令  $\mathbf{x}(v^*) = 1$ , 并将  $v^*$  所对应的分配从  $L$  中剔除;

(4)从  $L$  中剔除所有与  $v^* = (i, i')$  相矛盾的分配, 在本文的一对一匹配约束条件下需要从  $L$  中剔除掉诸如  $(i, k)$  和  $(q, i')$  的分配, 其中  $k \neq i', q \neq i$ ;

(5)如果,  $L$  已为空集合, 则返回解向量  $x$ ; 否则, 返回至第(3)步。

### 4 实验结果与分析

本节进行了模拟仿真和真实数据两种实验。在模拟仿真实验中, 将本文算法与其他 4 种算法分别进行了抗噪声和抗出格点能力的比较。在真实图像数据实验中则验证了本文算法解决实际图像特征点匹配问题的能力。

#### 4.1 模拟仿真实验

模拟点集数据的生成方式为: 模板点集  $P$  为在单位平面内服从均匀分布的随机点模式, 其大小为  $n_P = 15$ 。未加噪声和出格点时的目标点集  $Q$  是由  $P$  经过随机相似变换后产生的, 大小为  $n_Q = n_P = 15$ , 其中随机相似变换的参数分别是在  $0.1 \leq s \leq 5.0$ ,  $-180^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ ,  $-0.5 \leq t_x, t_y \leq 0.5$  范围内服从均匀分布的随机值,  $s$  为尺度因子,  $\theta$  为旋转角度,  $t_x$  和  $t_y$  分别为  $x$  与  $y$  轴方向的位移, 本文称  $Q$  为精确目标点集。加噪声的非精确目标点集  $Q_n$  是在精确目标点集  $Q$  内每个点位置上叠加高斯噪声, 其均值为零, 标准差为精确目标点集  $Q$  内任意两点之间最小欧式距离的  $f$  倍(本文称  $f$  为噪声水平因子), 此时的  $Q_n$  大小为  $n_{Q_n} = n_Q = 15$ 。加出格点的非精确目标点集  $Q_o$  则是在精确目标点集  $Q$  所在区域内随机增加  $r \cdot n_Q$  个点后所成的点集(本文称  $r$  为出格点比率), 此时  $Q_o$  的大小为  $n_{Q_o} = (1 + r)n_Q$ 。每组模拟仿真实验均进行了 100 次蒙特卡洛实验。

下面将本文所提出的 RSC-SM 算法与 SM 算法<sup>[7]</sup>, SVD 算法<sup>[4]</sup>, EM-SVD 算法<sup>[15]</sup>和 SC 算法<sup>[10]</sup>进行了在随机相似变换下的抗噪声与抗出格点性能比较实验, 其中初始参数  $s = 12$ 。图 2(a)给出了 5 种算法的正确匹配率  $P_c$  随噪声水平因子  $f$  的变化曲线。图 2(b)则给出了 5 种算法的正确匹配率  $P_c$  随出格点比率  $r$  的变化曲线。

格点比率  $r$  的变化曲线。

从图 2 中可看出: 由于 SM 算法不适用于尺度变换, 因此在随机相似变换下其性能最差; 而 SC 算法仅仅适用于小角度旋转, 因此在随机相似变换中存在大角度旋转时性能也急剧下降; EM-SVD 算法对初始参数的选取很敏感, 且易陷入局部最优, 从而导致该算法总体性能较差; SVD 算法虽然适用于相似变换, 但其对噪声和出格点很敏感, 随着噪声强度和出格点数的增加, 它的正确匹配率下降得较快; 相比而言, 本文的 RSC-SM 算法无论在抗噪声和抗出格点能力上均要优于其他 4 种算法。

#### 4.2 真实图像数据实验结果

为了验证本文算法解决实际图像特征点匹配问题的能力, 本文采用了 CMU/VASC model-house 数据库, 该数据库是一段反映视角变换情形下所拍摄的房屋模型的视频序列图像, 共有 111 帧图像。首先, 在所有的图像中人工提取角点(本文提取了 30 个点), 每帧图像间的角点均是互相对应的, 这样就得到了基准的精确点集数据。然后, 分别按 BaseLine 帧的间隔进行点集匹配, 对于每个间隔 BaseLine, 设  $\{(i, i + \text{BaseLine}) \mid i = 1, 2, \dots, (111 - \text{BaseLine})\}$  为所需进行匹配的所有成对图像的帧序号组成的集合, 其中  $i$  表示模板图像的帧序号,  $i + \text{BaseLine}$  表示从第  $i$  帧开始间隔 BaseLine 帧后对应图像的帧序号, 这里将它作为目标图像的帧序号。本文中 BaseLine 的取值范围从 10 到 100, 将各点模式匹配算法在每个 BaseLine 下所有成对图像点集之间正确匹配率的均值  $P_c$  作为其统计结果。按照上述的实验方案, 本文共进行了两组实验, 每组实验中目标图像点集大小保持不变(30 个点), 两组实验中模板图像点集大小则分别取 30, 25(分别代表了精确与非精确情况下的点模式匹配问题), 每组实验均同时测试了本文算法与其他 4 种算法。

图 3 给出了 BaseLine = 100 时, 模板图像为第 1 帧, 目标图像为第 101 帧时本文算法的实验结果。

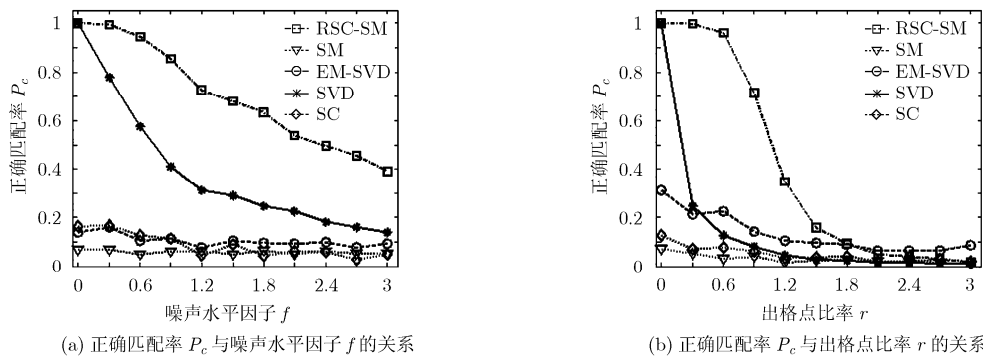


图 2 不同算法的性能统计结果

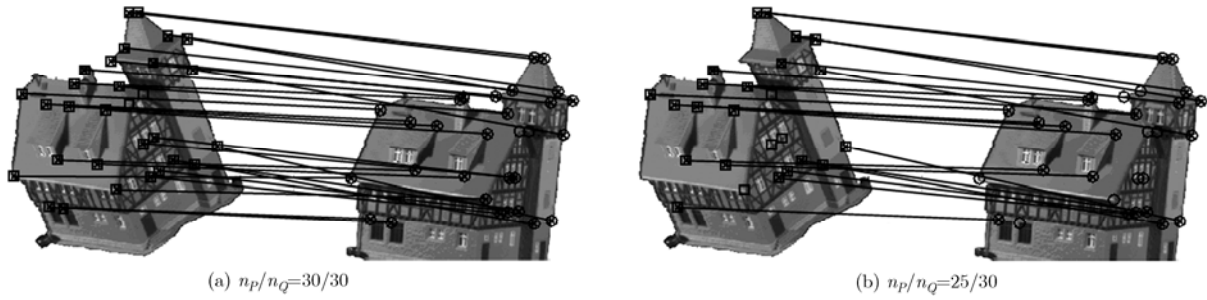
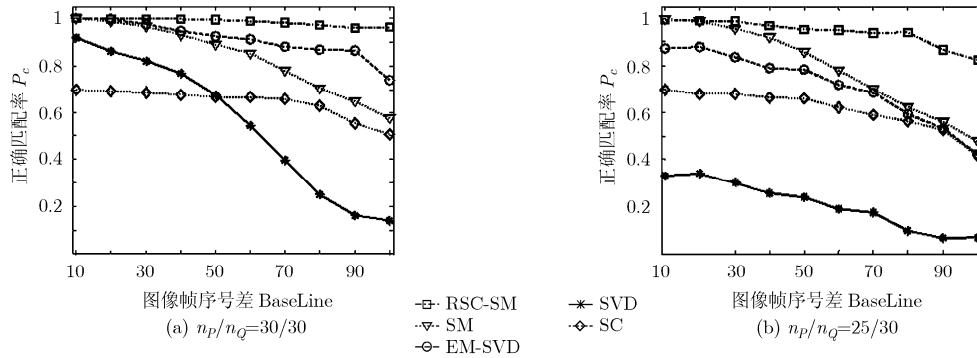


图3 真实图像数据下本文 RSC-SM 算法的匹配结果示意图

图4 真实图像数据下不同算法的正确匹配率  $P_c$  随图像帧序号差 BaseLine 的变化曲线

其中,模板点用方框表示,目标点则用圆圈表示,正确匹配点对用 $\times$ 号表示,且用直线连接。图中所示的待匹配两幅图像之间存在着由较大视角变化所引起的透视变换,这给点模式匹配带来了一定的困难。如图3(a)所示,模板与目标点集大小之比为 $n_p/n_Q = 30/30$ 时,本文算法能匹配上28对点,正确匹配率达到93.33%;如图3(b)所示,当点集大小之比为 $n_p/n_Q = 25/30$ 时,本文算法能匹配上21对点,正确匹配率达到84%。

图4给出了5种算法在真实图像数据下的两组统计实验结果,无论模板与目标点集的大小之比为 $n_p/n_Q = 30/30$ 时(图4(a)),还是 $n_p/n_Q = 25/30$ (图4(b))时,本文的RSC-SM算法的正确匹配率 $P_c$ 随图像帧序号差BaseLine的增大而基本保持在较高水平,且波动较小。相比而言,其他4种算法的正确匹配率 $P_c$ 要么较低,要么波动较为剧烈。

## 5 结论

传统的基于谱图论的方法<sup>[14,15]</sup>不适用于不同点集大小的非精确点模式匹配问题,而基于谱匹配<sup>[17]</sup>的方法却不适用于相似变换以及更复杂变换下的点模式匹配问题。针对这些存在的问题,本文提出了一种新的点模式匹配算法。该算法先提出了一种新的基于点集的不变特征—相对形状上下文特征,相比于已有的形状上下文特征<sup>[10]</sup>,该特征不仅具有相似变换不变性,而且具备较强鲁棒性。然后,将点

集之间所有可能的分配作为分配图的顶点,再用点集之间相对形状上下文的统计检验匹配测度构造新的相容性度量,并以此度量作为分配图中各边的权值,从而可以根据边的权值来构造分配图的亲近矩阵。最后,利用亲近矩阵的主特征向量来寻找正确匹配解。模拟仿真与真实数据实验验证了在具有相似变换乃至较大视角变化所引起的透视变换的情况下,本文算法具有较高匹配正确率,而且对于点集中的噪声和出格点也具备较强的鲁棒性。

## 参考文献

- [1] Jackson B P and Goshtasby A A. Registering aerial video images using the projective constraint[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, 19(3): 795-804.
- [2] Xiong Z and Zhang Y. A novel interest-point-matching algorithm for high-resolution satellite images[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2009, 47(12): 4189-4200.
- [3] Jain A K, Jung-Eun L, and Rong J, *et al.* Content-based image retrieval: an application to tattoo images[C]. The 16th IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), Cairo, Egypt, Nov. 7-10, 2009: 2745-2748.
- [4] Jiang T T, Jurie F, and Schmid C. Learning shape prior models for object matching[C]. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Miami, FL, USA, June 20-25, 2009: 848-855.
- [5] Li H S, Kim E, and Huang X L, *et al.* Object matching with

- a locally affine-invariant constraint[C]. The Twenty-Third IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, San Francisco, California, USA, June 13–18, 2010.
- [6] McKeon R T and Flynn P J. Three-dimensional facial imaging using a Static Light Screen (SLS) and a dynamic subject[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2010, 59(4): 774–783.
- [7] McAuley J J, Caetano T S, and Barbosa M S. Graph rigidity, cyclic belief propagation, and point pattern matching[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2008, 30(11): 2047–2054.
- [8] Besl P J and McKay N D. A method for registration of 3-D shapes[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14(2): 239–256.
- [9] Chui H and Rangarajan A. A new point matching algorithm for non-rigid registration[J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2003, 89(2): 114–141.
- [10] Belongie S, Malik J, and Puzicha J. Shape matching and object recognition using shape contexts [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, 24(4): 509–522.
- [11] Gope C and Kehtarnavaz N. Affine invariant comparison of point-sets using convex hulls and hausdorff distances[J]. *Pattern Recognition*, 2007, 40(1): 309–320.
- [12] Caetano T S, McAuley J J, and Cheng L, *et al.* Learning graph matching[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2009, 36(6): 1048–1058.
- [13] Scott G L and Longuet-higgins H. An algorithm for associating the features of two patterns [C]. Proceedings: Biological Sciences, The Royal Society, London, 1991, 244: 21–26.
- [14] Shapiro L S and Brady J M. Feature-based correspondence: an eigenvector approach[J]. *Image and Vision Computing*, 1992, 10(5): 283–288.
- [15] Carcassoni M and Hancock E R. Spectral correspondence for point pattern matching[J]. *Pattern Recognition*, 2003, 36(1): 193–204.
- [16] Carcassoni M and Hancock E R. Correspondence matching with modal clusters[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2003, 25(12): 1609–1615.
- [17] Leordeanu M and Hebert M. A spectral technique for correspondence problems using pairwise constraints[C]. The Tenth IEEE International Conference on Computer Vision, Beijing, China, October 17–20, 2005, Vol. 2: 1482–1489.
- [18] Zhang X D. Matrix Analysis and Applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 528–530.
- 赵 键: 男, 1978 年生, 博士生, 从事计算机视觉与智能信息处理、遥感图像处理等领域的研究工作。
- 孙即祥: 男, 1946 年生, 教授, 博士生导师, 从事计算机视觉与智能信息处理、模式识别与图像处理等领域的研究工作。
- 李智勇: 男, 1975 年生, 副教授, 硕士生导师, 从事遥感信息智能处理等领域的研究工作。
- 陈明生: 男, 1983 年生, 博士生, 从事视频处理等领域的研究工作。