

## 基于EM算法的极大似然分布式量化估计融合新方法

徐振华\* 黄建国 张群飞

(西北工业大学航海学院 西安 710072)

**摘要:** 该文针对水下目标探测中的多传感器分布式量化估计融合问题,建立了分布式量化估计融合模型,在考虑信道噪声且其统计特性不完全已知条件下,充分利用EM算法在观测数据缺失时参数估计的优越性,提出了一种基于期望极大化(EM)算法的极大似然分布式量化估计融合新方法。该方法将未知的水声信道噪声参数以及局部量化器量化概率建模为EM算法中二元高斯混合模型参数,利用极大似然估计方法的估计不变性得到目标参数的估计融合结果。仿真实验表明:该方法在局部传感器观测样本数目大于5000和信噪比大于6 dB时与已有理想信道条件下的估计方法性能相当,该方法为水下目标探测中分布式量化估计融合系统的工程实现提供了理论依据。

**关键词:** 水下目标探测; 期望极大化(EM)算法; 估计融合; 极大似然

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)-04-0977-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00599

## New Method for Distributed and Quantitative Estimation Fusion of Multi-sensor Based on EM Algorithm

Xu Zhen-hua Huang Jian-guo Zhang Qun-fei

(College of Marine, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** For multi-sensor distributed and quantitative estimation fusion problem of underwater target detection, a model of distributed and quantitative estimation fusion is established. The channel noise and its statistical property which is not fully known to fusion center is considered, The superiority of Expectation Maximization (EM) algorithm completely is used in parameter estimation problem when the observation data is missing. A new algorithm of distributed and quantitative estimation fusion is proposed based on EM algorithm. In this method, the unknown parameters of underwater acoustic channel noise and the quantization probability of local quantizer are modeled as the binary Gaussian mixture model parameters. Then, the invariance of the maximum likelihood estimation is used to get the result of the estimation fusion. Simulation results show that the estimation performance of the new algorithm is comparable to the methods which need ideal channel condition when the number of local sensors samples is larger than 5000 and the signal to noise ratio is higher than 6 dB. This new algorithm provides a theoretical basis for realizing the distributed and quantitative estimation fusion system of underwater target detection.

**Key words:** Underwater target detection; Expectation Maximization (EM) algorithm; Estimation fusion; Maximum Likelihood (ML)

### 1 引言

信息融合技术最初来源于军事领域的C<sup>3</sup>I (Communication, Command, Control and Intelligence Systems)系统的需要。由于其在军事和民用上都有着广阔的应用潜力,比如在战场监视、目标探测以及遥感遥测等领域,所以从其出现开始,就受到各国的高度重视。所谓估计融合,就是传统估计理论与信息融合理论的有机结合,或者说就是针对估计问题的信息融合<sup>[1]</sup>。相对于传统的集中式估

计,分布式量化估计融合因其在通信带宽、计算速度以及可靠性能等方面的优势近年来受到国内外研究者的重视。文献[2-8]针对分布式量化估计融合问题分别设计了不同的传感器观测量量化器,局部量化器根据融合系统通信能力的差异能够向融合中心传送1 bit量化信息和多bit量化信息。文献[9,10]针对1 bit量化设计了最大似然估计器,这种估计器使得融合中心输出的方差接近BLUE(最佳线性无偏估计器)估计器给出的方差下限。在观测噪声分布未知的条件下,文献[11,12]给出了一种利用训练样本序列设计局部量化器的估计融合方法。文献[13]给出了一种信道噪声参数已知情况下的均方估计器,并给出了其估计下限。上述学者的研究大都假

2010-06-08收到,2011-01-03改回

国家自然科学基金(60972152)资助课题

\*通信作者:徐振华 xzh985@163.com

定局部传感器与融合中心之间的信道是理想信道或者假定信道噪声参数已知,显然这种假设是理想化的,特别在水声通信中,水下环境的复杂性使得这种假设更不成立,在这种背景下,本文研究存在信道噪声且其统计信息不完全已知情况下的分布式量化估计融合问题,提出了一种基于期望极大化算法(EM算法)的分布式量化估计融合新方法。由于EM算法是一种当观测数据为不完全数据时求解最大似然估计的迭代算法,从而能够大大降低最大似然估计的计算复杂度,但其性能却与最大似然估计相近,所以具有很好的实际应用价值。

## 2 分布式量化估计融合模型

如图1所示,水下多传感器分布式量化估计融合系统由 $M$ 个独立的局部传感器, $M$ 个对应于局部传感器的量化器以及一个融合中心组成。每一个局部传感器都能够独立地对目标的未知参数进行估计,估计的初步结果送入对应量化器进行量化处理,融合中心对各量化器传输来的量化信息进行融合处理,最终得到目标未知参数的估计融合结果。

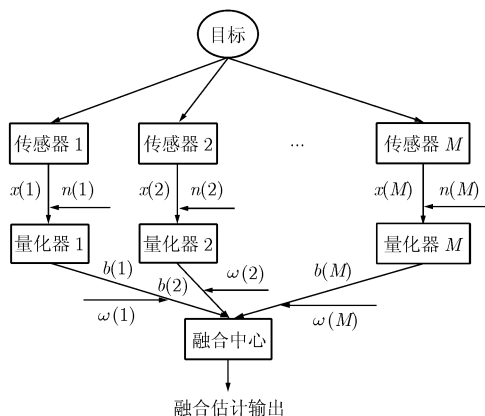


图1 分布式量化估计融合系统

在水下目标探测中,假定局部传感器与目标间的距离足够远,目标的未知参数值是慢变化的,尤其在水下目标探测阶段,探测器距离目标较远,可认为短时间内目标的未知参数值是恒定不变的。局部传感器同时对未知目标参数 $\theta$ 做出独立观测,对于第 $i$ 个传感器的第 $j$ 个数据采样间隔,观测模型如下:

$$S_{ij} = \theta + n_{ij} \quad (1)$$

式(1)中 $i = 1, 2, \dots, M$ ,  $j$ 为传感器的数据采样间隔,其中 $\theta$ 为目标的未知参数, $n_{ij}$ 为量测噪声,一般服从零均值正态分布。融合中心接收到的观测量化值可能来自于不同时刻(间隔时间非常短)的不同传感器,为了简化问题的描述,下面不再区分观测量化

值的来源。假定各个局部传感器间的观测噪声是独立同分布的,局部传感器给出的第 $k$ 个观测值表示为

$$x(k) = \theta + n(k), \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (2)$$

$K$ 为观测值总数, $n(k)$ 为零均值、独立同分布的高斯加性白噪声,且其均方差为 $\sigma_n$ ,概率密度函数为 $f_n(u)$ ,考虑融合系统的隐蔽性、经济性、稳定性以及水声通信带宽受限等因素,局部传感器观测值需要经过量化处理,量化器采用二元判决,用式(3)表示:

$$b(k) = \begin{cases} 1, & x_k \geq \tau_k \\ 0, & x_k < \tau_k \end{cases}, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (3)$$

$\tau_k$ 为量化门限,考虑量化器与融合中心间的信道噪声 $\omega(k)$ ,假定 $\omega(k)$ 为零均值、独立同分布的高斯加性白噪声,概率密度函数为 $f_\omega(u)$ ,其均方差 $\sigma_\omega$ 对于融合中心来说是未知的,这种假设比较符合实际。那么融合中心接收到的经量化器量化后的第 $k$ 个观测值为

$$y(k) = b(k) + \omega(k), \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (4)$$

由于已假定局部传感器与目标间的距离足够远,所以考虑等量化门限情况,即 $\tau_k = \tau, k = 1, 2, \dots, K$ 。由式(3)知 $b(k)$ 为服从二项分布的随机变量,其概率分布如下:

$$p(\theta) = P\{b(k) = 1\} = 1 - F_n(\tau - \theta) \quad (5)$$

式(5)中 $F_n(\cdot)$ 为量测噪声的概率分布函数,融合中心接收到的经量化器量化后的随机变量 $y(k) (k = 1, 2, \dots, K)$ 的概率分布密度函数为

$$f_y(y) = \lambda_\omega(y)[1 - F_n(\tau - \theta)] + \gamma_\omega(y) \quad (6)$$

式中 $\lambda_\omega(y) = [f_\omega(y-1) - f_\omega(y)]$ ,  $\gamma_\omega(y) = f_\omega(y)$ 。由式(6)可知随机变量 $y(k)$ 可以建模为二元高斯混合模型。

$$f_y(u) = F_n(\tau - \theta)f_\omega(u) + [1 - F_n(\tau - \theta)]f_\omega(u-1) \quad (7)$$

式中 $F_n(\tau - \theta)$ 和 $[1 - F_n(\tau - \theta)]$ 为混合概率分布函数, $f_\omega(u)$ 和 $f_\omega(u-1)$ 为混合概率密度函数。

## 3 基于期望最大化(EM)算法的分布式量化估计融合

### 3.1 算法描述

未知目标参数 $\theta$ 关于融合中心观测值 $y(k)$ 的最大似然估计为

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{ML} &= \arg \max_{\theta} \prod_{k=1}^K f_y(y(k)|\theta) \\ &= \arg \max_{\theta} \prod_{k=1}^K \{F_n(\tau - \theta)f_\omega(y(k)) \\ &\quad + [1 - F_n(\tau - \theta)]f_\omega(y(k)-1)\} \end{aligned} \quad (8)$$

$f_y(\cdot)$  代表条件概率密度函数, 又由式(5)知  $\phi = \phi(\theta) = 1 - F_n(\tau - \theta)$  为量化器输出取值为 1 时的概率, 根据概率论知识知  $\phi \in [0, 1]$ , 为了简化问题, 可以首先得到  $\phi = \phi(\theta)$  的估计值, 然后利用极大似然估计的不变性根据式(5)就可以确定未知目标参数  $\theta$  的估计值。  $\phi$  的极大似然估计为

$$\hat{\phi}_{\text{ML}} = \arg \max_{\phi} \eta(\mathbf{y}|\phi) = \arg \max_{\phi} \prod_{k=1}^K \{ [1 - \phi] \cdot f_{\omega}(y(k)) + \phi f_{\omega}(y(k) - 1) \} \quad (9)$$

式(9)中  $\mathbf{y} = \{y(k) : k = 1, 2, \dots, K\}$ 。对式(9)中的  $\eta(\mathbf{y}|\phi)$  取自然对数, 式(9)变成下式:

$$\hat{\phi}_{\text{ML}} = \arg \max_{\phi} \eta_L(\mathbf{y}|\phi) = \arg \max_{\phi} \sum_{k=1}^K \ln \{ [1 - \phi] \cdot f_{\omega}(y(k)) + \phi f_{\omega}(y(k) - 1) \} \quad (10)$$

式(10)中信道噪声均方差  $\sigma_{\omega}$  对于融合中心来说是未知的, 也即融合中心处观测数据为不完全数据, 下面给出一种利用 EM 算法求解  $\sigma_{\omega}$  和  $\phi$  的极大似然估计值  $\hat{\sigma}_{\omega, \text{ML}}$ ,  $\hat{\phi}_{\text{ML}}$  的迭代算法。该算法分为  $E$  步和  $M$  步。在  $E$  步, 融合中心根据观测数据  $\mathbf{y} = \{y(k) : k = 1, 2, \dots, K\}$  和混合高斯模型当前估计值估计  $\sigma_{\omega}$ ; 在  $M$  步, 利用  $E$  步完成的未知参数  $\sigma_{\omega}$  估计当前值, 使得似然函数极大化。算法步骤如下:

(1) 参数初始化, 设定  $\hat{\phi}_{\text{ML}}^{(0)}$  以及  $\hat{\sigma}_{\omega, \text{ML}}^{(0)}$ 。

(2) ( $E$ -步) 计算后验概率:

$$l(k) = \frac{\hat{\phi}_{\text{ML}}^{(j)} f_{\omega}(y(k) - 1 | \zeta^{(j)})}{\hat{\phi}_{\text{ML}}^{(j)} f_{\omega}(y(k) - 1 | \zeta^{(j)}) + (1 - \hat{\phi}_{\text{ML}}^{(j)}) f_{\omega}(y(k) | \zeta^{(j)})} \quad (11)$$

(3) ( $M$ -步) 极大化

$$\mathbf{l} = \{l(1), l(2), \dots, l(k)\} \quad (12)$$

$$\Delta(\mathbf{l}) = \sum_{k=1}^K l(k) \quad (13)$$

$$\hat{\phi}_{\text{ML}}^{(j+1)} = \frac{\Delta(\mathbf{l})}{K} \quad (14)$$

$$\hat{\zeta}^{(j+1)} = \left\{ \hat{\phi}_{\text{ML}}^{(j+1)}, \hat{\sigma}_{\omega, \text{ML}}^{(j+1)} \right\} \quad (15)$$

$$\hat{\sigma}_{\omega, \text{ML}}^{(j+1)} = K^{-0.5} \left[ \Delta(\mathbf{l} \odot (\mathbf{y} - 1)^2) + \Delta((1 - \mathbf{l}) \odot (\mathbf{y})^2) \right]^{1/2} \quad (16)$$

式(16)中符号  $\odot$  表示阿达玛积, 即产生的新向量的每一个元素是参与运算的两向量对应元素的两两乘积, 符号  $(\cdot)^2$  表示对向量中的每一个元素分别作平方运算得到一个新向量。式(16)是 EM 算法在二元高斯混合模型中的应用。

(4) 设定算法迭代结束条件。给定任意小值  $\varepsilon_1$

和  $\varepsilon_2$ , 如果  $|\hat{\phi}_{\text{ML}}^{(j+1)} - \hat{\phi}_{\text{ML}}^{(j)}| > \varepsilon_1$ , 且下式成立:  $|\hat{\sigma}_{\omega, \text{ML}}^{(j+1)} - \hat{\sigma}_{\omega, \text{ML}}^{(j)}| > \varepsilon_2$ , 迭代继续, 否则, 迭代结束。上述迭代算法求得  $\hat{\phi}_{\text{ML}}$  后, 利用极大似然估计的不变性以及下式:

$$\hat{\phi}_{\text{ML}} = 1 - F_n(\tau - \hat{\theta}_{\text{ML}}) = F_n(\hat{\theta}_{\text{ML}} - \tau) \quad (17)$$

得到

$$\hat{\theta}_{\text{ML}} = F_n^{-1}(\hat{\phi}_{\text{ML}}) + \tau \quad (18)$$

### 3.2 算法分析

(1) 收敛性: 由于上述迭代算法基于 EM 算法, EM 算法在满足假设条件时是收敛于局部极值的<sup>[1]</sup>, 可以证明对数似然函数  $\eta_L(\mathbf{y}|\phi)$  是关于  $\phi$  的凹函数, 所以迭代算法可以保证收敛到极大值。

(2) 初始值设定: 初始值  $\hat{\phi}_{\text{ML}}^{(0)}$  和  $\hat{\sigma}_{\omega, \text{ML}}^{(0)}$  的设定对于算法的实时性至关重要, 一般设置

$$\hat{\phi}_{\text{ML}}^{(0)} = \Delta(\mathbf{y})/K \quad (19)$$

这是由于根据大数定律, 当观测值总数  $K$  较大时,  $\Delta(\mathbf{y})/K \cong E(y)$ , 又由式(4)知

$$E(y) = E(b) + E(\omega) = \phi \quad (20)$$

所以式(19)是  $\hat{\phi}_{\text{ML}}^{(0)}$  的理想设定。另外由于

$$\text{var}(y) = [1 - F_n(\tau - \theta)] F_n(\tau - \theta) + \sigma_{\omega}^2 \quad (21)$$

得到

$$\sigma_{\omega} = \sqrt{\text{var}(y) - [1 - F_n(\tau - \theta)] F_n(\tau - \theta)} \quad (22)$$

又  $[1 - F_n(\tau - \theta)] F_n(\tau - \theta) \leq 1/4$ , 得到

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K \left( y(k) - \frac{\Delta(\mathbf{y})}{K} \right)^2} - \frac{1}{4} \leq \hat{\sigma}_{\omega} \\ & \leq \sqrt{\frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K \left( y(k) - \frac{\Delta(\mathbf{y})}{K} \right)^2} \end{aligned} \quad (23)$$

令  $\sqrt{\frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K \left( y(k) - \frac{\Delta(\mathbf{y})}{K} \right)^2} - \frac{1}{4} = \sigma_{\omega, \text{min}}$ ,

$\sqrt{\frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K \left( y(k) - \frac{\Delta(\mathbf{y})}{K} \right)^2} = \sigma_{\omega, \text{max}}$ , 由于  $\sigma_{\omega, \text{min}}$  可能会出现复数值, 所以  $\hat{\sigma}_{\omega, \text{ML}}^{(0)}$  设置如下:

$$\hat{\sigma}_{\omega, \text{ML}}^{(0)} = \begin{cases} (\sigma_{\omega, \text{min}} + \sigma_{\omega, \text{max}})/2, & \text{Im}(\sigma_{\omega, \text{min}}) = 0 \\ \sigma_{\omega, \text{max}}/2, & \text{Im}(\sigma_{\omega, \text{min}}) \neq 0 \end{cases} \quad (24)$$

符号  $\text{Im}(\cdot)$  表示取变量的虚部。

(3) 量化门限  $\tau$  的设定: 量化门限  $\tau$  的设定与估计融合性能的优劣密切相关。当  $|\tau - \theta|/\sigma_n \leq 1$  时, 1 bit 量化器的估计融合性能接近 Cramer-Rao 界(罗-克拉美下界)<sup>[2]</sup>。对于量化门限  $\tau$  的设定, 可以采用迭代算法来实现<sup>[2]</sup>。

## 4 算法仿真实验以及分析

### 4.1 仿真实验

为了验证算法的性能,进行如下仿真实验:假定一水下分布式量化估计融合系统探测未知目标参数,局部传感器观测噪声  $\sigma_n = 0.5$ ,  $\tau = 0.5$ ,  $\sigma_\omega = 0.25$ , 目标参数真实值  $\theta = 0.25$ , 信道噪声方差对于融合中心未知。当观测样本总数  $K$  为 1000 时,图 2 给出了融合中心观测数据  $\mathbf{y} = \{y(k): k = 1, 2, \dots, K\}$  15 区间段的频数直方图,估计结果为  $\hat{\phi}_{ML} = 0.4$ ,  $\hat{\sigma}_\omega = 0.2489$ ,  $\hat{\theta}_{ML} = 0.2466$ 。

为了进一步验证本文所提出的期望极大化极大似然(EMML)新方法的性能,作比较试验,比较 EMML 与 BLUE 估计器<sup>[2]</sup>、理想信道条件下的最大似然估计器(IML)<sup>[2]</sup>、考虑信道噪声但信道噪声已知的均方估计器(CME)<sup>[9]</sup>的性能。定义信噪比  $SNR = (\theta/\sigma_\omega)^2$ ,  $SNR = 6$  dB,  $\sigma_n = 1$ ,  $\tau = 0.1$ ,  $\sigma_\omega = 0.5$ , 目标参数真实值  $\theta = 1$ , 图 3 给出了上述方法对应的均方估计误差(MSE)与局部传感器观测样本数目  $K$  之间的关系。

固定局部传感器观测值数目  $K = 2000$ , 信噪比定义同上,  $\sigma_n = 1$ ,  $\tau = 0.1$ ,  $\sigma_\omega = 0.5$ , 目标参数真实值  $\theta = 1$ , 图 4 给出了上述方法对应的均方估计误差(MSE)与信噪比 SNR 之间的关系。

### 4.2 仿真结果分析

从图 3 可以看出,文中所述 4 种估计方法随着局部传感器观测值数目的增加,其 MSE 都呈下降趋势。由于最佳线性无偏估计器(BLUE 估计器)不考虑带宽等因素限制,直接传输观测值信息,从 MSE 的角度来说,其估计性能最佳;理想信道条件下的最大似然估计器(IML)考虑信道带宽的限制,观测值

由量化器量化向融合中心传输 1 bit 信息,由于 IML 方法假定信道是理想的,所以其估计性能介于 BLUE 估计器与均方估计器(CME)之间,图 4 中,由于信噪比的定义与观测噪声无关,所以 IML 方法与 BLUE 估计器的 MSE 不随信噪比的改变而变化,  $MSE_{IML} = (\pi/2)MSE_{BLUE}$ <sup>[2]</sup>;均方估计器(CME)虽然考虑信道噪声但假定噪声参数已知,其估计性能在观测值数目较大和信噪比较高时逼近 IML 方法;本文基于 EM 算法提出的 EMML 方法由于既考虑信道噪声又假定噪声参数未知,最贴近工程实际,实际仿真表明,在局部传感器观测值数目大于 5000 时,其估计性能与 IML 方法以及 CME 方法相当,在信噪比大于 6 dB 时,其估计性能与 IML 方法相当。工程实践中,以现在的计算机数据处理能力完全能够保证算法的实现。

## 5 结论

本文研究了存在信道噪声且其统计信息不完全已知情况下的分布式量化估计融合问题,建立了分布式量化估计融合模型,提出了一种基于期望极大化算法(EM 算法)的分布式量化估计融合新方法。该方法将信道噪声参数作为 EM 算法中二元高斯混合模型中的参数,融合中心利用接收到的观测数据迭代求出噪声参数估计值,实现目标未知参数的估计融合。

仿真结果验证了新方法的实用性。在水下目标探测中,这种估计融合模型由于考虑了局部传感器与融合中心之间信息传输时的背景噪声,使得其更加贴近实际的水声通信环境,对于水下目标探测中分布式量化估计融合系统的建立具有较高的理论参考价值。

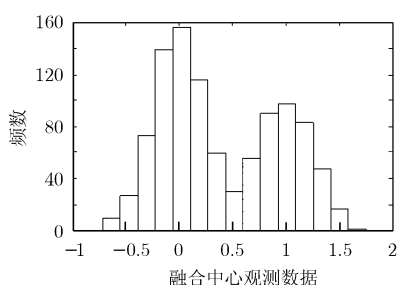


图2 融合中心观测数据频数直方图

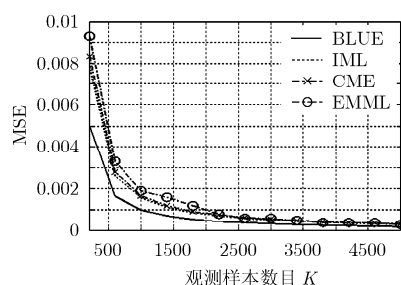


图3 均方估计误差与局部传感器观测样本数目之间的关系

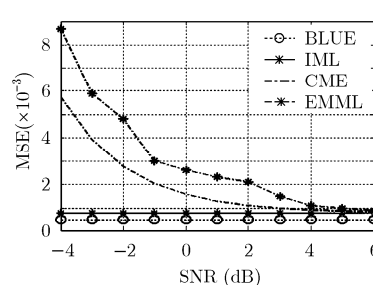


图4 均方估计误差与信噪比之间的关系

## 参考文献

[1] 王志胜, 姜斌, 甄子洋. 融合估计与融合控制[M]. 北京: 科学出版社, 2009: 36-38.  
Wang Zhi-sheng, Jiang Bin, and Zhen Zi-yang. Fusion

Estimation and Fusion Control[M]. Beijing: Science Press, 2009: 36-38.

[2] Fang Jun and Li Hong-bin. Distributed estimation of Gauss-Markov random fields with one-bit quantized data[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2010, 17(5): 449-452.

- [3] Chen Hao and Varshney P K. Performance limit for distributed estimation systems with identical one-bit quantizers[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(1): 466-471.
- [4] Ribeiro A and Giannakis G. Bandwidth-constrained distributed estimation for wireless sensor networks—part II: unknown probability density function [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(7): 2784-2796.
- [5] Wu T and Cheng Q. Distributed estimation over fading channels using one-bit quantization [C]. Proceedings of the 42nd Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, CA, 2008: 1968-1972.
- [6] Ramanan S and Walsh J M. Distributed estimation of channel gains in wireless sensor networks[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(6): 3097-3107.
- [7] Senol H and Tepedelenlioglu C. Performance of distributed estimation over unknown parallel fading channels [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(12): 6057-6068.
- [8] Arindam k. das mehran mesbahi. Distributed linear parameter estimation over wireless sensor networks[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, 45(4): 1293-1305.
- [9] Cattivelli F S and Sayed A H. Diffusion LMS strategies for distributed estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(3): 1035-1048.
- [10] Song En-bin, Zhu Yun-min, Zhou Jie, and You Zhi-sheng. Minimum variance in biased estimation with singular fisher information matrix[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(1): 376-381.
- [11] Ribeiro A and Giannakis G B. Bandwidth-constrained distributed estimation for wireless sensor networks—part I: Gaussian case [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(3): 1131-1143.
- [12] Fang Jun and Li Hong-bin. Distributed adaptive quantization for wireless sensor networks: from Delta modulation to maximum likelihood[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(10): 5246-5257.
- [13] Aysal T C and Barner K E. Constrained decentralized estimation over noisy channels for sensor networks [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(4): 1398-1410.
- 徐振华: 男, 1985年生, 博士生, 研究方向为信息处理、信息融合、纯方位目标解算。
- 黄建国: 男, 1945年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为阵列信号处理、谱分析等。
- 张群飞: 男, 1968年生, 教授, 研究方向为信号处理、目标识别等。