

## 非均匀环境中的分布目标自适应检测

尚秀芹<sup>\*①②</sup> 宋红军<sup>①</sup> 程增菊<sup>①②</sup> 赵秉吉<sup>①②</sup>

<sup>①</sup>(中国科学院电子学研究所 北京 100190)

<sup>②</sup>(中国科学院研究生院 北京 100049)

**摘要:** 该文研究了非均匀环境中的分布目标和多点目标的检测。其中, 假设辅数据协方差矩阵服从以主数据协方差矩阵为条件的逆 Wishart 分布, 且均值与之成比例。首先给出主数据协方差矩阵、比例因子和目标幅度的最大似然估计(MLE), 然后基于贝叶斯理论和广义似然比(GLRT)判决准则提出了一种检测器。当目标只存在单个距离门时, 检测器和自适应相干估计器(ACE)一致; 当目标跨越多个距离门时, 检测器和广义自适应子空间检测器(GASD)一致。但不同在于 ACE 和 GASD 都是基于未知的确定干扰协方差矩阵的。另外, 该检测器具有恒虚警率(CFAR)特性, 并且有很好的检测性能。

**关键词:** 目标检测; 分布目标; 非均匀杂波; 逆 Wishart 分布

中图分类号: TN959.1+7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)03-0696-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00576

## Adaptive Detection for Distributed Targets in Non-homogeneous Environments

Shang Xiu-qin<sup>①②</sup> Song Hong-jun<sup>①</sup> Cheng Zeng-ju<sup>①②</sup> Zhao Bing-ji<sup>①②</sup>

<sup>①</sup>(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

<sup>②</sup>(Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** Adaptive detection for distributed target and multiple point targets in non-homogeneous environments is studied in this paper, where it is assumed that the covariance matrix of the secondary data follows inverse Wishart distribution conditioned on that of the primary data with its expectation proportional to it. The Maximum Likelihood Estimator (MLE) of the covariance matrix of the primary data, scale factor and target amplitude are firstly given and subsequently a detector is proposed based on Bayesian theory and Generalized Likelihood Ratio Test (GLRT) decision rule. The detector is coincident with the Adaptive Coherence Estimator (ACE) when the target exists in one range bin and it is consistent with the Generalized Adaptive Subspace Detector (GASD) when target extends more than one range bin. However, what makes it different is that the ACE and GASD are both based on unknown deterministic covariance matrix. Additionally, the detector has Constant False Alarm Rate (CFAR) and bears good performance.

**Key words:** Target detection; Distributed targets; Heterogeneous clutter; Inverse Wishart distribution

### 1 引言

雷达目标检测主要考虑两个方面的因素: 目标和杂波。目标能否看作点目标取决于雷达的距离向分辨率和目标距离向尺寸。当目标距离向尺寸大于雷达距离向分辨率时, 目标就跨越多个距离门, 这是高距离分辨率(HRR)雷达中目标检测的重要问题<sup>[1,2]</sup>。在自适应雷达检测中, 目标所在距离门数据称主数据, 又称检测单元; 不包含目标并用来估计杂波统计特性的距离门数据称辅数据。最初的目标检测研究大都假设主、辅数据是相互独立的、圆周

对称的复高斯过程, 并且具有相同的确定性协方差矩阵, 也就是假设杂波是均匀的<sup>[3]</sup>。其中, Kelly 在  $H_0$  和  $H_1$  两种假设下, 将条件概率密度函数分别对未知参量求最大值, 形成了广义似然比检测(GLRT), 第 1 次理论性地形成了目标检测的判决准则——似然比准则, 奠定了目标检测的理论基础。文献[2]进一步研究了均匀杂波中的分布目标检测, 基于 GLRT 给出了 1 步广义似然比检测(1S-GLRT)和两步广义似然比检测(2S-GLRT)。然而实际上杂波是非均匀的, 这种非均匀性会使基于均匀杂波假设的检测器性能下降。非均匀的杂波模型可以概括为: (1)主、辅数据是非高斯的随机向量, 如球不变

2010-06-03 收到, 2010-09-06 改回

\*通信作者: 尚秀芹 shangxiuqin2009@gmail.com

随机过程(SIRP)和复合高斯模型<sup>[4-6]</sup>; (2)主、辅数据是相互独立的高斯随机向量, 且协方差矩阵相差一个比例因子<sup>[7]</sup>; (3)主、辅数据是相互独立的高斯随机向量, 且协方差矩阵是服从某种特定分布的随机矩阵, 通常假设其分布是逆 Wishart 分布<sup>[8-10]</sup>。

图 1 给出了雷达检测中杂波模型的发展过程。文献[4]基于复合高斯杂波模型, 给出了分布目标的自适应检测, 并给出了最优的 NP 检测器和准最优的两步 GLRT 检测器; 分析了 3 种协方差估计对检测器 CFAR 特性及复杂度的影响。近几年, 基于随机干扰协方差的自适应检测成为研究的热点。De Maio 等人<sup>[10]</sup>假设干扰协方差服从逆 Wishart 分布, 提出了 3 种贝叶斯检测器: 贝叶斯 1 步 GLRT (B1S-GLRT)、最大后验概率 GLRT(MAP-GLRT)和贝叶斯两步 GLRT(B2S-GLRT)。结果表明, B1S-GLRT 和 MAP-GLRT 具有相同的检测结构; 而 B2S-GLRT 和非贝叶斯 2S-GLRT<sup>[11]</sup>结构相同, 但使用的估计协方差矩阵不同。文献[8]研究了非均匀杂波中的知识辅助空时自适应处理(KA-STAP)。其中, 假设主、辅数据的干扰分量均可以用向量自回归(VAR)模型表示, 并假设空域协方差矩阵服从逆 Wishart 分布, 提出了贝叶斯的参量自适应匹配滤波检测器(B-PAMF), 仿真结果表明该检测器明显优于非贝叶斯的 PAMF 检测器。

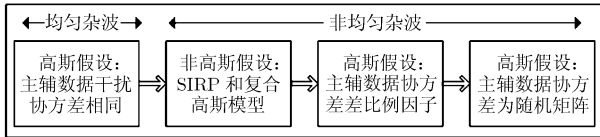


图 1 杂波模型的发展

本文基于随机干扰协方差矩阵研究了分布目标和多目标的自适应检测, 给出了 GLRT 检测器, 并分析了它的 CFAR 特性和检测性能。文章余下内容安排如下: 第 2 节是检测模型; 第 3 节给出 GLRT; 第 4 节是检测器的 CFAR 特性分析, 最后是仿真实验和结论。

## 2 检测模型

假设由  $N_a$  个阵元组成的阵列在相干处理间隔(CPI)内连续接收  $N_t$  个脉冲, 所有距离门的接收信号形成数据立方。每个距离门上的接收数据是  $N_a \times N_t$  维矩阵, 将其按列堆排成  $N \times 1$  维 ( $N = N_a N_t$ )复向量, 称为快拍信号。待检测单元、邻近单元和辅助单元的快拍信号如图 2 所示。目标检测可以归结为二元假设:

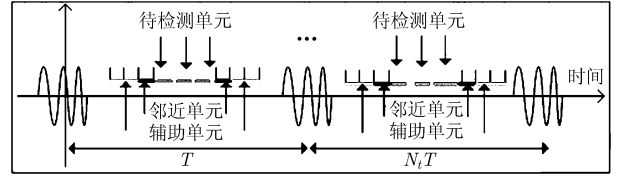


图 2 距离门接收信号

$$H_0 : \begin{cases} \mathbf{x}_l \sim \text{CN}_N(\mathbf{0}, \mathbf{M}_p), & l = 1, \dots, L \\ \mathbf{z}_k \sim \text{CN}_N(\mathbf{0}, \mathbf{M}_s), & k = 1, \dots, K \end{cases} \quad (1)$$

$$H_1 : \begin{cases} \mathbf{x}_l \sim \text{CN}_N(a_l \mathbf{v}, \mathbf{M}_p), & l = 1, \dots, L \\ \mathbf{z}_k \sim \text{CN}_N(\mathbf{0}, \mathbf{M}_s), & k = 1, \dots, K \end{cases}$$

其中  $\mathbf{v}$  表示目标导向矢量,  $\mathbf{a} = [a_1 \dots a_L]^T$  表示未知的确定性目标幅度。  $\mathbf{x}_l, l = 1, \dots, L$  表示主数据, 协方差矩阵为  $\mathbf{M}_p$ ;  $\mathbf{z}_k, k = 1, \dots, K$  表示辅数据, 协方差矩阵为  $\mathbf{M}_s$ 。在给定  $\mathbf{M}_p$  情况下, 假设  $\mathbf{M}_s$  服从条件均值为  $E(\mathbf{M}_s | \mathbf{M}_p) = \gamma \mathbf{M}_p$ , 自由度为  $\nu$  的逆 Wishart 分布。即

$$\mathbf{M}_s | \mathbf{M}_p \sim \text{CW}_N^{-1}(\gamma(\nu - N)\mathbf{M}_p, \nu) \quad (2)$$

因此  $\mathbf{M}_s$  概率密度函数(PDF)为

$$f(\mathbf{M}_s | \gamma, \mathbf{M}_p) = \frac{\|\gamma(\nu - N)\mathbf{M}_p\|^\nu}{\tilde{\Gamma}_N(\nu) \|\mathbf{M}_s\|^{\nu+N}} \cdot \exp\{-\text{tr}[\gamma(\nu - N)\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{M}_p]\} \quad (3)$$

定义

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 \dots \mathbf{x}_L] \quad (4)$$

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{z}_1 \dots \mathbf{z}_K] \quad (5)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{Z}\mathbf{Z}^H \quad (6)$$

给定  $\gamma$  和  $\mathbf{M}_p$ ,  $\mathbf{Z}$  的 PDF 可以表示为

$$f(\mathbf{Z} | \gamma, \mathbf{M}_p) = \int_{\mathbf{M}_s} f(\mathbf{Z} | \mathbf{M}_s) f(\mathbf{M}_s | \gamma, \mathbf{M}_p) d\mathbf{M}_s \quad (7)$$

其中  $\tilde{\Gamma}_N(\nu) = \pi^{N(N-1)/2} \prod_{k=1}^N \Gamma(\nu - N + k)$ 。根据高斯假设, 给定  $\mathbf{M}_s$  时  $\mathbf{Z}$  的 PDF 为

$$f(\mathbf{Z} | \mathbf{M}_s) = \pi^{-NK} \|\mathbf{M}_s\|^K \exp\{-\text{tr}(\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{Z}\mathbf{Z}^H)\} \quad (8)$$

将式(3)和式(8)代入式(7), 得到辅数据的 PDF

$$f(\mathbf{Z} | \gamma, \mathbf{M}_p) = \frac{\tilde{\Gamma}_N(K + \nu)}{\pi^{NK} \tilde{\Gamma}_N(\nu)} \frac{\|\gamma(\nu - N)\mathbf{M}_p\|^\nu}{\|\gamma(\nu - N)\mathbf{M}_p + \mathbf{S}\|^{K+\nu}} \quad (9)$$

定义  $\mathbf{x}_{l,\mu} = \mathbf{x}_l - \mu a_l \mathbf{v}, l = 1, \dots, L$  表示均值为零, 协方差矩阵为  $\mathbf{M}_p$  的复高斯随机向量, 即  $\mathbf{x}_{l,\mu} \sim \text{CN}_N(\mathbf{0}, \mathbf{M}_p)$ , 定义  $\mathbf{X}_\mu = [\mathbf{x}_{1,\mu} \dots \mathbf{x}_{L,\mu}]$ 。由  $\mathbf{x}_{l,\mu}, l = 1, \dots, L$  是相互独立性可知  $\mathbf{X}_\mu$  的 PDF 可以表示为

$$f_\mu(\mathbf{X}_\mu | \gamma, \mathbf{M}_p) = \prod_{l=1}^L f_\mu(\mathbf{x}_{l,\mu} | \gamma, \mathbf{M}_p) = \pi^{-NL} \|\mathbf{M}_p\|^{-L} \cdot \exp\left\{-\text{tr}\left(\mathbf{M}_p^{-1} \sum_{l=1}^L \mathbf{x}_{l,\mu} \mathbf{x}_{l,\mu}^H\right)\right\} \quad (10)$$

由于假设主、辅数据是相互独立的,因此  $(\mathbf{X}_\mu, \mathbf{Z})$  的联合 PDF 是它们 PDF 之积。利用式(9)和(10)可得主、辅数据的联合 PDF

$$f_\mu(\mathbf{X}_\mu, \mathbf{Z} | \gamma, \mathbf{M}_p) = \frac{\tilde{\Gamma}_N(K+\nu)}{\pi^{N(K+L)} \tilde{\Gamma}_N(\nu)} \frac{\|\gamma(\nu-N)\mathbf{M}_p\|^\nu \|\mathbf{M}_p\|^{-L}}{\|\gamma(\nu-N)\mathbf{M}_p + \mathbf{S}\|^{K+\nu}} \cdot \exp\left\{-\text{tr}\left(\mathbf{M}_p^{-1} \sum_{l=1}^L \mathbf{x}_{l,\mu} \mathbf{x}_{l,\mu}^H\right)\right\} \quad (11)$$

### 3 广义似然比检测(GLRT)

广义似然比检测遵从如下判决准则

$$\frac{\max_{\mathbf{a}, \gamma, \mathbf{M}_p} f_1(\mathbf{X}, \mathbf{Z} | \mathbf{a}, \gamma, \mathbf{M}_p)_{H_1}}{\max_{\gamma, \mathbf{M}_p} f_0(\mathbf{X}, \mathbf{Z} | \gamma, \mathbf{M}_p)_{H_0}} \stackrel{\Delta}{\geq} \ell_0 \quad (12)$$

检测器的流程见图3。下面求  $H_1$  假设下  $\mathbf{M}_p$ ,  $\gamma$  和  $\mathbf{a}$  的 MLE 以及  $H_0$  假设下  $\mathbf{M}_p$  和  $\gamma$  的 MLE。

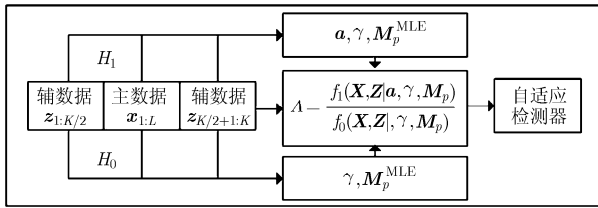


图3 广义似然比检测器的检测框图

#### 3.1 协方差 $\mathbf{M}_p$ 的 MLE

对式(11)取对数,并忽略常数项得

$$\begin{aligned} \log f_\mu(\mathbf{X}_\mu, \mathbf{Z} | \gamma, \mathbf{M}_p) &= \nu \log \|\gamma(\nu-N)\mathbf{M}_p\| \\ &\quad - (K+\nu) \log \|\gamma(\nu-N)\mathbf{M}_p + \mathbf{S}\| \\ &\quad - L \log \|\mathbf{M}_p\| - \text{tr}\left(\mathbf{M}_p^{-1} \sum_{l=1}^L \mathbf{x}_{l,\mu} \mathbf{x}_{l,\mu}^H\right) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} &\text{将式(13)对 } \mathbf{M}_p \text{ 求偏导数置零,经整理得} \\ &[(\nu-L)\mathbf{M}_p^{-1} + \mathbf{M}_p^{-1} \mathbf{T}_\mu \mathbf{M}_p^{-1}] [\gamma(\nu-N)\mathbf{M}_p + \mathbf{S}] \\ &\quad - (K+\nu)\gamma(\nu-N)\mathbf{I} = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $\mathbf{T}_\mu = \sum_{l=1}^L \mathbf{x}_{l,\mu} \mathbf{x}_{l,\mu}^H$ 。用  $\mathbf{S}^{-1/2} \mathbf{M}_p$  和  $\mathbf{M}_p^{-1} \mathbf{S}^{1/2}$  分别左乘、右乘式(14)得

$$\begin{aligned} &\tilde{\mathbf{T}}_\mu \mathbf{Y}^2 + [(\nu-L)\mathbf{I} + \gamma(\nu-N)\tilde{\mathbf{T}}_\mu] \\ &\quad \cdot \mathbf{Y} - (K+L)\gamma(\nu-N)\mathbf{I} = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$\tilde{\mathbf{T}}_\mu = \sum_{l=1}^L \tilde{\mathbf{x}}_{l,\mu} \tilde{\mathbf{x}}_{l,\mu}^H \quad (16)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_{l,\mu} = \mathbf{S}^{-1/2} \mathbf{x}_{l,\mu} \quad (17)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{S}^{1/2} \mathbf{M}_p^{-1} \mathbf{S}^{1/2} \quad (18)$$

由式(18)可知,  $\mathbf{Y}$  是 Hermitian 正定矩阵。假设  $\mathbf{u}$  是它的一个特征向量,  $\lambda$  是与之对应的特征值,且  $\lambda > 0$ 。用  $\mathbf{u}$  乘以式(15)

$$\tilde{\mathbf{T}}_\mu \mathbf{u} = \frac{\gamma(\nu-N)(K+L) - \lambda(\nu-L)}{\lambda^2 + \lambda\gamma(\nu-N)} \mathbf{u} \quad (19)$$

由式(19)可知,  $\mathbf{u}$  也是矩阵  $\tilde{\mathbf{T}}_\mu$  的一个特征向量,  $(\gamma(\nu-N)(K+L) - \lambda(\nu-L))/(\lambda^2 + \lambda\gamma(\nu-N))$  是对应的特征值。由式(16)可知,  $\tilde{\mathbf{T}}_\mu$  是秩为 1 的 Hermitian 正定矩阵,因此存在酉矩阵  $\mathbf{U}$  满足:

$$\tilde{\mathbf{T}}_\mu = \mathbf{U} \text{diag}\left(\sum_{l=1}^L \tilde{\mathbf{x}}_{l,\mu}^H \tilde{\mathbf{x}}_{l,\mu}, 0, \dots, 0\right) \mathbf{U}^H \quad (20)$$

由此可见,  $\tilde{\mathbf{T}}_\mu$  有两个不同的特征值,即

$$\frac{\gamma(\nu-N)(K+L) - \lambda(\nu-L)}{\lambda^2 + \lambda\gamma(\nu-N)} = \begin{cases} 0 \\ \sum_{l=1}^L \tilde{\mathbf{x}}_{l,\mu}^H \tilde{\mathbf{x}}_{l,\mu} \end{cases} \quad (21)$$

由式(21)的第 1 个方程得

$$\tilde{\lambda} = \frac{(\nu-N)(K+L)}{(\nu-L)} \gamma \quad (22)$$

由式(21)的第 2 个方程得

$$\begin{aligned} &\|\tilde{\mathbf{x}}_\mu\|^2 \lambda^2 + [\gamma(\nu-N)\|\tilde{\mathbf{x}}_\mu\|^2 + (\nu-L)\lambda] \\ &\quad - \gamma(\nu-N)(K+L) = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

其中  $\|\tilde{\mathbf{x}}_\mu\|^2 = \sum_{l=1}^L \tilde{\mathbf{x}}_{l,\mu}^H \tilde{\mathbf{x}}_{l,\mu} = \|\tilde{\mathbf{x}}_{1,\mu}\|^2 + \dots + \|\tilde{\mathbf{x}}_{L,\mu}\|^2$ 。式(23)有唯一的正实根,我们不要求出其显示解,下面只利用了该方程式。因此,式(15)的解为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^H \quad (24)$$

其中

$$\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\left(\|\tilde{\mathbf{x}}_\mu\|^2, 0, \dots, 0\right) \quad (25)$$

利用式(18)和式(24),可得  $\mathbf{M}_p$  的 MLE 为

$$\mathbf{M}_{p,ML} = \mathbf{S}^{1/2} \mathbf{U} \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{S}^{1/2} \quad (26)$$

#### 3.2 比例因子 $\gamma$ 的 MLE

令

$$g(\gamma) = \max_{\mathbf{M}_p} f_\mu(\mathbf{X}_\mu, \mathbf{Z} | \gamma, \mathbf{M}_p) \quad (27)$$

将式(26)代入式(11),忽略与  $\gamma$  无关项得

$$g(\gamma) \propto \frac{\|\gamma \mathbf{\Lambda}^{-1}\|^\nu \|\mathbf{\Lambda}\|^L}{\|\gamma(\nu-N)\mathbf{\Lambda}^{-1} + \mathbf{I}\|^{K+\nu}} \exp\{-\text{tr}(\mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^H \tilde{\mathbf{T}}_\mu \mathbf{U})\} \quad (28)$$

由式(20)可知  $\mathbf{U}^H \tilde{\mathbf{T}}_\mu \mathbf{U} = \text{diag}\left(\|\tilde{\mathbf{x}}_\mu\|^2, 0, \dots, 0\right)$ 。注意

$$\begin{aligned} &\gamma \mathbf{\Lambda}^{-1} \text{ 和 } \gamma \text{ 无关,因此} \\ &g(\gamma) \propto \lambda^{K+L} \gamma^{\nu+(N-1)L} [\gamma(\nu-N) + \lambda]^{-(K+\nu)} \\ &\quad \cdot \exp\left(-\|\tilde{\mathbf{x}}_\mu\|^2 \lambda\right) \end{aligned} \quad (29)$$

对式(29)取对数

$$\log g(\gamma) \propto (K+L)\log \lambda + [\nu + (N-1)L]\log \gamma - (K+\nu)\log[\gamma(\nu-N)+\lambda] - \|\bar{\mathbf{x}}_\mu\|^2 \lambda \quad (30)$$

将式(30)对  $\gamma$  求偏导数置零, 经整理得

$$\begin{aligned} & \{(K+L)[\gamma(\nu-N)+\lambda] - (K+\nu)\lambda - \lambda[\gamma(\nu-N) \\ & + \lambda\|\bar{\mathbf{x}}_\mu\|^2]\} \gamma \frac{\partial \lambda}{\partial \gamma} - \lambda\gamma(K+\nu)(\nu-N) \\ & + \lambda[\nu + (N-1)L][\gamma(\nu-N)+\lambda] = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

由式(23)可知,  $\partial \lambda / \partial \gamma$  项为零。由此可得

$$\lambda = -\frac{(\nu-N)[(N-1)L-K]}{\nu+(N-1)L} \gamma \quad (32)$$

将式(32)代入式(23)得  $\gamma$  的 MLE 为

$$\gamma_{ML} = -1/\|\bar{\mathbf{x}}_\mu\|^2 \cdot \frac{NL}{(\nu-N)(N-1)L-K} \frac{\nu+(N-1)L}{L} \quad (33)$$

### 3.3 目标幅度 $a$ 的 MLE

令

$$h(\mathbf{a}) = \max_{\gamma, \mathbf{M}_p} f_\mu(\mathbf{X}_\mu, \mathbf{Z} | \gamma, \mathbf{M}_p) \quad (34)$$

将式(33)代入式(32)可得  $\lambda = NL/\|\bar{\mathbf{x}}_\mu\|^2$ , 由式(33)可知  $\gamma\|\bar{\mathbf{x}}_\mu\|^2$  为常数。因此

$$h(\mathbf{a}) \propto 1/\|\bar{\mathbf{x}}_\mu\|^{2NL} \quad (35)$$

在  $H_1$  假设下, 求目标幅度的 MLE 等价于求式(36)的最小值

$$\begin{aligned} a_{i,ML} &= \min_{a_i} \left\| \mathbf{S}^{-1/2}(\mathbf{x}_i - a_i \mathbf{v}) \right\|^2 = \min_{a_i} (\mathbf{x}_i - a_i \mathbf{v})^H \\ & \cdot \mathbf{S}^{-1}(\mathbf{x}_i - a_i \mathbf{v}), \quad l=1, \dots, L \end{aligned} \quad (36)$$

因此, 我们得到目标幅度的 MLE

$$a_{i,ML} = \frac{\mathbf{v}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x}_i}{\mathbf{v}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{v}}, \quad l=1, \dots, L \quad (37)$$

和此目标幅度对应的最小值

$$\mathbf{x}_i^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x}_i - \frac{|\mathbf{v}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x}_i|^2}{\mathbf{v}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{v}} \quad (38)$$

将式(26), 式(33)和式(37)的 MLE 代入 GLRT, 经变换可得 GLRT 的检验统计量为

$$A = \frac{\sum_{l=1}^L |\mathbf{v}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x}_l|^2}{(\mathbf{v}^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{v}) \left( \sum_{l=1}^L \mathbf{x}_l^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{x}_l \right)} \quad (39)$$

由式(39)可以看出, 当辅数据的干扰协方差矩阵是逆 Wishart 分布的随机矩阵时, 分布目标的 GLRT 是主数据的自适应相干估计器(ACE)之和。当目标只存在于单个距离门时, 即  $L=1$ , 式(39)的 GLRT 退化为点目标检测器<sup>[12]</sup>, 同时和最初由 Scharf 等人提出的 ACE 形式一致<sup>[7]</sup>。另外, 该检测器和部分均匀杂波环境中的广义自适应子空间检测器(GASD)结果一致<sup>[2]</sup>。不同之处在于: (1) 本文假

设辅数据干扰协方差矩阵是服从逆 Wishart 分布的随机矩阵, 而 GASD 是基于确定的未知协方差矩阵的; (2) 本文的检测器是 1 步 GLRT, 而 GASD 是将基于辅数据的采样协方差矩阵(SCM)代入基于主数据的 GLRT 得到的, 即两步 GLRT。

## 4 检测性能分析

### 4.1 CFAR 特性分析

类似文献[3]的方法, 将目标导向矢量先白化滤波再用酉矩阵  $\mathbf{V}$  将其旋转至坐标主轴, 即

$$\mathbf{V}^H \mathbf{M}_p^{-1/2} \mathbf{v} = \mathbf{e} \quad (40)$$

其中  $\mathbf{e} = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ 。对快拍信号和辅数据进行同样的变换

$$\tilde{\mathbf{x}}_i = \mathbf{V}^H \mathbf{M}_p^{-1/2} \mathbf{x}_i \quad (41)$$

$$\tilde{\mathbf{Z}} = \gamma^{-1/2} (\nu - N)^{-1/2} \mathbf{V}^H \mathbf{M}_p^{-1/2} \mathbf{Z} \quad (42)$$

变换后的检验统计量为

$$\tilde{A} = \frac{\sum_{l=1}^L |e^H \tilde{\mathbf{S}}^{-1} \tilde{\mathbf{x}}_l|^2}{(e^H \tilde{\mathbf{S}}^{-1} e) \left( \sum_{l=1}^L \tilde{\mathbf{x}}_l^H \tilde{\mathbf{S}}^{-1} \tilde{\mathbf{x}}_l \right)} \quad (43)$$

其中  $\tilde{\mathbf{S}} = \tilde{\mathbf{Z}} \tilde{\mathbf{Z}}^H$ 。在  $H_0$  假设下,  $\tilde{\mathbf{x}}_i$  服从复高斯分布, 即  $\tilde{\mathbf{x}}_i \sim N_N(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ 。另外, 给定  $\mathbf{M}_s$ 、 $\mathbf{M}_p$  和  $\gamma$  时,  $\tilde{\mathbf{S}}$  服从自由度为  $K$  的复 Wishart 分布, 其 PDF 为

$$\begin{aligned} f(\tilde{\mathbf{S}} | \mathbf{M}_s, \gamma, \mathbf{M}_p) &= \frac{\|\tilde{\mathbf{S}}\|^{K-N} \|\gamma(\nu-N)\mathbf{M}_p\|^K}{\tilde{\Gamma}_N(K) \|\mathbf{M}_s\|^K} \\ & \cdot \exp\left\{-\mathbf{M}_s^{-1} \left[ \gamma(\nu-N)\mathbf{M}_p^{1/2} \mathbf{V} \tilde{\mathbf{S}} \mathbf{V}^H \mathbf{M}_p^{1/2} \right]\right\} \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} f(\tilde{\mathbf{S}} | \gamma, \mathbf{M}_p) &= \int_{\mathbf{M}_s} f(\tilde{\mathbf{S}} | \mathbf{M}_s, \gamma, \mathbf{M}_p) f(\mathbf{M}_s | \gamma, \mathbf{M}_p) d\mathbf{M}_s \\ &= \frac{\tilde{\Gamma}_N(K+\nu)}{\tilde{\Gamma}_N(K) \tilde{\Gamma}_N(\nu)} \frac{\|\tilde{\mathbf{S}}\|^{K-N}}{\|\tilde{\mathbf{S}} + \mathbf{I}\|^{K+\nu}} \end{aligned} \quad (45)$$

由于  $\tilde{\mathbf{S}}$ ,  $\tilde{\mathbf{x}}_i$  均和杂波统计特性参数  $\mathbf{M}_p$ 、 $\mathbf{M}_s$  及  $\gamma$  无关, 且  $\mathbf{e}$  是常数向量, 因此式(43)的检验统计量和干扰统计特性无关, 也就是说检测器具有 CFAR 特性。

### 4.2 计算复杂度

本小节给出本文检测器计算复杂度的估计。其中, 主要考虑复的乘除操作而忽略加减操作。此外, 不考虑任何特殊数字信号处理(DSP)硬件的使用, 也不考虑矩阵的特殊结构带来的操作简化。假设检测自由度为  $N$ , 辅数据数目为  $K$ , 主数据数目为  $L$ 。该检测器各步骤的运算量见表 1。对于分布目标而言, 每个主数据都需要计算步骤(5)和步骤(6)。因此, 检测器总的运算量为

$$\text{运算量} = N^3 + N^2(K+L+1) + N(2L+1)$$

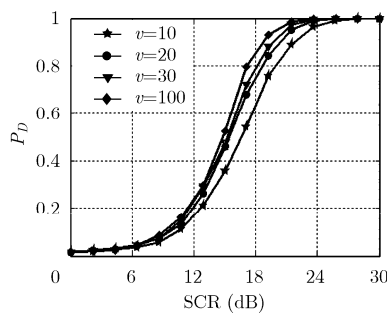
### 4.3 仿真实验分析

本节进行一组仿真实验评价检测器的性能。其

表1 检测器的运算量

运算步骤	任务	运算量
(1)	$S = ZZ^H$	$N^2K$
(2)	$S^{-1}$	$N^3$
(3)	$w = S^{-1}v$	$N^2$
(4)	$v^H S^{-1}v = w^H v$	$N$
(5)	$v^H S^{-1}x_i = w^H x_i$	$N$
(6)	$x_i^H S^{-1}x_i$	$N^2 + N$

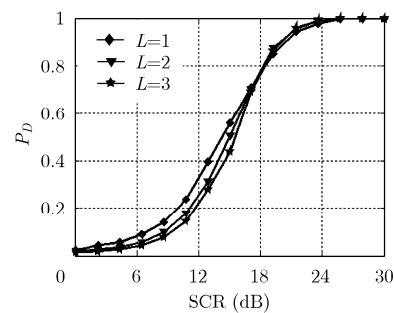
中, 检测自由度  $N = 10$ , 辅数据数目  $K = 2N$ 。为了节省仿真时间, 虚警概率设置为  $P_{FA} = 10^{-3}$ , 进行  $100/P_{FA}$  次蒙特卡罗仿真。定义信杂噪比(SCR)  $SCR = \sum_{l=1}^L |a_l|^2 v^H M_p^{-1} v$ 。图4是主数据数目  $L = 3$  时, 协方差矩阵的分布自由度  $\nu$  对检测性能的影响。

图4 分布自由度  $\nu$  对检测性能的影响

由图可以看出检测性能随  $\nu$  的增加而增加, 并趋于最优。这是因为,  $\nu$  是衡量主、辅数据协方差矩阵距离的参数, 其值越大表示主、辅数据的协方差矩阵越接近, 杂波环境越趋于均匀, 因此检测性能越好。图5是逆 Wishart 分布自由度  $\nu = 20$  时, 主数据数目  $L$  对检测性能的影响。可以看出: 低 SCR 情况下, 随着目标跨越距离门数目的增加检测性能稍有下降。

## 5 结论

本文假设主、辅数据的干扰协方差矩阵是服从逆 Wishart 分布的随机矩阵, 研究了这种非均匀杂波中的分布目标检测。根据广义似然比准则得到的检测器是每个主数据对应的 ACE 之和, 与基于确定性的未知干扰协方差矩阵得到的 GASD 一致。此外, 检测器具有 CFAR 特性。

图5 主数据数目  $L$  对检测性能的影响

## 参考文献

- [1] Bandiera F, Orlando D, and Ricci G. CFAR detection of extended and multiple point-like targets without assignment of secondary data [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2006, 13(4): 240-243.
- [2] Conte E, De Maio A, and Ricci G. GLRT-based adaptive detection algorithms for range-spread targets [J]. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 2001, 49(7): 1336-1348.
- [3] Kelly E J. An adaptive algorithm [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1986, AES-22(1): 115-127.
- [4] Shuai X, Kong L, and Yang J. Performance analysis of GLRT-based adaptive detector for distributed targets in compound-Gaussian clutter[J]. *Signal Processing*, 2010, 90(1): 16-23.
- [5] Roy L P and Kumar R V R. Performance deterioration of the matched filter detector in partially correlated texture based compound-Gaussian clutter environment [C]. *IEEE Radar Conference*, Pasadena, California, USA, May 2009: 1-5.
- [6] Roy L P and Kumar R V R. A GLRT detector in partially correlated texture based compound-Gaussian clutter [C]. *2010 National Conference on Communications*, Chennai, January 2010: 1-5.
- [7] Scharf L L and McWhorter T. Adaptive matched subspace detectors and adaptive coherence estimators [C]. *Proc. 30th Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, Pacific Grove, CA, November 1996: 1114-1117.

- [8] Wang P, Li H, and Himed B. A bayesian parametric test for multichannel adaptive signal detection in nonhomogeneous environments [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2010, 17(4): 351-354.
- [9] Bidon S, Besson O, and Tournet J Y. A bayesian approach to adaptive detection in nonhomogeneous environments[J]. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 2008, 56(1): 205-217.
- [10] De Maio A, Farina A, and Foglia G. Adaptive radar detection: a Bayesian approach [C]. *Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Radar*, Waltham, MA, April 2007: 624-629.
- [11] Robey F C, Fuhrmann D R, and Kelly E J, et al.. A CFAR adaptive matched filter [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1992, 28(1): 208-216.
- [12] Bidon S, Besson O, and Tournet J Y. The adaptive coherence estimator is the generalized likelihood ratio test for a class of heterogeneous environments [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2008, 15: 281-284.

- 尚秀芹: 女, 1983年生, 博士生, 研究方向为自适应目标检测、阵列信号处理和多变量统计信号处理。  
 宋红军: 男, 1968年生, 研究员, 博士生导师, 研究方向为 SAR 系统仿真、成像新体制研究、信号处理。  
 程增菊: 女, 1985年生, 博士生, 研究方向为机载 SAR 成像技术。  
 赵秉吉: 男, 1985年生, 博士生, 研究方向为地球同步轨道 SAR 关键技术。