

## 基于矩量法的电大目标 RCS 核外并行计算

徐晓飞\* 曹祥玉 高 军 吴君辉 郑秋容  
(空军工程大学电讯工程学院 西安 710077)

**摘 要:** 核外求解计算可以解决计算机内存不足的问题, 但由于硬盘读写速度的限制, 使得问题的求解速度过慢。针对上述问题, 该文采用了核外并行求解方法; 为充分利用各计算节点的内存和减少读写数据的时间, 将矩阵按分块依次并行消元, 加快了问题求解速度。计算了金属立方体、金属组合体和飞机模型的双站雷达散射截面, 并与常规核外并行方法、核内并行方法进行了比较。结果表明, 该文方法可快速、有效地求解电大目标的电磁散射问题, 而且不损失计算精度。

**关键词:** 雷达散射截面; 核外并行求解; 矩量法

中图分类号: TN011

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)03-0758-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00519

## Parallel Out-of-core Calculation of Electrically Large Objects' RCS Based on MOM

Xu Xiao-fei Cao Xiang-yu Gao Jun Wu Jun-hui Zheng Qiu-rong  
(Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

**Abstract:** The problems, which can not be calculated due to the insufficient of memory, can be solved with out-of-core solving method, but it takes too longer time because the speed limit of the data reading/writing on the disk. To solve the above problem, parallel out-of-core solving method is used. In order to use the RAM sufficiently and reduce the reading/writing time, the matrix is eliminated by looping over blocks in parallel, so the solving speed is accelerated. The bistatic RCS of a PEC cube, a PEC union and a plane model are calculated, respectively. Parallel block out-of-core solver, which is proposed in this paper, is compared with usual parallel out-of-core solver and parallel in-core solver. The results indicate that the method in this paper can effectively solve the scattering problems of electrically large objects, and the calculation precision is not lost.

**Key words:** RCS (Radar Cross Section); Parallel out-of-core solver; MOM (Method Of Moments)

### 1 引言

大规模科学计算涉及到海量数据的访问和处理, 然而计算机内存容量的限制, 某个时刻只能有部分数据被读入内存参加计算, 计算后再写回硬盘。由于运算过程中数据没有全部读入内存储器中, 称之为核外计算<sup>[1]</sup>。矩量法<sup>[2]</sup>作为求解电磁场数值问题的经典方法, 在处理电大尺寸散射问题时, 由于计算未知量的增多, 需要耗费大量计算机物理内存, 这时采用核外计算是不错的解决方法。

图 1 描述了核外求解方法的具体过程, 计算机处理后, 将数据直接存储到硬盘的相应文件中, 由于硬盘的存储空间较大, 所以电大问题也可以进行

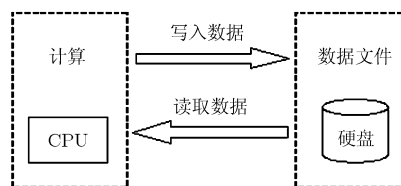


图 1 核外求解方法示意图

求解。但由于硬盘读写数据速度的限制, 使得问题求解的时间过长。为加快计算速度, 采用了核外并行求解方法, 利用计算机集群对数据进行并行计算和存储。然而单一的核外并行求解, 虽然能在一定程度上加快求解速度, 但硬盘读写数据的时间过长还是主要问题。针对这一问题, 本文提出了一种分块并行求解矩阵方程的方法, 可以有效的利用集群各个节点的物理内存, 对数据按分块集中读写, 从而极大地缩短了问题求解时间。

目前对于目标散射特性的计算, 或者采用高频

2010-05-24 收到, 2010-10-28 改回

国家自然科学基金(60671001), 陕西省自然科学基金重点项目(2010JZ010), 陕西省基础研究基金(SJ08-ZT06)和空军工程大学电讯工程学院博士创新基金(200706)资助课题

\*通信作者: 徐晓飞 x.f.xu@live.cn

方法、改进算法来减少计算的复杂度<sup>[3-6]</sup>,但降低了计算精度;或者通过并行计算来扩充内存<sup>[7-10]</sup>,但都是基于物理内存的核内求解方法,对于某些电大问题,仍然无法满足问题的需要。经过计算表明,本文提出的核外并行求解方法可以有效地求解电大目标的散射问题,其求解效率与核内并行求解方法只相差 5.3%。

## 2 理论分析

根据导体表面  $S$  上切向电场连续条件,可得到电场积分方程 EFIE 为

$$E_{\text{tan}}^{\text{inc}} = [j\omega A(r) + \nabla\Phi(r)]_{\text{tan}}, \quad r \in S \quad (1)$$

其中  $E^{\text{inc}}$  表示入射场,  $A(r)$  和  $\Phi(r)$  分别表示磁矢位与磁标位,其表达式为

$$A(r) = \frac{\mu}{4\pi} \iint_S J(r') \frac{e^{-jkR}}{R} dS' \quad (2)$$

$$\Phi(r) = \frac{-1}{4\pi j\omega\epsilon} \iint_S \nabla'_s \cdot J(r') \frac{e^{-jkR}}{R} dS' \quad (3)$$

对于散射体模型,表面未知电流用 RWG 基函数<sup>[11]</sup>进行展开。RWG 基函数用共边的三角形对作为基本片形式,第  $n$  条边所对应的电流基函数为

$$f_n(r) = \begin{cases} \frac{l_n}{2A_n^+} \rho_n^+, & r \in T_n^+ \\ \frac{l_n}{2A_n^-} \rho_n^-, & r \in T_n^- \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (4)$$

散射体表面  $S$  上的电流密度可近似表示为

$$J \approx \sum_{n=1}^N I_n f_n(r) \quad (5)$$

采用伽略金法,选取式(2)基函数作为检验函数,对式(1)进行检验,推导得到  $N$  阶矩阵方程:

$ZI = V$ , 其中

$$Z_{mn} = l_m \left[ j\omega \left( A_{mn}^+ \cdot \frac{\rho_m^+}{2} + A_{mn}^- \cdot \frac{\rho_m^-}{2} \right) + \Phi_{mn}^+ - \Phi_{mn}^- \right] \quad (6)$$

$$V_m = l_m \left( E_m^+ \cdot \frac{\rho_m^+}{2} + E_m^- \cdot \frac{\rho_m^-}{2} \right) \quad (7)$$

## 3 核外并行计算

### 3.1 计算集群系统

本文应用的 PC 集群系统是基于 MPICH 软件组建的,其模型如图 2 所示,系统主要参数为:8 个计算节点,每个节点 2.4 GHz CPU, 1.0 GB 内存; 10/100 Mb/s 交换机。

主计算机任务是分配工作(包括自己),从计算机任务是单纯的工作,工作结束向主计算机汇报。

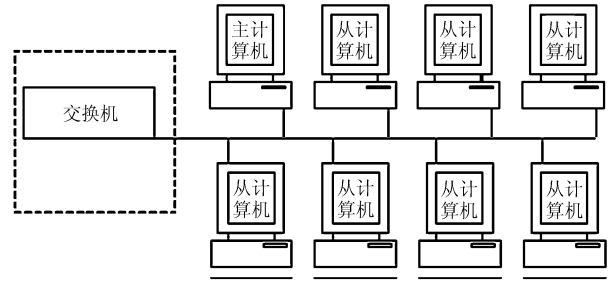


图 2 MPI PC 集群系统

### 3.2 核外并行计算方法设计

对于阻抗矩阵的核外并行计算填充,可以选择按行循环或列循环进行进程任务分配。按以上两种循环方式对进程进行任务分配,可以保证各进程负载均衡。基于高斯消元法的特点<sup>[12]</sup>,采用按列循环方式进行阻抗矩阵填充,其具体过程如图 3 所示。

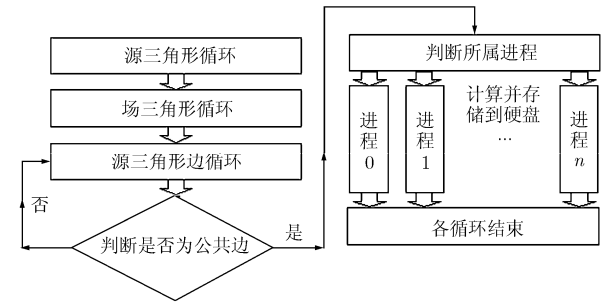


图 3 核外并行矩阵填充

高斯消去法求解矩阵方程是把矩阵方程组  $Ax = B$  化为上三角矩阵方程组的过程,消元公式为

$$a_{ji} = a_{ji} + a_{ii} \left( \frac{-a_{ji}}{a_{ii}} \right) = 0 \quad (8)$$

核外并行高斯消元过程如图 4 所示。为避免出现  $a_{ii} = 0$  的情况,在消元的第  $i$  步,由第  $i$  列所属进程找到最大主元行,并进行广播。交换行后由第  $i$  列所属进程计算出乘积因子,将乘积因子广播给各进程进行消元。

### 3.3 核外分块并行计算方法设计

对于单一的核外并行计算方法,可在一定程度

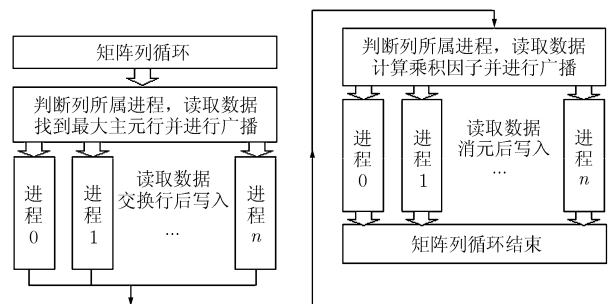


图 4 核外并行消元过程

上加快问题的求解速度，但各进程节点对硬盘数据文件的读写操作仍然占据大量的时间。在上述计算过程中，各节点的物理内存并没有得到利用，处于闲置状态，为充分利用各进程节点内存，本文提出了一种核外分块并行计算方法。

在计算阻抗矩阵前，将整个矩阵分为  $n$  块。每一块按列循环方式对进程进行任务分配，每个进程将每块属于自己的阻抗元素写入一个文件，如图 5 所示。

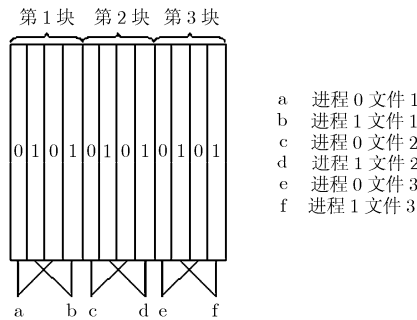


图 5 核外分块并行填充示意图

整体的矩阵求解过程，可以分为  $n$  步，在第  $i$  步，首先将第  $i$  块没有被斜线阴影覆盖的阻抗元素读入内存，然后各进程并行高斯消元，并将各列所需的最大主元行数和乘积因子分别存储到数组  $Max\_row(k)$  和  $Each\_k(j,k)$  中，再把第  $i$  块写入硬盘相应文件。然后将第  $i+1$  块没有被斜线阴影覆盖的元素读入内存存储到数组  $Z(j,k)$  中，按第  $i$  块的消元过程进行消元，最大主元行编号与乘积因子已经存储到数组  $Max(k)$  和  $Each\_k(j,k)$  中，消元处理后再将第  $i+1$  块写入硬盘相应文件。第  $i+2$  到  $n$  块按第  $i+1$  块的消元过程进行处理，当最后一块处理完毕，第  $i$  步结束，第  $i+1$  步开始。具体过程如图 6 所示。

图 6 为分块并行高斯消元过程示意图，将矩阵

分为 3 块，两个进程节点进行计算。没有被阴影所覆盖区域为每一步需要处理的元素。可以看出，随着步数的增加，每一步所需要处理的数据逐渐减少。其减少幅度为

$$data\_num = \frac{2n - 2i + 3}{n^2} \cdot unknowns^2 \quad (9)$$

其中  $data\_num$  为第  $i$  步比第  $i-1$  步减少的需要处理的数据量， $n$  为总步数，即总块数， $unknowns$  为未知量的个数。

为了减少数据通信量，将矩阵进一步化为对角矩阵，避免了迭代过程，最后只需要将主对角线上的元素传递给主进程即可。上三角消元过程与下三角消元过程相似，方向相反。不同之处在于，在读入第  $i$  块后，计算出乘积因子，只需对右端电压矩阵进行消元处理即可，矩阵下三角已经为 0，上三角消元对主对角元素没有影响。

值得注意的是，为减少读写操作，在上三角消元的第 1 步，无需将最后一块读入内存，因为在下三角消元的组后一步已经将该块读入内存。总共所需读写文件的次数分别为

$$\left. \begin{aligned} read\_num &= n! + n - 1 \\ write\_num &= n! \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

其中  $n$  为矩阵所划分的块数。每一块的大小要小于计算机总内存，以保证能够每次将整块读入内存，但也不应过小，过小也造成了内存的浪费。分块的标准为每一块大小接近计算机物理内存总和的一半，因为还要留有空间来储存消元所需的最大主元行编号和乘积因子。

### 4 算例与结果分析

首先为验证算法的有效性，计算了一个金属立方体的双站 RCS，立方体边长为  $\lambda$ ，沿  $-x$  方向传播的平面波  $E_z$  垂直入射，共剖分得到 1536 个三角形，2304 个未知量。开启两个进程，分别用常规核外并

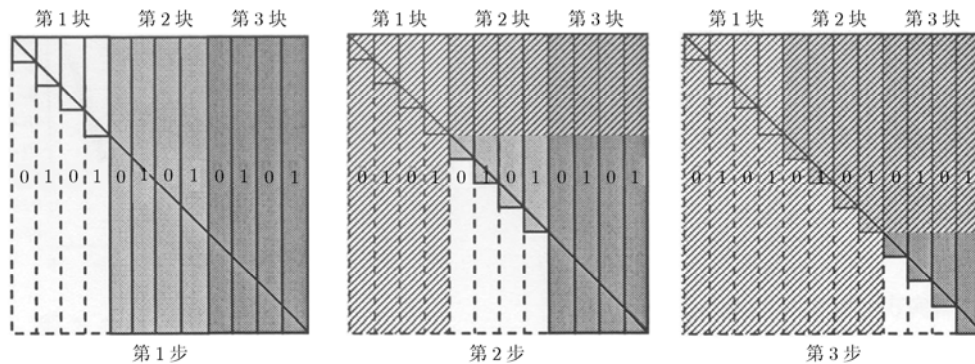


图 6 核外分块并行高斯消元示意图

行方法(图 4 所示方法)和本文提出的核外分块并行方法进行了计算。图 7 为金属立方体模型和 XOZ 面归一化 RCS。两种方法的计算结果完全吻合,说明本文方法的正确性。常规核外并行方法的求解时间为 3 h 48 min,因为常规的核外并行方法每处理一个矩阵元素就需要读写一次,这就造成求解时间过长。而本文算法只需要 86 s,可见本文算法较常规核外并行方法的高效性。

为进一步验证算法的正确性和有效性,计算了金属球与金属锥体的组合体的散射,球体半径为  $a$ ,锥体底面半径为  $a$ ,高度为  $2a$ ,其电尺寸  $k_0a = 5\pi/2$ ,球心与锥体顶点重合。假定沿  $-z$  方向传播的平面波  $E_x$  向组合体垂直入射,共剖分得到 18972 个未知量,理论所需内存为 2.68 GB。分别采用核内并行求解方法和本文提出的核外并行求解方法对该模型的双站 RCS 进行了计算,都开启了相同的 4 个进程,模型与计算结果如图 8 所示。

由图 8 可以看出,本文的核外并行求解方法与通常使用的核内并行求解方法计算结果完全吻合,说明本文方法没有损失计算精度。将矩阵划分为不同的块数进行了计算,并与核内并行求解的时间进行了比较。

由表 1 中的求解时间可以看出本文方法的高效性。当矩阵分为 2 块时,时间最短,与核内并行求解的时间只相差 5.3%。矩阵分块数越多,求解时间

越长,因为分块数增多导致读写数据次数增多,所需的读写时间就越长。

表 1 求解时间比较

方法	矩阵分块数	求解时间 (min)
核内并行求解	-	418
核外并行分块求解	2	440
核外并行分块求解	4	451
核外并行分块求解	6	463

然后计算了一个飞机模型的双站 RCS,其电尺寸约为  $7\lambda \times 6\lambda \times 1.4\lambda$ ,假定沿  $+z$  方向传播的平面波  $E_x$  向组合体垂直入射,共剖分得到 42876 个未知量,理论所需内存为 13.7 GB。采用本文方法,开启了 8 个进程,将矩阵划分为 4 块,成功求解了该问题。计算时间约为 36 h,剖分模型与 XOZ, XOY 面散射方向图如图 9,图 10 所示。

### 5 结束语

对于电大尺寸的散射特性计算,通过核外求解技术可以解决由于未知量过多而导致内存不足的问题。但硬盘的读写速度成为了求解速度的瓶颈。本文提出的核外并行求解方法,将数据分块集中读写,极大地缩短了问题的求解时间,而且不损失计算精度。

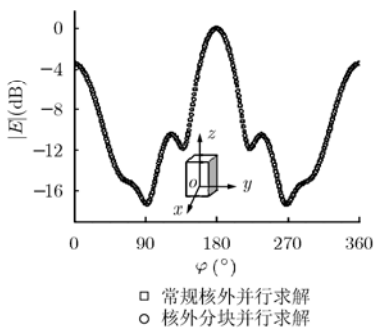


图 7 金属立方体归一化散射方向图

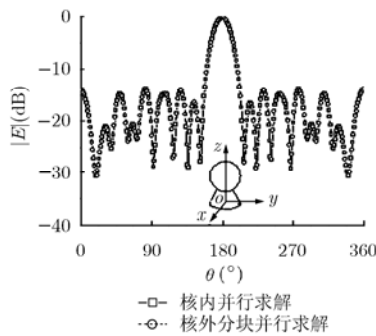


图 8 金属组合体归一化散射方向图

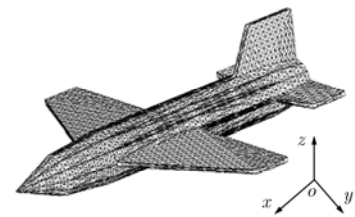


图 9 飞机模型剖分示意图

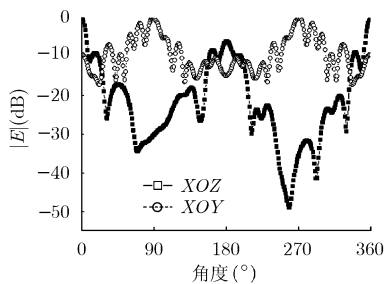


图 10 飞机模型归一化散射方向图

### 参考文献

- [1] Ramanujam J, Kandemir M, and Choudhary A, et al. Compilation techniques for out-of-core parallel computations [J]. *Parallel Computing*, 1998, 23(324): 597-628.
- [2] Harrington R F. *Field Computation by Moment Methods* [M]. Piscataway: IEEE Press, 1993: 62-101.
- [3] 袁浩波, 王楠, 梁昌洪. 一种高效计算雷达散射面积的矩量法[J]. *西安电子科技大学学报*, 2009, 36(4): 629-632.

Yuan H B, Wang N, and Liang C H. Efficient method of

- moments for the computation of RCS [J]. *Journal of Xidian University*, 2009, 36(4): 629-632.
- [4] Li X F, Xie Y J, and Wang R. Bistatic RCS prediction for complex targets using modified current marching technique [J]. *Progress In Electromagnetics Research*, PIER 93, 2009: 13-28.
- [5] 李晓峰, 谢拥军, 王元源. 半空间电大导体目标散射的高频分析方法 [J]. 电子与信息学报, 2009, 31(5): 1268-1270.  
Li X F, Xie Y J, and Wang Y Y. High-frequency analysis on scattering from conductive targets with electrically large size in half space [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(5): 1268-1270.
- [6] Gao Z H and Wang M L. An Efficient algorithm for calculating aircraft RCS based on the geometrical characteristics [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2008, 21(4): 296-303.
- [7] 袁军, 刘其中, 郭景丽等. 电大尺寸涂层散射体RCS的快速并行分析 [J]. 电子与信息学报, 2008, 30(10): 2360-2363.  
Yuan J, Liu Q Z, and Guo J L, *et al.* Rcs fast analysis of electrically large coated scatters via parallel method [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(10): 2360-2363.
- [8] 卢光辉, 孙世新, 聂在平等. 并行处理技术在电大尺寸复杂目标电磁散射中的应用[J]. 电子学报, 2003, 31(6): 882-885.  
Lu G H, Sun S X, and Nie Z P, *et al.* Application of the parallel processing technology to electromagnetic scattering from electrically large complex objects [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2003, 31(6): 882-885.
- [9] Guo L X, Wang A Q, and Ma J. Study on EM scattering from 2-D target above 1-D large scale rough surface with low grazing incidence by parallel MOM based on PC clusters [J]. *Progress In Electromagnetics Research*, 2009, PIER 89: 149-166.
- [10] Jaime L, Marcos R P, and Raj M, *et al.* Parallelized multilevel characteristic basis function method for solving electromagnetic scattering problems [J]. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2009, 51(12): 2963-2969.
- [11] Rao S M, Wilton D R, and Glisson A W. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape [J]. *IEEE Transaction on Antennas and Propagat*, 1982, 30(5): 409-418.
- [12] J. Thomas King 著, 林成森, 颜起居, 李明霞 译. 数值计算引论 [M]. 南京: 南京大学出版社, 2002: 136-148.
- 徐晓飞: 男, 1982年生, 博士生, 研究方向为电磁场高效数值计算.
- 曹祥玉: 女, 1964年生, 教授, 研究方向为电磁场数值计算、天线、电磁兼容等.
- 高 军: 男, 1962年生, 副教授, 研究方向为计算电磁学、天线、电磁兼容等.
- 吴君辉: 女, 1985年生, 硕士生, 研究方向为电磁场数值计算.
- 郑秋容: 男, 1973年生, 博士, 研究方向为波导缝隙天线、光子晶体、电磁场数值计算等.