

基于压缩感知的随机噪声成像雷达

江海^{*①②③} 林月冠^{①②③} 张冰尘^{①②} 洪文^{①②}

^①(中国科学院电子学研究所 北京 100190)

^②(微波成像技术国家级重点实验室 北京 100190)

^③(中国科学院研究生院 北京 100190)

摘要: 近年来提出的压缩感知(CS)理论指出可以从很少的采样点中以很大的概率准确重建原始的未知稀疏信号。该文将压缩感知与随机噪声雷达相结合,提出了基于压缩感知的随机噪声雷达,并给出了该雷达系统的基本原理框图,从理论上证明了基于压缩感知的随机噪声雷达的回波观测矩阵具有很好的等容性质,在目标场景稀疏或可以稀疏表示时,基于压缩感知的随机噪声雷达可以采集远小于常规随机噪声雷达成像所需的回波数据并能实现准确成像,最后通过仿真实验验证了该文的结论。

关键词: 随机噪声雷达; 成像雷达; 压缩感知; 稀疏重建

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)03-0672-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00518

Random Noise Imaging Radar Based on Compressed Sensing

Jiang Hai^{①②③} Lin Yue-guan^{①②③} Zhang Bing-chen^{①②} Hong Wen^{①②}

^①(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

^②(The National Key Laboratory of Microwave Imaging Technology, Beijing 100190, China)

^③(Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: Recent theory of Compressed Sensing (CS) suggests that exact recovery of an unknown sparse signal can be achieved from few measurements with overwhelming probability. In this paper, CS technology is combined with random noise radar and the concept of random noise radar is proposed based on CS. The block diagram of the radar system is presented. Detailed analysis show that the sensing matrix of the random noise radar based on CS exerts good Restricted Isometry Property (RIP). Given a sparse or transform sparse target scene, the random noise radar based on CS can get high accuracy image by collecting far less amount of echo data than conventional noise radar does. Finally, in this paper, the conclusions are all demonstrated by simulation experiments.

Key words: Random noise radar; Imaging radar; Compressed Sensing (CS); Sparse recovery

1 引言

随机噪声雷达^[1]是一种以微波噪声作为发射信号的雷达。将随机噪声作为成像雷达的发射信号,可以获得十分优良的低截获概率、电磁兼容性和抗射频干扰特性等,同时随机噪声信号的模糊函数是理想“图钉形”的,这使得它具有无模糊测距、测速性能和良好的距离、速度分辨率。由于这些特点,随机噪声雷达近年来得到了迅速的发展,在军事领域获得了日益广泛的应用。然而传统的随机噪声雷达成像系统由于系统带宽等实际因素限制,即使目标是理想的几何点,由雷达回波重建的点目标也不可能是理想的冲激函数,很难实现高精度准确成像。

近年来由 Donoho^[2]提出的压缩感知(CS)理论指出当信号满足稀疏或可压缩性时,可以采集少量观测信号,然后通过求解一个优化问题准确重建原始信号。基于这个理论,Baraniuk 等人^[3]将 CS 应用到雷达成像中,Herman 等人^[4]引入 Alltop 序列作为 2 维 CS 雷达成像系统的发射脉冲信号。

压缩感知理论的一个重要条件就是信号的非相关测量,Candes 等人^[5]概括为等容性条件(RIP)。现在已证明了随机高斯矩阵, Bernoulli 矩阵,以及部分傅里叶矩阵等具有很好的 RIP 性质。而实际雷达成像中观测矩阵并不是这些矩阵,因而研究雷达系统观测矩阵的 RIP 性质仍然是一个很困难的课题。

本文将压缩感知与随机噪声雷达相结合,提出了基于压缩感知的随机噪声雷达,给出了该雷达系统的基本原理框图和基本处理步骤,并从理论上

2010-05-24 收到, 2010-10-08 改回

国家 973 计划项目(2010CB731905)资助课题

*通信作者: 江海 jhai@live.cn

证明了基于压缩感知的随机噪声雷达的回波观测矩阵具有很好的 RIP，可以利用基于压缩感知的随机噪声雷达采集少量的回波数据对可以稀疏表示的目标场景准确成像，最后通过仿真实验验证了我们的结论。

2 压缩感知和 RIP 性质

2.1 压缩感知理论

压缩感知理论主要包括信号的稀疏表示、信号的非相关测量以及重建算法等 3 个核心内容，其前提条件是信号具有稀疏性或可压缩性。

由信号理论可知，时域信号 $\mathbf{X} \in \mathcal{C}^{n \times 1}$ ，能够用一组基 $\Psi = [\psi_1 | \psi_2 | \dots | \psi_n]$ 线性表示。

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^n \psi_i \alpha_i = \Psi \alpha \quad (1)$$

其中 α 是 $n \times 1$ 的系数向量， $\alpha_i = \langle \mathbf{X}, \psi_i \rangle$ 。如果式(1)中系数 α_n 仅有 k 个非零，则称信号 \mathbf{X} 在基 Ψ 上是稀疏的，称 Ψ 为信号 \mathbf{X} 的稀疏基或稀疏字典。如果对 \mathbf{X} 的测量也是在时域上进行的，则有

$$\mathbf{Y} = \Phi \mathbf{X} \quad (2)$$

其中 $\Phi \in \mathcal{C}^{m \times n}$ 是测量矩阵， $\mathbf{Y} \in \mathcal{C}^{m \times 1}$ 是测量值。由于 $m < n$ ，信号 \mathbf{X} 不能够直接由测量值 \mathbf{Y} 求解。但将式(1)代入式(2)中， \mathbf{Y} 可以写为

$$\mathbf{Y} = \Phi \mathbf{X} = \Phi \Psi \alpha = \Theta \alpha \quad (3)$$

其中 $\Theta = \Phi \Psi$ 是 $m \times n$ 矩阵。由于式(3)中的 α 是 k 稀疏的，且 $k < m < n$ ，稀疏系数 α 可以通过求解式(4)的最优化问题获得

$$\min_{\alpha} \|\alpha\|_1, \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{Y} = \Theta \alpha \quad (4)$$

式(4)的最优化问题可以通过基于 l_1 范数的最优化如 Bayes^[6]方法求解目标信号 α ，那么信号 \mathbf{X} 也能够重建。要使目标信号 α 能够准确重建，Candes 等人引入了观测矩阵 $\Theta = \Phi \Psi$ 的 RIP 定义，并在文献[7]中通过定理给出了重建误差的限制。

定义 1^[5] 称矩阵 Φ 满足 RIP(N, K, δ)，当且仅当对于给定的常数 $\delta \in (0, 1)$

$$(1 - \delta) \|\mathbf{x}\|_2^2 \leq \|\Phi \mathbf{x}\|_2^2 \leq (1 + \delta) \|\mathbf{x}\|_2^2 \quad (5)$$

对于任意长度为 N 的 K 稀疏信号 \mathbf{x} 都成立。

定理 1^[7] 若矩阵 Φ 的 $2K$ 阶等容性常数满足 $\delta_{2K} < \sqrt{2} - 1$ 时，给定测量值为 $\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} + \mathbf{e}$ ，其中噪声 \mathbf{e} 满足 $\|\mathbf{e}\|_2 \leq \varepsilon$ ，那么最优化问题

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}'} \|\mathbf{x}'\|_1, \quad \text{s.t.} \quad \|\Phi \mathbf{x}' - \mathbf{y}\|_2 \leq \varepsilon \quad (6)$$

的解 $\hat{\mathbf{x}}$ 满足

$$\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|_2 \leq C_0 \varepsilon + C_1 \frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_K\|_1}{\sqrt{K}} \quad (7)$$

其中

$$C_0 = 4 \frac{\sqrt{1 + \delta}}{1 - (1 + \sqrt{2})\delta}, \quad C_1 = 2 \frac{1 - (1 - \sqrt{2})\delta}{1 - (1 + \sqrt{2})\delta} \quad (8)$$

定理 1 给出了当观测矩阵 Φ 满足特定的 RIP 要求时，目标向量 \mathbf{x} 的重建误差的上界。当目标向量为 K 稀疏时，重建误差仅由观测噪声决定。

2.2 观测矩阵的 RIP 性质

在很多情况下，我们关心的是一些长度为 N 的 K 稀疏的复信号，下面将讨论复信号观测矩阵的 RIP 性质。复信号的实部和虚部均可以看作是一个实信号，而在文献[8]中讨论过一些满足收敛不等式的实随机矩阵的 RIP 性质，该收敛性质见引理 1。

引理 1^[8] 设矩阵 $\Phi \in R^{M \times N}$ 是一个由独立同分布 $N(0, 1/M)$ 的元素构成的大小为 $M \times N$ 的矩阵。设 $\mathbf{u} \in R^{N \times 1}$ 是任意一个长度为 N 的向量。给定 $\varepsilon \in (0, 1)$ ，那么矩阵 Φ 满足

$$\mathbb{E}(\|\Phi \mathbf{u}\|_2^2) = \|\mathbf{u}\|_2^2 \quad (9)$$

并且

$$\mathcal{P}(\left| \|\Phi \mathbf{u}\|_2^2 - \|\mathbf{u}\|_2^2 \right| \geq \varepsilon \|\mathbf{u}\|_2^2) \leq 2e^{-MC_0(\varepsilon)} \quad (10)$$

其中 $C_0(\varepsilon) = \varepsilon^2 / 4 - \varepsilon^3 / 6$ 。

实随机矩阵具有很好的收敛性质，下面将证明一些特定的复随机矩阵也满足收敛不等式，我们先引入 Hadamard 积的定义。

定义 2 $M \times N$ 矩阵 $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ 与 $M \times N$ 矩阵 $\mathbf{B} = [b_{ij}]$ 的 Hadamard 积记作 $\mathbf{A} \odot \mathbf{B}$ ，它仍然是一个 $M \times N$ 的矩阵，定义为

$$\mathbf{A} \odot \mathbf{B} = [a_{ij} b_{ij}] \quad (11)$$

引理 2 设矩阵 $\Phi \in R^{M \times N}$ 是一个由独立同分布 $N(0, 1/M)$ 的元素构成的大小为 $M \times N$ 的矩阵， $\mathbf{A} \in C^{M \times N}$ 是一个由幅度均为 1 的元素构成的矩阵。设 $\mathbf{u} \in C^{N \times 1}$ 是任意一个长度为 N 的向量。给定 $\varepsilon \in (0, 1)$ ，那么矩阵 $\Psi = \mathbf{A} \odot \Phi$ 满足

$$\mathbb{E}(\|\Psi \mathbf{u}\|_2^2) = \|\mathbf{u}\|_2^2 \quad (12)$$

并且

$$\mathcal{P}(\left| \|\Psi \mathbf{u}\|_2^2 - \|\mathbf{u}\|_2^2 \right| \geq \varepsilon \|\mathbf{u}\|_2^2) \leq 4e^{-MC_0(\varepsilon)} \quad (13)$$

其中 $C_0(\varepsilon) = \varepsilon^2 / 4 - \varepsilon^3 / 6$ 。

证明 首先记 $\mathbf{A} = [A_1^T \dots A_M^T]^T$ ， $\Phi = [\Phi_1^T \dots \Phi_M^T]^T$ ， $\Psi = [\Psi_1^T \dots \Psi_M^T]^T$ ，其中下标 i 分别表示对应矩阵的第 i 行。由于 Φ 的每个元素都是服从 $N(0, 1/M)$ 分布，所以对任意 $\mathbf{x} \in R^N$ ，有 $\Phi_i \mathbf{x} \sim N(0, \|\mathbf{x}\|_2^2 / M)$ ，那么

$$\mathbb{E}(\|\Phi \mathbf{x}\|_2^2) = \sum_{i=1}^M \mathbb{E}(\|\Phi_i \mathbf{x}\|_2^2) = M \cdot \|\mathbf{x}\|_2^2 / M = \|\mathbf{x}\|_2^2 \quad (14)$$

对于任意复向量 $\mathbf{z} = \mathbf{x} + j\mathbf{y} \in C^{N \times 1}$ ，有

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(\|\Phi z\|_2^2) &= \mathbb{E}(\|\Phi x\|_2^2 + \|\Phi y\|_2^2) = \mathbb{E}(\|\Phi x\|_2^2) \\ &\quad + \mathbb{E}(\|\Phi y\|_2^2) = \|x\|_2^2 + \|y\|_2^2 = \|z\|_2^2 \end{aligned} \quad (15)$$

由于 $\|A_{ik}\|_2^2 = 1$, 所以对于任意 $u \in \mathcal{C}^{N \times 1}$, 有

$$\|A_i^T \odot u\|_2^2 = \|u\|_2^2 \quad (16)$$

利用式(15), 式(16)可以得到

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(\|\Psi u\|_2^2) &= \sum_{i=1}^M \mathbb{E}(\|\Psi_i u\|_2^2) = \sum_{i=1}^M \mathbb{E}(\|(\Phi \odot A)_i u\|_2^2) \\ &= \sum_{i=1}^M \mathbb{E}(\|\Phi_i (A_i^T \odot u)\|_2^2) \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \|A_i^T \odot u\|_2^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \|u\|_2^2 = \|u\|_2^2 \end{aligned} \quad (17)$$

由引理 1 的结论有: 对于任意 $x \in \mathcal{C}^{N \times 1}$, 超过 $1 - 2e^{-MC_0(\varepsilon)}$ 的概率式(18)成立。

$$\mathcal{P}(\|\Phi x\|_2^2 - \|x\|_2^2 \leq \varepsilon \|x\|_2^2) \geq 1 - 2e^{-MC_0(\varepsilon)} \quad (18)$$

那么对于任意复向量 $z = x + jy \in \mathcal{C}^N$, 有

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\|\Phi z\|_2^2 - \|z\|_2^2 \leq \varepsilon \|z\|_2^2) &= \mathcal{P}(\|(\Phi x\|_2^2 + \|\Phi y\|_2^2) \\ &\quad - (\|x\|_2^2 + \|y\|_2^2)\| \leq \varepsilon (\|x\|_2^2 + \|y\|_2^2)) \\ &\geq \mathcal{P}(\|\Phi x\|_2^2 - \|x\|_2^2 \leq \varepsilon \|x\|_2^2) \\ &\quad \cdot \mathcal{P}(\|\Phi y\|_2^2 - \|y\|_2^2 \leq \varepsilon \|y\|_2^2) \\ &= (1 - 2e^{-MC_0(\varepsilon)}) \cdot (1 - 2e^{-MC_0(\varepsilon)}) \\ &= 1 - 4e^{-MC_0(\varepsilon)} + 4e^{-2MC_0(\varepsilon)} \geq 1 - 4e^{-MC_0(\varepsilon)} \end{aligned} \quad (19)$$

对任意 $u \in \mathcal{C}^{N \times 1}$ 有 $A_i^T \odot u \in \mathcal{C}^{N \times 1}$, 利用式(18)有

$$\begin{aligned} (1 - \varepsilon)\|u\|_2^2 &= (1 - \varepsilon)\|A_i^T \odot u\|_2^2 \leq \|\Phi(A_i^T \odot u)\|_2^2 \\ &\leq (1 + \varepsilon)\|A_i^T \odot u\|_2^2 = (1 + \varepsilon)\|u\|_2^2 \end{aligned} \quad (20)$$

对 $i = 1, 2, \dots, n$ 均以超过 $1 - 4e^{-MC_0(\varepsilon)}$ 的概率成立。

利用式(14), 式(15)可以得到对 $i, k = 1, 2, \dots, n$ 有

$$\mathbb{E}(\Phi_k(A_i^T \odot u)) = \frac{1}{M} \|u\|_2^2 \quad (21)$$

再利用式(20), 式(21)可得

$$(1 - \varepsilon)\|u\|_2^2 \leq \|\Psi u\|_2^2 = \sum_{i=1}^M \|\Phi_i(A_i^T \odot u)\|_2^2 \leq (1 + \varepsilon)\|u\|_2^2 \quad (22)$$

将以超过 $1 - 4e^{-MC_0(\varepsilon)}$ 的概率成立, 即

$$\mathcal{P}(\|\Psi u\|_2^2 - \|u\|_2^2 \geq \varepsilon \|u\|_2^2) \leq 4e^{-MC_0(\varepsilon)} \quad (23)$$

下面的定理 2 给出特定的复随机矩阵具有很好的 RIP 性质, 它可以用文献[8]中类似的方法从引理 2 得到证明。

定理 2 设矩阵 $\Phi \in R^{M \times N}$ 是一个由独立同分布 $N(0, 1/M)$ 的元素构成的大小为 $M \times N$ 的矩阵, $A \in C^{M \times N}$ 是一个由模为 1 的元素构成的矩阵。如果

$$M \geq C_1 K \lg(N/K) \quad (24)$$

那么矩阵 $\Psi = A \odot \Phi$ 以超过 $1 - 4e^{-C_2 M}$ 的概率满足 K 阶 RIP, 其中常数 C_1 和 C_2 取决于等容性常数 δ 。

3 基于压缩感知的随机噪声成像雷达

3.1 雷达系统模型

基于压缩感知的随机噪声成像雷达系统的基本框图如图 1 所示。

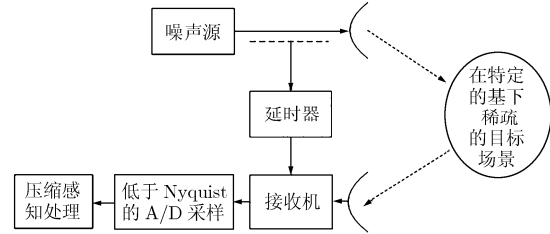


图 1 基于压缩感知的随机噪声雷达模型

其中发射部分发射的是窄带随机高斯脉冲信号; 在接收部分进行压缩采样, 目前压缩采样的方法主要有 3 种: 随机调制^[9], 随机采样和降采样; 然后对压缩采样信号利用压缩感知的方法进行重建, 如 Bayes^[6]等方法。

3.2 雷达回波模型

这里主要考虑聚束随机噪声雷达的地面平面几何模型, 根据该几何模型, 并且假设目标的后向散射系数是各向同性的, 那么我们可以将包含多个点目标的随机噪声雷达接收的回波信号模型写成

$$x_R(t) = \xi(t) + \sum_{i=1}^{N_T} A_i x_T \left(t - \frac{2R_i(t)}{c} \right) e^{-j\frac{4\pi}{\lambda} R_i(t)} \quad (25)$$

其中 N_T 是目标场景中稀疏目标的个数, $x_T(t)$ 是发射信号(一般为窄带高斯脉冲信号), A_i 表示第 i 个目标的回波复幅度, $R_i(t) = \sqrt{R_i^2 + (Vt)^2}$ 是第 i 个目标的瞬时斜距(它随时间 t 变化), c 表示光速, λ 表示发射信号的波长, $\xi(t)$ 为加性高斯白噪声。

类似的雷达信号模式, 可以用加强雷达图像形成的标准化的 l_p 模式方法^[10]的重构方法来得到反射区域的稀疏估计。

3.3 应用压缩感知处理

雷达成像的目的是为了获取目标场景的散射系数。假设目标场景的大小为 $K \times L$, 用传统的雷达进行成像时, 香农-奈奎斯特采样率要求以两倍信号带宽的频率采样来精确恢复信号。而利用基于压缩感知的随机噪声雷达进行成像时, 我们可以在距离向采用随机抽取或随机调制处理^[9], 在方位向可以采取随机抽取的方式采集, 这样得到的 2 维采样数据大小 $M \times N$ 将远少于传统方法所需的采集的数据量, 最后利用优化方法重建大小为 $K \times L$ 的目标场景。

我们可以将大小为 $K \times L$ 的目标场景的各列连接起来形成一个长度为 $K \times L$ 的目标场景向量 \mathbf{X} ，即

$$\mathbf{X} = [\sigma_1^H \cdots \sigma_L^H]^H \quad (26)$$

其中

$$\sigma_n = [\sigma[1, n] \cdots \sigma[K, n]]^T \quad (27)$$

类似地，可以将大小为 $M \times N$ 的回波数据的各列连接起来形成一个长度为 $M \times N$ 的回波向量 \mathbf{Y} ，

$$\mathbf{Y} = [\hat{y}_1^H \cdots \hat{y}_N^H]^H \quad (28)$$

其中

$$\hat{y}_n = [\hat{y}[1, n] \cdots \hat{y}[M, n]]^T \quad (29)$$

回波数据向量 \mathbf{Y} 和目标场景向量 \mathbf{X} 之间的关系可以表示为

$$\mathbf{Y} = \Phi \cdot \mathbf{X} + \mathbf{N} \quad (30)$$

这里 Φ 是一个大小为 $MN \times KL$ 的矩阵，它的第 i, k 个元素为

$$\Phi_{ik} = x_T \left(t_i - \frac{2R_k(t_i)}{C} \right) e^{-j\frac{4\pi}{\lambda} R_k(t_i)} \quad (31)$$

\mathbf{N} 是一个长度为 $M \times N$ 的噪声向量。

由于随机噪声雷达发射的窄带高斯脉冲信号，所以我们可以假设不同时刻的发射信号满足独立同分布 $N(0, 1/(M \times N))$ 。如果记 $\Psi_{ik} = x_T(t_i - 2R_k(t_i)/c)$ ， $\mathbf{A}_{ik} = \exp\{-j4\pi R_k(t_i)/\lambda\}$ ，那么由于 Ψ 为满足独立同分布 $N(0, 1/(M \times N))$ 的高斯随机阵， \mathbf{A} 是一个由模为1的复数元素构成的矩阵，利用定理2的结论可知当回波采样点数 $M \times N$ ，场景中稀疏目标的个数 S 和场景大小 $K \times L$ 之间满足

$$M \times N \geq C \cdot S \cdot \lg \left(\frac{K \times L}{S} \right) \quad (32)$$

时，观测矩阵 $\Phi = \Psi \odot \mathbf{A}$ 将以很大的概率具有很好的RIP性质，其中常数 C 取决于RIP常数。

利用定理1的RIP性质与重建误差之间关系的结论，可知随机噪声成像雷达的观测矩阵具有很好的RIP性质，能够以高概率用压缩感知的方法进行准确重建，并且成像结果的误差主要由目标场景中的杂波信号和系统观测噪声组成。当目标场景很好地满足稀疏特性时，成像结果误差主要由系统的观测噪声决定，重建误差受观测噪声控制。

对于稀疏场景的雷达回波信号，利用合适的优化算法处理，得到一个长度为 $K \times L$ 的重建目标场景向量 $\hat{\mathbf{X}}$ ，将 $\hat{\mathbf{X}}$ 的第1到 K 个元素作为重建目标场景的第1列，将 $\hat{\mathbf{X}}$ 的第 $K+1$ 到 $2K$ 个元素作为重建目标场景的第2列，以此类推可以得到一个大小为 $K \times L$ 的重建目标场景。

由于处理过程中采用的优化处理算法，所以场

景中一些微弱目标有可能被当作杂波来处理了，导致场景中一些弱目标信息的丢失，但是对于稀疏场景或者可以通过变换后稀疏的场景可以通过采集少量的回波信号准确重建目标场景。

4 仿真实验

本节主要通过仿真实验说明基于压缩感知的随机噪声雷达成像系统能够准确重建目标信号。实验中目标场景的大小选取的是 31×31 ，场景中包括50个幅度和相位均随机的目标信号，系统参数如表一所示，按传统的采样方式需要采取的回波的大小为 57×107 ，本文只随机采集10% ($57 \times 107 / 10 = 610$) 的回波数据，发射信号为窄带高斯脉冲信号，满足独立同分布 $N(0, 1/610)$ 并在回波信号中加入信噪比 $\text{SNR} = \|\Phi \mathbf{X}\|_2^2 / \|\mathbf{N}\|_2^2$ 为20 dB的随机噪声。利用压缩感知的方法处理的结果如图2 (b)所示。

表1 仿真数据参数

载频	10 GHz
斜距	15000 m
脉宽	1 μ s
方位分辨率	2 m
距离分辨率	2 m
载机速度	150 m/s

从图2的重建结果中可以看出利用CS可以准确重建噪声雷达目标信号。这里CS采集的数据量与Nyquist采样所需要采集的数据量之比为 $\eta = 0.1$ ，降低了10倍的数据量，重建结果的相对均方误差为 $\|x - \hat{x}\|_2 / \|x\|_2 = 0.0549 \ll 1$ ，这说明基于压缩感知的随机噪声雷达能够准确重建目标信号。

选取与前面相同的目标场景和雷达参数，分别对无噪声和存在20 dB噪声情况，在稀疏采样与Nyquist采样比从0.05~1变化，用蒙特卡洛的方法画出重建结果的相对均方误差曲线如图3中3(a)，3(b)所示(图中每点重复50次以上)。

从图3的结果可以看出，在采样点数满足一定的条件下，压缩感知能够准确重建目标信号；随着采样点数的增加重建误差减小，但噪声重建误差的主要来源，这与定理1中的指出的当观测矩阵满足特定的RIP性质并且目标满足 K 稀疏时，误差将主要由观测噪声决定的结论完全吻合。

5 结束语

本文将压缩感知与随机噪声雷达相结合，提出了基于压缩感知的随机噪声雷达系统。从理论上证

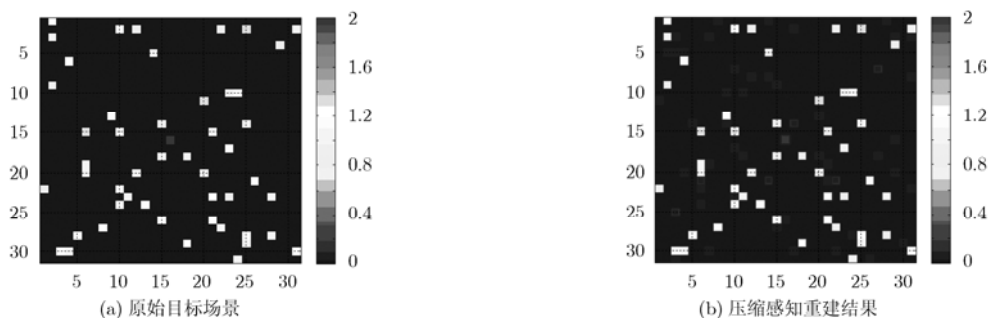


图2 压缩感知雷达成像实验结果

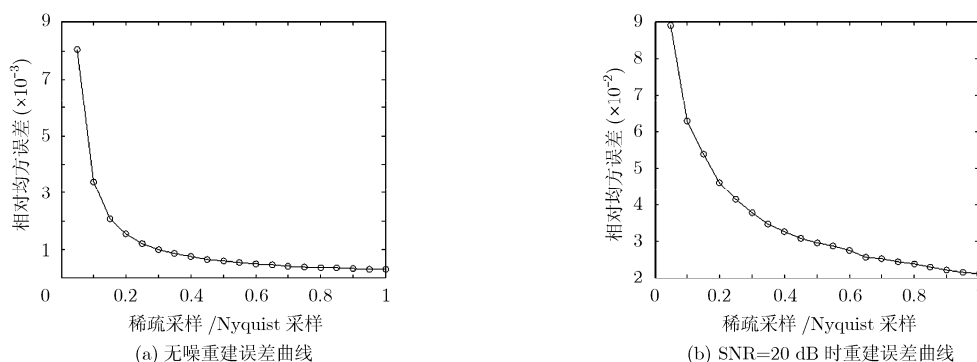


图3 压缩感知重建相对均方误差曲线

明了该雷达的回波观测矩阵具有很好的 RIP 性质, 在目标场景可以稀疏表示时, 基于压缩感知的随机噪声雷达可以采集远小于常规准确成像。本文阐述了一种新的随机噪声成像雷达, 为高精度成像雷达的研究提供了一个方向。

参考文献

- [1] Narayanan R M, Xu Y, Hoffmeyer P D, and Curtis J O. Design, performance, and applications of a coherent ultra wide-band random noise radar [J]. *Optical Engineering*, 1998, 37(6): 1855-1869.
- [2] Donoho D L. Compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [3] Baraniuk R G and Steeghs P. Compressive radar imaging [C]. IEEE Radar Conference, Boston, MA, USA, Apr.17-20, 2007: 128-133.
- [4] Herman M A and Strohmer T. High-resolution radar via compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(6): 2275-2284.
- [5] Candes E J and Tao T. Decoding by linear programming [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, 51(12): 4203-4215.
- [6] Babacan S D, Molina R, and Katsaggelos A K. Bayesian compressive sensing using Laplace priors [J]. *IEEE*

Transactions on Image Processing, 2010, 19(1): 53-63.

- [7] Candes E J. The restricted isometry property and its implications for compressed sensing [J]. *Comptes rendus del Cademie des Sciences, Serie1*, 2008, 346(9-10): 589-592.
- [8] Baraniuk R G, Davenport M A, DeVore R, and Wakin M B. A simple proof of the restricted isometry property for random matrices [J]. *Constructive Approximation*, 2008, 28(3): 253-263.
- [9] Tropp J A, Laska J N, Duarte M F, Romberg J K, and Baraniuk R G. Beyond Nyquist: efficient sampling of sparse bandlimited signals [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(1): 520-544.
- [10] Çetin M and Karl W C. Feature-enhanced synthetic aperture radar image formation based on nonquadratic regularization [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, 10(4): 623-631.

江海: 男, 1985年生, 硕士生, 研究方向为压缩感知信号处理。

林月冠: 男, 1984年生, 博士生, 研究方向为雷达信号处理。

张冰尘: 男, 1973年生, 研究员, 研究方向为雷达系统与雷达信号处理。

洪文: 女, 1968年生, 研究员, 研究方向为雷达信号处理理论、微波成像算法、微波遥感图像理解及其应用。