

用于稀疏系统辨识的改进 l_0 -LMS 算法

曲庆 金坚 谷源涛*

(清华大学电子工程系 北京 100084)

摘要: 该文研究和改进了 l_0 -LMS 算法以提高对稀疏系统进行辨识的性能。首先依据均方误差反映出的收敛深度信息动态调节步长,提高了算法的收敛速度;其次利用估计误差绝对值加权修正零吸引函数,减小了稳态失调误差。然后定性分析了改进算法中各个参数的取值对收敛速度和稳态性能的影响。最后,计算机仿真验证了新算法的性能明显优于原 l_0 -LMS 算法和若干现有稀疏系统辨识的方法。

关键词: 信号处理; 稀疏系统辨识; l_0 -LMS; 变步长; 零吸引

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)03-0604-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00417

An Improved l_0 -LMS Algorithm for Sparse System Identification

Qu Qing Jin Jian Gu Yuan-tao

(Department of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: In order to improve the performance of sparse system identification, the l_0 norm constraint LMS algorithm is studied and improved in this paper. Firstly, the convergence of the algorithm is accelerated by the introduction of a step size control method based on the status information provided by mean square estimation error. Secondly, the zero attraction item is reweighted by the absolute estimation error to reduce the steady-state misalignment. Then the parameters in the proposed algorithm, which control the convergence and steady-state misalignment, are discussed qualitatively. Finally, the simulations demonstrate that the proposed algorithm significantly outperforms l_0 -LMS and several other existing sparse system identification algorithms.

Key words: Signal processing; Sparse system identification; l_0 -LMS; Variable step size; Zero attraction

1 引言

最小均方(Least Mean Square, LMS)算法是Widrow和Hoff在20世纪60年代提出的一种自适应滤波算法,因其结构简单、性能稳定,在系统辨识、回声抵消和信道均衡等场合得到了广泛应用^[1]。在现实世界中,很多待辨识的未知系统具有稀疏性,即其冲激响应在时间域只有少量的非零值,如数字电视传输信道和回声路径等。由于标准LMS算法没有利用稀疏性的特点,在对稀疏系统进行辨识时并无特别优势。近些年来,针对稀疏系统,出现了多种改进LMS算法^[2-6]: M-Max Normalized LMS (MMax-NLMS)^[2]及 Sequential partial update LMS(S-LMS)^[3]通过采用部分更新滤波器权重的方法减小计算复杂度及稳态误差; Proportionate LMS(PLMS)及其改进算法^[4,5]通过采用与滤波器抽

头权重成正比的迭代步长加快收敛速度; Stochastic Taps-Normalized LMS(ST-NLMS)^[6]通过动态调整滤波器长度实现对非零系数的定位和跟踪等。

受压缩采样等稀疏信号处理理论的启发,近年来出现了一类针对一般稀疏系统的基于 l_p 范数 ($0 \leq p \leq 1$) 约束的自适应算法^[7,8]。这类算法的核心思想是根据未知系统的冲激响应稀疏的特点,在更新滤波器抽头权重的代价函数中施加稀疏性约束。具体地,文献[7]通过引入 l_1 范数,对所有抽头系数施加大小相同的零吸引(Zero Attraction, ZA)力; l_0 -LMS 算法^[8]利用表征稀疏性更佳的近似 l_0 范数,对零系数和非零系数施加不同权重的吸引力,是目前性能最好的稀疏系统辨识算法。

在研究 l_0 -LMS 收敛性能的过程中,我们发现:(1)该算法在收敛过程中受到随机梯度噪声的影响,快速收敛和小稳态误差不能兼得。(2)当自适应过程趋于稳态时,该算法对零点附近的小系数施加了过大的吸引力,导致失调误差增大。针对上述问题,本文对 l_0 -LMS 算法进行了改进:首先,引入步长控制的思想,在收敛过程中逐渐减小步长,从而在保

2010-04-23 收到, 2010-11-24 改回

国家自然科学基金(60872087)和国家自然科学基金联合资助重点项目(U0835003)资助课题

*通信作者: 谷源涛 gyt@tsinghua.edu.cn

持小稳态误差的同时加快算法的收敛速度; 其次, 重新设计零吸引函数, 在稳态时减小对小系数的吸引力, 抑制失调误差。计算机仿真结果显示, 改进算法明显提高了 l_0 -LMS 算法的收敛和跟踪速度, 同时减小了稳态失调误差。

本文结构如下: 第 2 节提出改进 l_0 -LMS 算法, 详细讲解性能提升的思想、方法和原因; 第 3 节定性分析新算法中各个参数对收敛性能的影响; 第 4 节介绍仿真环境, 测试新算法并和现有算法进行比较; 最后一节总结全文。

2 算法描述

设自适应滤波器的输入向量为 $\mathbf{x}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-L+1)]^T$, 权系数向量为 $\mathbf{w}(n) = [w_0(n), w_1(n), \dots, w_{L-1}(n)]^T$, 其中 L 表示滤波器的阶数, n 表示离散时间。自适应滤波器的输出与期望响应的估计误差表示为 $e(n) = d(n) - \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n)$ 。 l_0 -LMS 算法的代价函数定义为误差能量和权矢量的 l_0 范数之和, 即

$$\xi(n) = |e(n)|^2 + \gamma \|\mathbf{w}(n)\|_0$$

其中 $\|\cdot\|_0$ 表示 l_0 范数, $\|\mathbf{w}(n)\|_0$ 即表示权矢量中非零元素的个数; $\gamma > 0$ 为平衡因子, 用于调节稀疏性对代价函数的影响。对于稀疏系统, l_0 范数的引入使得大多数非零权系数的绝对值在迭代过程中不断减小, 迫使更多的系数收敛于零, 从而保证解的稀疏性。由于 l_0 范数不可导, 文献[8]经近似得到随机梯度下降的迭代公式

$$w_i(n+1) = w_i(n) + \mu e(n)x(n-i) + \kappa f_\beta[w_i(n)], \quad 0 \leq i < L \quad (1)$$

其中 $\kappa = \mu\gamma$, μ 为迭代步长。函数 $f_\beta(x)$ 定义如下

$$f_\beta(x) = \begin{cases} \beta^2 x + \beta, & -1/\beta \leq x < 0 \\ \beta^2 x - \beta, & 0 < x \leq 1/\beta \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

从式(1)和式(2)可以看出, l_0 -LMS 算法和传统 LMS 算法的区别在于, 滤波器权系数在沿误差梯度方向更新时, 存在额外的修正量 $\kappa f_\beta[w_i(n)]$ 。该修正量迫使零附近的权系数(即满足 $|w_i(n)| < 1/\beta$ 的权系数)在小于零时增加, 大于零时减小。因此该项被称为零吸引(ZA)项(如图 1 所示), 其中参数 β 用于控制“吸引力”作用的范围和强度。

由图 1 可知, 离零点越近的系数, ZA 项对其产生的吸引力越大。当未知系统为稀疏时, 其系数为零的抽头占主导地位, 且自适应权矢量中越小的元素对应的抽头真值为零的可能性越大, 所以 ZA 项的引入可以加快权矢量向稀疏解收敛的速度。但是

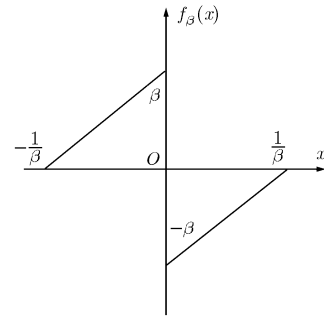


图 1 ZA 函数示意图

当自适应过程趋于稳态时, 绝大多数权系数已经很接近于零, 此时 ZA 项过大的吸引力反而增加了小系数在零点附近波动的幅度, 致使稳态失调误差增大。为了在保持原算法快速收敛性能的同时减小稳态误差, 本文将对 ZA 项进行优化设计。

此外, 对标准 LMS 算法的性能分析^[1]表明: 稳态误差与步长成正比, 收敛速度与步长成反比。为使算法快速收敛到更小的稳态误差, 一般采用动态调节步长的方法, 即: 在收敛和跟踪的初期选用大步长以保证收敛速度, 然后随着收敛深度的增加控制步长逐渐变小, 从而减小最终的稳态失调误差。根据迭代公式(1)和仿真实验, 我们发现 l_0 -LMS 算法在收敛过程中也受到随机梯度噪声的影响, 使得快速收敛和小稳态误差不能兼得, 所以本文将采用变步长方法改善其收敛性能。下面逐一介绍上述两点改进。

(1)步长控制 目前已有大量文献[9-11]研究了 LMS 算法的步长控制问题。本文在广泛调研的基础上, 发现 VSS 算法^[11]能够大幅加快 l_0 -LMS 算法的收敛速度。该算法首先将估计误差的平方通过一阶 AR 低通滤波器, 迭代得到跟踪误差强度缓慢变化的步长: $\mu(n+1) = \alpha\mu(n) + \chi e^2(n)$, 其中 $0 \ll \alpha < 1$ 称为遗忘因子, $\chi > 0$ 用于调节输出步长的大小; 随后将步长的变化范围限制在区间 $[\mu_{\min}, \mu_{\max}]$, 通过设置上限 μ_{\max} 保证算法收敛, 设置下限 μ_{\min} 防止算法收敛太深而无法快速跟踪系统的变化。为保证最快速收敛, 初始步长选定为 μ_{\max} 。该算法的基本思想是利用估计误差和收敛深度之间的联系, 通过估计误差控制迭代步长的变化。由于自适应过程中观测噪声和随机梯度噪声都会导致估计误差的波动, 所以用 AR 低通滤波器提取其低频分量, 以得到平稳的步长变化。本文将采用 VSS 机制动态调节步长变化的 l_0 范数约束 LMS 算法称为 l_0 -VSSLMS 算法。

(2)零吸引项设计 由前文关于 ZA 项的讨论可知, 应在自适应过程达到稳态时放松稀疏性约束(即

“零吸引力”)以减小稳态失调误差。因此我们用估计误差作为收敛深度的指示对 ZA 项进行修正,即用估计误差的绝对值对原 ZA 项加权得到 $f'_\beta(x) = f_\beta(x)|e(n)|$, 从而利用稳态时较小的估计误差降低 ZA 项对小系数的吸引强度,以减小这些系数的波动幅度,降低稳态失调误差。

也可以从另一个角度理解上述加权操作的意义。由式(1)可知,参数 κ 决定了“零吸引”的力度,较大的 κ 产生更强的吸引力从而加速算法收敛,但同时会致使稳态失调误差增大,所以和步长类似,参数 κ 的选取需要在收敛速度和稳态误差这两个性能指标之间进行平衡。因此若认为误差绝对值是对参数 κ 而非原 ZA 项进行加权,则改进方法起到了在迭代过程中动态调节 κ 的作用:在收敛或跟踪的初始阶段,滤波器的权系数与最优值相距较远,较大的估计误差使 ZA 项对权系数产生很强的稀疏性约束,从而加速小系数向零点的收敛;在算法逐渐进入稳态后,较小的估计误差减弱了 ZA 项在零点附近的吸引力,降低了小系数的波动幅度,从而减小了稳态失调误差。

结合上述两种改进,本文提出一种收敛性能更好的改进 l_0 -LMS 算法(Improved l_0 -LMS, Il_0 -LMS),其迭代公式如下:

$$e(n) = d(n) - \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n) \quad (3)$$

$$\mu'(n+1) = \alpha\mu(n) + \chi e^2(n) \quad (4)$$

$$\mu(n+1) = \begin{cases} \mu_{\max}, & \mu'(n+1) > \mu_{\max} \\ \mu_{\min}, & \mu'(n+1) < \mu_{\min} \\ \mu'(n+1), & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

$$w_i(n+1) = w_i(n) + \mu(n)e(n)x(n-i) - \kappa f_\beta[w_i(n)]|e(n)|, \quad \forall 0 \leq i < L \quad (6)$$

3 参数分析

本文算法参数较多,包括产生稀疏性约束的 β , κ 以及调节步长的 α , χ , μ_{\max} 和 μ_{\min} 等。下面就这些参数对算法收敛性能的影响进行简要分析。

3.1 稀疏性约束参数 β 和 κ

l_0 -LMS 中 ZA 项的引入加快了小系数的收敛速度,其中参数 β 和 κ 的具体取值决定了算法性能。文献[8]定性讨论了这两个参数对原算法稳态误差和收敛速度等性能的影响,较大的 β 意味着更强的稀疏性约束和较小的吸引范围,建议通常情况下取为 5; κ 作为 ZA 项的加权系数决定了零吸引的强度,根据前文分析,可认为改进算法是在原算法基础上动态调整参数 κ 。因此,改进算法并未改变这两个参数的作用和性质,所以本文继承文献[8]中的结论而不再赘述。

3.2 步长上下限 μ_{\max} 和 μ_{\min}

由第 2 节分析可知,作为进入稳态后的工作步长, μ_{\min} 决定了算法的稳态误差。因此可根据应用场景所需的稳态误差选取合适的 μ_{\min} 。 μ_{\max} 决定自适应算法的最大收敛速度,所以应取确保算法收敛的最大步长。文献[7]给出了 l_1 范数约束下的 LMS 算法在保证均值收敛时的步长取值范围(和标准 LMS 相同),该收敛条件对 l_0 -LMS 算法依然适用,即

$$0 < \mu < \frac{2}{\max\{\lambda_i\}} \quad (7)$$

其中 $\max\{\lambda_i\} (0 \leq i < L)$ 表示输入信号自相关矩阵 $\mathbf{R} = E\{\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)\}$ 的最大特征值。应注意式(7)由均值收敛条件导出,所给出的步长上界比较宽松。在输入信号为高斯白噪声的假设下,文献[12]由均方收敛导出了更严格的步长取值范围(也和标准 LMS 相同)

$$0 < \mu < \frac{2}{\sigma_x^2(L+2)} \quad (8)$$

其中 σ_x^2 表示输入信号功率。由于本文算法只是在原算法基础上动态调整步长(且步长有下限)和参数 κ ,因此式(8)对本文算法同样适用。

3.3 步长调节参数 α 和 χ

遗忘因子 α 是 AR 低通滤波器的极点,其值越接近于 1, AR 滤波器消除估计误差波动的效果就越好,对其直流分量的估计也就越准确。但太大的 α 将增加低通滤波器的时延,降低步长对估计误差的跟踪速度,增大稳态误差。因此 α 的取值和自适应滤波器的长度有关,对于中等长度的滤波器,文献[11]建议的合理取值为 $\alpha = 0.97$ 。

参数 χ 决定了估计误差平方的直流分量对新步长的贡献,并与参数 α 一起控制步长变化的范围和速度。在给定步长边界 μ_{\max} 和 μ_{\min} 的情况下,为得到最大的收敛速度,应适当调整 χ 使步长在收敛和跟踪的起始阶段稳定在 μ_{\max} , 不随估计误差减小;直到算法趋近稳态时,才使其跟踪误差逐渐减小到 μ_{\min} 。太小的 χ 会降低 AR 滤波器幅频响应的幅度,致使步长在算法尚未接近稳态时就过早减小,放慢收敛速度;而过大的 χ 会导致稳态时的步长仍不能衰减到 μ_{\min} , 增大稳态误差。在本实验中,一般参数 χ 合理的取值为

$$\chi = \frac{\mu_{\min}(1-\alpha)}{\text{MSE}} \quad (9)$$

其中 MSE(Mean Square Error)表示算法的稳态均方误差,在 MSE 未知的情况下可用观测噪声功率 σ_v^2 近似估计。式(9)的证明如下。

证明 对式(4)取期望有

$$E\{\mu(n+1)\} = \alpha E\{\mu(n)\} + \chi E\{e^2(n)\} \quad (10)$$

对式(10)作等价变形, 得到

$$\begin{aligned} E\{\mu(n+1)\} - \frac{\chi E\{e^2(n)\}}{1-\alpha} \\ = \alpha \left[E\{\mu(n)\} - \frac{\chi E\{e^2(n)\}}{1-\alpha} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

若近似认为 $E\{e^2(n+1)\} \approx E\{e^2(n)\}$, 有

$$\begin{aligned} E\{\mu(n+1)\} - \frac{\chi E\{e^2(n+1)\}}{1-\alpha} \\ = \alpha \left[E\{\mu(n)\} - \frac{\chi E\{e^2(n)\}}{1-\alpha} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

假设步长 $E\{\mu(n)\}$ 从第 N 步开始衰减, 由式(10)有

$$(1-\alpha)E\{\mu(N)\} = \chi E\{e^2(N)\} \quad (13)$$

将式(13)代入式(12)有

$$E\{\mu(n)\} - \frac{\chi E\{e^2(n)\}}{1-\alpha} = 0, \quad n > N \quad (14)$$

由于到达稳态时, 算法步长衰减到 μ_{\min} , 故此时参数 χ 的取值为

$$\chi = \frac{\mu_{\min}(1-\alpha)}{E\{e^2(n)\}} = \frac{\mu_{\min}(1-\alpha)}{\text{MSE}} \quad (15)$$

在稳态误差未知的情况下, 可以近似取 $\text{MSE} \approx \sigma_v^2$, 即

$$\chi = \frac{\mu_{\min}(1-\alpha)}{\sigma_v^2} \quad (16)$$

4 仿真实验

本文设计了 3 个仿真实验以验证改进算法的性能。前两个实验分别在白色和相关信号输入的情况下证明 l_0 -LMS 在收敛和跟踪速度方面优于 l_0 -LMS 算法和其他若干稀疏系统辨识的方法; 第 3 个实验展示了参数 χ 对改进算法的稳态误差和收敛速度的影响, 证实前述分析的正确性。

实验 1 测试白色信号输入下的收敛和跟踪性能。未知系统是有 100 个系数的二分簇稀疏系统,

初始状态下在 51~55 和 61~65 有两簇大的非零系数, 在经过 5000 个采样间隔后, 系统中两簇系数的位置发生跳变, 分别移动至 46~50 和 56~60, 以测试算法的跟踪性能。输入信号和观测噪声均为高斯白噪声, 方差分别为 $\sigma_x^2 = 1$ 和 $\sigma_v^2 = 1\text{E} - 4$, 此时观测噪声与输入信号的强度比为 40 dB。测试的算法包括 LMS, PLMS, VSSLMS, ST-LMS, l_0 -LMS, l_0 -VSSLMS 和 l_0 -LMS 算法, 其中 PLMS 算法的参数 δ 和 ρ ^[4] 分别为 $1\text{E} - 2$ 和 0.3, 所有算法中的变步长遗忘因子 α 和 ZA 项参数 β 均设定为 0.97 和 5(采用文献[8,11]中的建议), 其他参数取值如表 1 所示(为便于比较, 我们仔细调整了所有算法的参数取值, 以使其在稳态误差相同的情况下均最快速收敛)。每个算法独立运行 400 次, 各算法的滤波器系数与真实值的平均偏差(Mean Squared Deviation, MSD)变化曲线如图 2 所示。

从图 2 可以看出, 和 l_0 -LMS 算法相比, 只采用变步长机制的 l_0 -VSSLMS 算法的收敛速度提高不很明显。但同时利用变步长和 ZA 项加权的 l_0 -LMS 算法的收敛速度明显快于其他所有参考算法, 且当未知系数发生跳变时, 新算法也能够迅速跟上系统的跳变, 证实了前文对 ZA 项作用分析的正确性。

实验 2 测试相关信号输入下算法的收敛性能。未知系统同实验 1 的初始状态, 输入信号由高斯白噪声 $u(n)$ 激励一阶 AR 滤波器产生, 即 $x(n) = 0.8x(n-1) + u(n)$ 。输入信号的功率为 0.5, 观测噪声仍为方差为 $1\text{E} - 4$ 的高斯白噪声。待测算法同实验 1, 其中 PLMS 算法的 δ 和 ρ 参数别为 $1\text{E} - 2$ 和 0.2, 参数 α 和 β 取值不变, 其他参数取值如表 2 所示。每个算法独立运行 200 次, 各算法的 MSD 变化曲线如图 3 所示。可见对于相关信号输入, l_0 -LMS 算法的收敛速度也明显快于其他所有参考算法。

表 1 实验 1 参数

	μ	μ_{\min}	μ_{\max}	χ	κ
LMS	1.9E - 3	NA	NA	NA	NA
PLMS	2E - 3	NA	NA	NA	NA
VSSLMS	NA	1.9E - 3	1.55E - 2	0.3	NA
ST-LMS	4E - 3	NA	NA	NA	NA
l_0 -LMS	6E - 3	NA	NA	NA	1E - 4
l_0 -VSSLMS	NA	5E - 3	1.55E - 2	1.5	1E - 4
l_0 -LMS	NA	1E - 2	1.55E - 2	3	2E - 3

注: NA(Not Available)表示算法没有相应参数。

实验3 验证 I_{χ} -LMS 算法中 χ 参数对于稳态误差和收敛速度性能的影响。未知系统是有 10 个较大非零系数的 100 阶稀疏系统，输入信号和观测噪声同实验 1。除参数 χ 外， I_{χ} -LMS 的各个参数值设置如下： $\mu_{\max} = 1.5E - 2$ ， $\mu_{\min} = 5E - 3$ ， $\kappa = 1.2E - 3$ ， $\alpha = 0.97$ ， $\beta = 5$ 。该算法对于不同的 χ 均独立运行 400 次，MSD 变化曲线如图 4 所示。

可见当 $\chi=15$ 时，由于其取值过大，虽然算法收敛速度最快，但稳态误差也最大；随着 χ 的减小，算法的收敛深度逐渐增加；当 $\chi=1.5$ 时，算法以较快的速度收敛到稳态，且稳态误差较小，该值与式 (9) 的估计值一致。当 χ 进一步减小后，稳态误差基本保持不变，但收敛速度明显减慢。实验 3 的仿真

结果与前文中对 χ 的分析结论一致，验证了前述分析的正确性。

5 结论

针对稀疏系统辨识问题，本文在 I_{χ} -LMS 算法的基础上，通过引入变步长方法和修正 ZA 函数，提出了一种改进的稀疏系统辨识算法。该算法在权系数迭代的过程中利用估计误差作为收敛深度的指示，通过动态调节步长和 ZA 项的零吸引力。与 I_{χ} -LMS 算法相比，改进算法的收敛和跟踪速度明显提高，同时稳态失调误差也有所降低。文中还就新算法中的各个参数对其收敛性能的影响做出了定性分析，并给出了部分参数的取值范围。最后，仿真实验验证了理论分析的正确性。

表 2 实验 2 参数

	μ	μ_{\min}	μ_{\max}	χ	κ
LMS	4E - 3	NA	NA	NA	NA
PLMS	4E - 3	NA	NA	NA	NA
VSSLMS	NA	1E - 3	1.5E - 2	1.1	NA
ST-LMS	1.15E - 2	NA	NA	NA	NA
I_{χ} -LMS	1.05E - 2	NA	NA	NA	1.44E - 4
I_{χ} -VSSLMS	NA	7E - 3	1.5E - 2	1	1.5E - 7
I_{χ} -LMS	NA	7E - 3	1.5E - 2	4.5	1.1E - 4

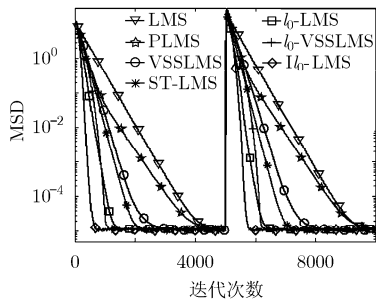


图 2 白信号驱动下算法收敛及跟踪曲线

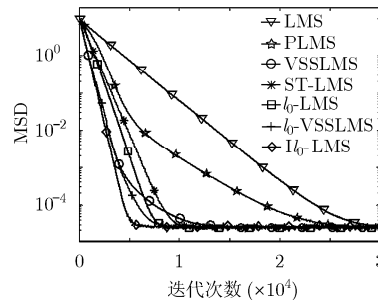


图 3 相关信号驱动下算法收敛曲线

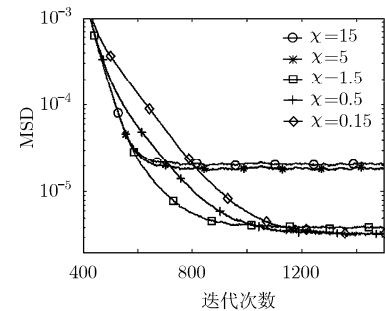


图 4 不同 χ 值的 I_{χ} -LMS 算法收敛曲线

参考文献

- [1] Diniz P. Adaptive Filtering Algorithms and Practical Implementation [M]. Third edition, New York: Springer, 2008: 77-126.
- [2] Abadi M and Husoy J. Mean-square performance of the family of adaptive filters with selective partial updates [J]. *Signal Processing*, 2008, 88(8): 2008-2018.
- [3] Godavarti M and Hero A O. Partial update LMS algorithms [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(7): 2382-2399.
- [4] Duttweiler D L. Proportionate normalized least-mean-squares adaptation in echo cancellers [J]. *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, 2000, 8(5): 508-518.
- [5] Deng H and Dyba R A. Partial update PNLMS algorithm for network echo cancellation [C]. Proceedings of ICASSP, Taipei, China, 2009: 1329-1332.
- [6] Gu Y, Chen Y, and Tang K. Network echo canceller with active taps stochastic localization [C]. Proceedings of ISCIT, Beijing, 2005: 556-559.
- [7] 金坚, 谷源涛, 梅顺良. 用于稀疏系统辨识的零吸引最小均方算法[J]. *清华大学学报(自然科学版)*, 2010, 50(9): 1312-1315.

- Jin Jian, Gu Yuan-tao, and Mei Shun-liang. New adaptive algorithm for sparse system identification: Zero-Attracting LMS[J]. *Journal of Tsinghua University Science and Technology*, 2010, 50(9): 1312–1315.
- [8] Gu Y, Jin J, and Mei S. l_0 norm constraint LMS algorithm for sparse system identification [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2009, 16(9): 774–777.
- [9] Li X, Fan Y, and Peng K. A variable step-size LMS adaptive filtering algorithm [C]. Proceedings of WiCOM, Beijing, 2009: 2283–2286.
- [10] Vega L R, Rey H, and Benesty J. A new robust variable step-size NLMS algorithm [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(5): 1878–1893.
- [11] Aboulnasr T and Mayyas K. A robust variable step-size LMS-type algorithm: analysis and simulations [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1997, 45(3): 631–639.
- [12] Jin J, Gu Y, and Mei S. A stochastic gradient approach on compressive sensing signal reconstruction based on adaptive filtering framework [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4(2): 409–420.
- 曲 庆: 男, 1987年生, 本科生, 电子信息科学类专业.
- 金 坚: 男, 1984年生, 博士生, 研究方向为信号处理.
- 谷源涛: 男, 1976年生, 副教授, 博士生导师, 研究方向包括通信、无线网络和信号处理等.