

## 基于压缩感知的伪随机多相码连续波雷达

贺亚鹏\* 王克让 张劲东 朱晓华

(南京理工大学电子工程与光电技术学院 南京 210094)

**摘要:** 该文利用雷达目标空间的稀疏特性,提出了一种基于压缩感知的伪随机多相码连续波雷达。建立了目标信息感知模型,采用压缩感知以低于奈奎斯特采样率对目标回波采样,然后从少量的采样数据中提取噪声背景下的目标场景信息。为了提高目标信息提取的有效性,采用模拟退火算法对波形进行优化。仿真结果表明了该方法的优越性。

**关键词:** 连续波雷达; 压缩感知; 伪随机多相码; 波形优化

中图分类号: TN958.95

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)02-0418-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00380

## Compressive Sensing Based Pseudo-random Multi-phase CW Radar

He Ya-peng Wang Ke-rang Zhang Jin-dong Zhu Xiao-hua

(School of Electronic Engineering and Optoelectronic Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract:** A novel pseudo-random multi-phase code Continuous Wave (CW) radar using Compressive Sensing (CS) is presented considering the sparse of radar target space. This paper establishes targets information sensing model. Compressive sensing is employed to sample targets echo under Nyquist sampling rate. Then the information of target scene is effectively extracted from a few sampling data in the presence of noise. To improve the effectiveness of targets information extraction, the waveform is optimized using Simulated Annealing (SA) algorithm. Simulation results demonstrate the merits of the proposed approach.

**Key words:** Continuous Wave (CW) radar; Compressive Sensing (CS); Pseudo-random multi-phase code; Waveform optimization

### 1 引言

压缩感知<sup>[1-5]</sup>(Compressing Sensing, CS)是信息论和信号处理领域的一项新兴技术,吸引了各个领域研究者的极大关注,并成功地在图像处理<sup>[6]</sup>和无线通信<sup>[7]</sup>等领域得到了应用。CS理论指出当信号可压缩或稀疏时,可采用低于奈奎斯特频率的采样率对信号进行非自适应随机投影测量,随后通过求解一个 $l_1$ 优化问题能够以很高的概率完全恢复原信号<sup>[5]</sup>。CS使得采用低速率的A/D转换器来采样稀疏的超宽带信号成为可能<sup>[8]</sup>。

现代雷达系统发射大时宽带宽积信号获取距离及速度的高分辨<sup>[9]</sup>,匹配滤波产生的旁瓣影响邻近目标的分辨,也导致大目标的旁瓣掩盖小目标的主瓣;采样大时宽带宽积信号的高速大动态范围A/D转换器受到目前技术的限制其精度低且价格昂贵。CS的出现为解决上述问题提供了新的思路。一般情况下,雷达照射区域内的回波信号是可压缩或稀疏

的<sup>[10]</sup>。常见的地基雷达对飞机的探测,回波可看作是对多个点目标的探测,待测量是时间稀疏信号;机载或星载雷达对地面的探测,可看作是对连续光滑目标或分段光滑目标的探测,待测量在频域或小波变换域是稀疏的;对动态目标的探测,被测信号在时频域或模糊函数域是稀疏的。由此CS在雷达中的应用也得到了广泛的研究,文献[10-12]采用CS对脉冲体制雷达的无噪声场景距离像进行提取,回波感知矩阵为准Toeplitz矩阵,该矩阵大部分元素为零,压缩采样信息损失较大;文中对回波直接均匀下采样将引起测速范围迅速减小,无法测速。文献[13]利用雷达目标在时频域的稀疏性,从稀疏矩阵识别的角度建立了目标距离和速度感知模型,发射信号采用Alltop序列,采样点数与码长有关,当信号码元宽度较小时,采样率依然很高;当码长取非质数长度时,该信号会引起距离多普勒耦合,导致性能急剧下降;另外,Alltop序列相位变化较多,码产生较困难。上述文献还有一个共同点是发射信号均采用经典的雷达发射信号,未考虑发射信号对目标信息提取的影响,对应感知矩阵的相关系数较

大。

本文提出了基于压缩感知的伪随机多相码连续波雷达。伪随机多相码信号具有复杂的相位结构, 有优良的抗干扰和低截获概率特性; 它又是一种恒模信号, 能够充分利用发射机的效率。采用连续波体制, 对应的感知矩阵无零元素, 减小了压缩采样损失。给出了两种回波信号下采样的方式以避免均匀下采样引起的测速范围减小。考虑到发射波形对目标信息提取的影响, 推导了发射波形与目标感知矩阵相关系数的关系, 提出了基于感知矩阵相关系数最小化的波形优化设计方法, 优化波形使目标场景重建更有效, 且有相位变化少, 码产生容易, 码长不受限制等优点。

本文第2节建立了目标信息感知模型, 第3节给出了基于压缩感知的目标信息提取算法及RCS校正方法, 第4节提出了基于感知矩阵相关系数最小化的波形优化设计方法, 第5节给出了仿真结果并进行了性能分析。

## 2 目标信息感知模型

伪随机多项码连续波雷达发射信号周期为 $T_r$ , 每一周期分为 $L$ 个脉宽为 $t_b = T_r / L$ 的比特位, 则信号复包络为<sup>[14]</sup>

$$s_i(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^L u_i(t - (l-1)t_b - iT_r) \quad (1)$$

$$u_i(t) = \begin{cases} \exp(j\phi_l), & 0 \leq t \leq t_b \\ 0, & \text{其它} \end{cases}, l = 1, 2, \dots, L \quad (2)$$

其中 $\phi_l \in \mathbf{P}$ ,  $\mathbf{P} = \{p_i | p_i = (i-1)2\pi/P, i = 1, 2, \dots, P\}$ ,  $P$ 为相位变化总个数。

雷达照射区域存在 $K$ 个点目标, 第 $i$ 个点目标距离为 $r_i$ , 径向速度为 $v_i$ , RCS为 $\sigma_i$ , 雷达工作波长 $\lambda$ , 不考虑雷达信道衰减, 则回波信号为多个点目标回波信号的叠加<sup>[9]</sup>, 即

$$s_r(t) = \sum_{i=1}^K \sigma_i s_i(t - \tau_i) e^{-j2\pi f_{di}t} + n(t) \quad (3)$$

其中时延 $\tau_i = 2r_i/c$ ,  $c$ 为光速, 多普勒频移 $f_{di} = 2v_i/\lambda$ ,  $n(t)$ 为复高斯噪声。

对回波信号进行离散采样, 采样周期 $T_s = 1/t_b$ 。定义一个周期内发射信号矢量、接收信号矢量及复高斯噪声矢量分别为

$$\mathbf{S}_i = [s_i(0), s_i(T_s), \dots, s_i((L-1)T_s)]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{S}_r = [s_r(0), s_r(T_s), \dots, s_r((L-1)T_s)]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{n} = [n(0), n(T_s), \dots, n((L-1)T_s)]^T \quad (6)$$

则式(3)可写为

$$\mathbf{S}_r = \sum_{k=1}^K \sigma_k \mathbf{F}^{m_k} \mathbf{T}^{l_k} \mathbf{S}_i + \mathbf{n} \quad (7)$$

其中 $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 0 & & 1 \\ 1 & 0 & \\ & \ddots & \ddots \\ 0 & & 1 & 0 \end{pmatrix}_{L \times L}$  为单位循环时延矩阵,

$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \omega_M^0 & & 0 \\ & \omega_M^1 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & \omega_M^{L-1} \end{pmatrix}_{L \times L}$  为单位频移矩阵,  $\omega_M =$

$\exp(j2\pi/M)$ , 定义 $\Delta f_d = 2\pi/M$ 为多普勒分辨率,  $m_k = \text{Round}(f_{dk}/\Delta f_d) \bmod(M)$ ,  $l_k = \text{Round}(\tau_k/T_s) \bmod L$ 。

令 $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_K]^T$ ,  $\mathbf{H} = [\mathbf{F}^{m_1} \mathbf{T}^{l_1} \mathbf{S}_1, \mathbf{F}^{m_2} \mathbf{T}^{l_2} \mathbf{S}_2, \dots, \mathbf{F}^{m_K} \mathbf{T}^{l_K} \mathbf{S}_K]$ , 则式(7)可改写为矩阵形式

$$\mathbf{S}_r = \mathbf{H} \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{n} \quad (8)$$

现将整个时频面离散化为多个离散时间和离散频率的组合元 $(\tau_i, f_{dj})$ , 其中 $\tau_i \in \{i \cdot T_s | i = 0, 1, \dots, N-1\}$ ,  $f_{dj} \in \{j \cdot \Delta f_d | j = 0, 1, \dots, M-1\}$ ,  $N = \lceil L t_b / T_s \rceil$ ,  $M = \lceil 2\pi / \Delta f_d \rceil$ 。每一时频组合元 $(\tau_i, f_{dj})$ 对应的点目标均对应一个回波信号矢量 $\mathbf{h}^{ij} = \mathbf{F}^j \mathbf{T}^i \mathbf{S}_i$ , 定义完备目标回波矢量矩阵 $\mathbf{H}_C$ 与完备目标信息矢量 $\boldsymbol{\sigma}_C$ 分别为

$$\mathbf{H}_C = [\mathbf{h}^{00}, \mathbf{h}^{01}, \dots, \mathbf{h}^{0(M-1)}, \mathbf{h}^{10}, \dots, \mathbf{h}^{1(M-1)}, \dots, \mathbf{h}^{(N-1)0}, \dots, \mathbf{h}^{(N-1)(M-1)}] \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_C = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{NM}]^T \quad (10)$$

其中

$$\sigma_{ij} = \begin{cases} \text{目标的RCS, 对应时频组合元}(\tau_i, f_{dj}) \\ \text{处存在目标} \\ 0, & \text{对应时频组合元}(\tau_i, f_{dj}) \\ & \text{处不存在目标} \end{cases}$$

由此, 式(8)可等效为

$$\mathbf{S}_r = \mathbf{H}_C \boldsymbol{\sigma}_C + \mathbf{n} \quad (11)$$

由于目标在整个目标空间是稀疏的, 即 $\|\boldsymbol{\sigma}_C\|_0 \ll NM$ , 故雷达接收回波信号 $\mathbf{S}_r$ 是稀疏信号。

## 3 基于压缩感知的目标回波压缩采样及参数提取

对回波信号 $\mathbf{S}_r$ 用 $Q \times N$  ( $Q \ll N$ ) 维的测量矩阵 $\Phi$ 进行投影测量得到 $Q \times 1$  维的观测值矢量 $\mathbf{y}$ , 即

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{S}_r = \Phi (\mathbf{H}_C \boldsymbol{\sigma}_C + \mathbf{n}) = \Gamma \boldsymbol{\sigma}_C + \boldsymbol{\omega} \quad (12)$$

式中 $\Gamma = \Phi \mathbf{H}_C$ 为 $Q \times NM$  维的感知矩阵,  $\boldsymbol{\omega} = \Phi \mathbf{n}$ 为 $Q \times 1$  维的噪声矢量。定义 $D = N/Q$ 为下采样率。

目前, 测量矩阵 $\Phi$ 的一种简单通用的取法是采



出进行对比, 伪随机多相码信号具有多普勒敏感特性, 采用单一匹配滤波处理无法进行运动目标信息提取, 在此采用  $M$  个匹配在不同多普勒频移上的匹配滤波器提取运动目标信息。定义估计均方根误差  $RMSE = \|\hat{\sigma} - \sigma\| / \sqrt{MN}$ ,  $\hat{\sigma}$ ,  $\sigma$  分别为雷达目标场景估计值与真实值。

(1)优化波形性能分析 采用SA算法, 根据式(19)的目标函数, 设计出  $P = 16$ , 码长  $L = 256$  的伪随机多相码信号如图1所示。为了说明采用连续波伪随机多相码信号的优越性, 对伪随机二项码脉冲信号、线性调频脉冲信号、线性调频连续波信号、伪随机二项码连续波信号、Alltop序列连续波信号、可比拟的质数长度的Alltop序列连续波信号及本文优化设计的多相码信号进行对比分析。其中各信号带宽相等, 码长为256, 脉冲信号占空比为10%。

表 1 给出了各种发射信号对应的静止目标感知矩阵的相关系数及运动目标感知矩阵的相关系数。由表 1 可以看出, (1)连续波感知矩阵的相关系数小于脉冲信号感知矩阵的相关系数, 这主要是由于采用脉冲信号时, 邻近目标的回波具有较大的相关性且起伏较大, 而采用连续波时, 邻近目标回波的相关性较小且起伏不大; (2)线性调频连续波和非质数长度 Alltop 序列有良好的测距性能, 但存在距离多普勒耦合导致某些目标参数无法提取。(3)本文优化设计的多相码信号同时具有良好的测距测速性能, 与质数长度的 Alltop 序列有相同的性能, 但具有更小的相位个数, 硬件实现更容易且不受码长限制, 设计更具灵活性。

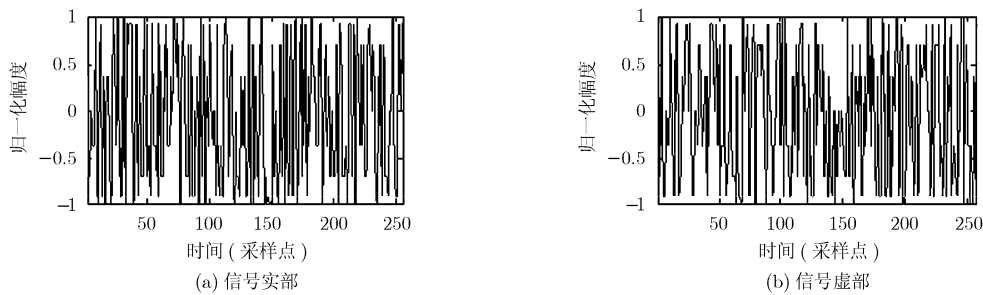


图 1 优化设计的伪随机多相码信号

表 1 目标感知矩阵的相关系数

发射信号	伪随机二项码(脉冲)	线性调频(脉冲)	伪随机二项码(连续波)	线性调频(连续波)	Alltop 序列(连续波)	码长为 257 的 Alltop 序列(连续波)	本文优化设计的多相码信号(连续波)
静止目标感知矩阵的相关系数	0.2000	0.1078	0.1719	3.5e-15	0.7071	0.0624	0.0683
运动目标感知矩阵的相关系数	0.8471	0.9578	0.1915	1	1	0.1324	0.1786

(2)高信噪比条件下静止目标信息提取 存在5个目标, 分别位于第(24, 27, 78, 80, 82)号距离单元, 目标RCS依次为(7, 0.55, 0.65, 4, 3), 回波信噪比25 dB, 下采样率为8。图2为高信噪比条件下静止目标信息提取结果对比, 分别给出了匹配滤波输出、CS输出及CS RCS校正后输出与目标真实场景对比图, 图中星号位置代表目标真实场景。

可以看出, 高信噪比条件下, 匹配滤波输出具有旁瓣, 大目标旁瓣掩盖了小目标主瓣, 使得小目标无法分辨; 旁瓣引起能量泄露, 使得目标 RCS 估计误差较大(RMSE=0.0293); 而 CS 输出没有旁瓣, 与大目标邻近的小目标可以分辨, RCS 估计误差较小(RMSE=0.0016), CS RCS 校正后精确恢复目标真实场景(RMSE=4.4541e-4)。

(3)低信噪比条件下静止目标信息提取 存在5个目标, 分别位于第(25, 34, 40, 53, 60)号距离单元, 目标RCS依次为(6, 1.8, 2, 4, 6), 回波信噪比3 dB, 下采样率为2。图3为低信噪比条件下静止目标信息提取结果对比, 图3(a)为匹配滤波输出与目标真实场景对比, 图3(b)为匹配滤波输出加门限后的输出, 图3(c)为CS输出与目标真实场景对比, 图3(d)为CS RCS校正后输出与目标真实场景对比。

对比看出, 低信噪比条件下, 匹配滤波无法检测小目标形成漏警, 噪声积累形成假目标造成虚警, RCS 估计误差较大(RMSE=0.0429); 而 CS 输出大小目标均可得到很好的分辨, 但噪声抑制的同时也引起了信号能量的损失, 造成 RCS 估计误差(RMSE=0.014), RCS 校正后的目标 RCS 误差迅速减小

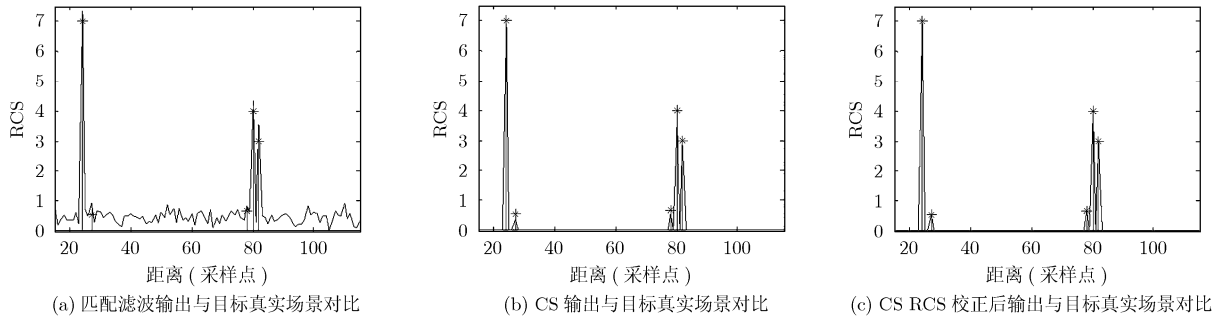


图2 高信噪比下静止目标信息提取(图中星号位置代表目标真实场景)

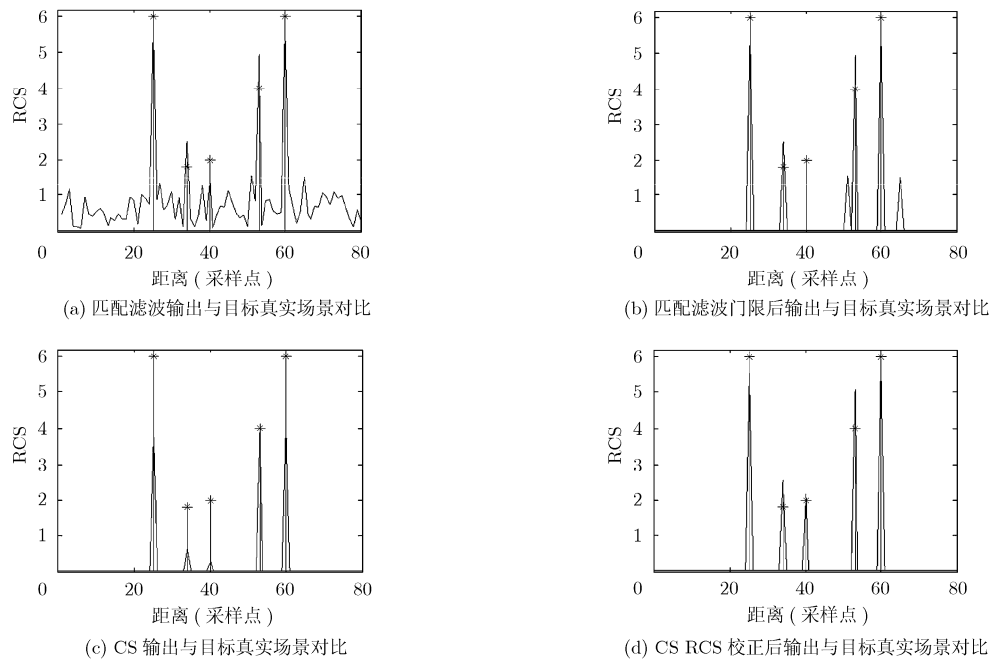


图3 低信噪比下静止目标信息提取(图中星号位置代表目标真实场景)

(RMSE=0.005), 接近高信噪比的水平。

(4)运动目标信息提取 存在5个目标, 它们的距离、多普勒及RCS组合 $(i, j, \sigma_{ij})$ 分别为(65,29,6), (65,33,3.2), (67,31,3), (69,29,2.8), (69,33,3.8), SNR=25 dB时,  $D=12$ , SNR=3 dB时,  $D=4$ 。图4为运动目标信息提取结果对比, 图4(a)为SNR=25 dB时CS输出, 图4(b)为SNR=25 dB时匹配滤波输出, 图4(c)为SNR=3 dB时CS输出, 图4(d)为SNR=3 dB时匹配滤波输出。

同目标静止时一样, 高信噪比条件下 CS 输出能够精确恢复运动目标雷达真实场景, 而匹配滤波输出具有旁瓣, 大目标的旁瓣在好多目标单元形成小的假目标输出, 使得小目标无法分辨, 旁瓣引起了能量泄露使得目标 RCS 估计误差较大。低信噪比条件下, CS 能够精确检测目标的距离和速度, 但由于抑制噪声引起目标信号能量损失, RCS 校正后估计误差减小, 而匹配滤波输出目标 RCS 估计误差加

大, 旁瓣造成小目标检测时需要与噪声积累形成的众多假目标竞争, 更容易形成漏警或虚警。

对比以上所有实验, 可得出高信噪比条件下, 对回波信号进行高下采样率采样, CS 仍然能够精确恢复目标场景信息; 低信噪比时, CS 也可以有效抑制噪声得到高分辨的雷达场景, 但下采样率比高信噪比条件下有所降低, 由于抑制噪声引起目标信号能量损失, 形成 RCS 估计误差, 需要进行 RCS 校正, 校正后的目标 RCS 误差较小, 接近高信噪比的水平。CS 目标信息提取时略去匹配滤波器的同时也消除了匹配滤波带来的旁瓣问题, 降低了由此带来的虚警和漏警概率。

## 6 结论

本文利用雷达感兴趣目标在时频域的稀疏性, 提出了基于压缩感知的伪随机多相码连续波雷达。采用压缩感知技术使雷达可以低于奈奎斯特频率对

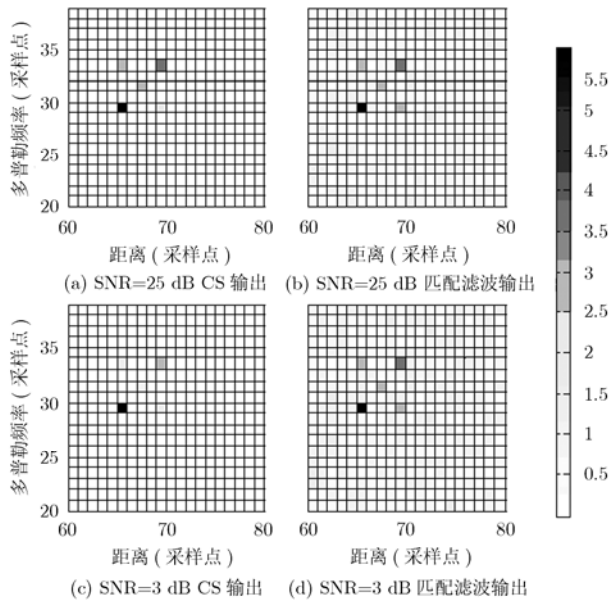


图4 运动目标信息提取

回波信号进行采样, 优化设计的波形在感知矩阵相关系数的角度达到最优, 使雷达场景恢复有效, 同时该波形具有硬件实现容易, 设计灵活等优点。CS 目标信息提取时略去了匹配滤波器, 消除了匹配滤波带来的旁瓣问题, 使得邻近目标得到更好的分辨, 降低了由此带来的虚警和漏警概率。另外, CS 可作为一种精确速度补偿下的匹配滤波, 为解决伪随机多相码的多普勒敏感问题提出了一种有效途径。

### 参考文献

- [1] Candès E J, Romberg J, and Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489-509.
  - [2] Candès E J, Romberg J, and Tao T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements [J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2006, 59(8): 1207-1223.
  - [3] Candès E J. Compressive sampling[C]. International Congress of Mathematicians, Madrid, Spain, 2006, 3: 1433-1452.
  - [4] Donoho D L. Compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
  - [5] Candès E J and Wakin M B. An introduction to compressive sampling [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 21-30.
  - [6] Romberg J. Imaging via compressive sampling [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 14-20.
  - [7] Paredes J L, Arcw G R, and Wang Z M. Ultra-wideband compressed sensing: channel estimation [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, 1(3): 383-395.
  - [8] Mishali M, Eldar Y C, and Tropp J A. Efficient sampling of sparse wideband analog signals [C]. IEEE 25th Convention of Electrical and Electronics Engineers, Israel, Dec 3-5, 2008: 290-294.
  - [9] Skolnik M I. Radar Handbook[M]. 3rd ed, New York: McGraw-Hill, 2008: 382-425.
  - [10] Baraniuk R and Steeghs P. Compressive radar imaging [C]. 2007 IEEE International Radar Conference, Boston, Massachusetts, USA, April 17-20, 2007: 128-133.
  - [11] Herman M A and Strohmer T. Compressed sensing radar[C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Las Vegas, Nevada, USA, March 30-April 4, 2008: 2617-2620.
  - [12] Tello M, Lopez-Dekker P, and Mallorqui J J. A novel strategy for radar imaging based on compressive sensing [C]. IEEE International Conference on Geoscience and Remote Sensing Symposium, Boston, Massachusetts, USA, July 6-11, 2008: 213-216.
  - [13] Herman M A and Strohmer T. High-resolution radar via compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(6): 2275-2284.
  - [14] Levanon N and Mozeson E. Radar Signals [M]. New York: John Wiley & Sons, 2004: 297-301.
  - [15] Candès E J and Tao T. The Dantzig selector: Statistical estimation when p is much larger than n [J]. *Annals of Statistics*, 2007, 35(6): 2313-2351.
  - [16] Tropp J A. Greed is good: Algorithmic results for sparse approximation [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2004, 50(10): 2231-2242.
  - [17] Deng H. Synthesis of binary sequences with good autocorrelation and crosscorrelation properties by simulated annealing [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1996, 32(1): 98-107.
- 贺亚鹏: 男, 1984年生, 博士生, 研究方向为新型雷达系统设计、雷达信号处理、阵列信号处理等。
- 王克让: 男, 1983年生, 博士生, 研究方向为雷达目标角闪烁抑制和MIMO雷达角度估计。
- 张劲东: 男, 1981年生, 博士生, 研究方向为高分辨雷达信息处理、雷达波形分集与设计等。
- 朱晓华: 男, 1966年生, 教授, 研究方向为雷达系统理论与技术、雷达信号理论与应用、高速实时数字信号处理等。