

# 一种基于低码率 LDPC 码的编码与导频联合辅助载波同步算法

晏 辉\* 唐发建 张忠培

(电子科技大学通信抗干扰国防重点实验室 成都 611731)

**摘 要:** 针对深空通信系统中编码和导频辅助载波同步算法分别存在同步范围与精度受限的问题, 该文提出一种基于编码与导频联合辅助的载波同步算法。首先按照最优导频放置方式设计了一种基于相关函数和的粗同步算法, 其频率估计量的精度接近 CRB 界; 然后分析了导频结构对算法估计精度与范围的影响机理; 接着通过加入导频及频率积分器的方式对基于期望最大的细同步算法进行了改进; 最后用码率为 1/12 的低码率 LDPC-Hadamard 码对算法进行了仿真验证。结果表明新算法可以大幅提高同步参数的估计范围与精度, 在一定的导频长度下能达到理想同步。

**关键词:** 深空通信; 载波同步; 编码辅助; LDPC-Hadamard 码

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)02-0470-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00352

## A Joint Assisted Carrier Synchronization Algorithm with Code and Pilot Based on Low Rate LDPC Code

Yan Hui Tang Fa-jian Zhang Zhong-pei

(National Key Laboratory of Science and Technology on Communications,  
University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

**Abstract:** Considering that the code-aided and data-aided carrier recovery algorithms perform small synchronization range and big inaccuracy in low Signal to Noise Ratio (SNR) deep space communication systems, a joint assisted carrier synchronization algorithm with code and pilot is proposed. First a coarse synchronization algorithm with optimal pilot placement is constructed based on the sum of autocorrelation function of the pilots, whose frequency estimator can approximate Cramer-Rao Bound. The impact mechanism of pilot type on the trade-off between range and accuracy of estimation is analyzed. And then, a modified expectation maximization fine carrier synchronization is got with means of inserting pilot symbols and adding an integrator. Finally the simulations with the LDPC-Hadamard code with rate 1/12 verify that the new algorithm can increase synchronization range and improve accuracy, and achieve perfect synchronization with a certain amount of pilots at very low Signal to Noise Ratio.

**Key words:** Deep space communications; Carrier synchronization; Code-Aided (CA); LDPC-Hadamard code

### 1 引言

载波同步是深空通信的一个研究难点<sup>[1]</sup>, 而信道码的设计和同步算法的选取又是其中的两个关键技术。为了解决深空信道低信噪比和断续性<sup>[2]</sup>的问题, 应采用低码率信道码和快速同步算法。传统的低码率 Turbo 码和 LDPC 码的码长较大, 而大的码长会引入高的计算复杂度, 不利于快速同步。因此低码率、短码长的信道码更适合于深空通信这种突发的断续通信系统。LDPC-Hadamard 码是一类优

异的低码率信道码。文献[3]阐述了 LDPC Hadamard 码的构造原理及优化方法, 并从逼近香农限的角度进行了码字设计, 码长较长。为了将其应用到深空通信系统中, 需对其进行改进。本文将设计出一种低码率、短码长的 LDPC-Hadamard 码。

由估计理论可知, 同步参数估计范围和精度分别与用于估计的数据长度成反比及正比关系<sup>[4]</sup>。传统导频连续放置, 长度比编码数据短。相比于编码辅助(Code-Aided, CA)同步算法, 导频辅助同步算法(Data-Aided, DA)估计范围大, 但精度差。因此将编码与数据进行联合辅助可克服单独辅助的缺点。文献[5-7]在假定小同步范围的前提下讨论了各种编码辅助同步算法。文献[8]讨论了 DVB-RCS 系

2010-04-06 收到, 2010-10-27 改回

国家 863 计划项目(2009AA01Z234)资助课题

\*通信作者: 晏辉 wateroflife@126.com

统中的导频设计及导频与编码联合辅助的问题,但所用的导频结构与算法并不适用于信噪比更低的深空信道。因此在深空信道中设计合适的导频结构和同步算法是一个重要的课题。

本文第 2 节给出系统模型,分析了导频结构对同步参数估计精度与范围的影响机理;第 3 节构造出一种码率为 1/12 的 LDPC-Hadamard 码;第 4 节提出了基于编码与导频联合辅助的同步算法,推导出粗同步频偏估计量方差的理论表达式,并改进了期望最大算法;第 5 节为性能仿真;最后为全文总结。

## 2 系统模型

图 1 为联合辅助同步算法的系统模型。信息比特流经过编码和 BPSK 调制后与导频进行复用,已调的编码符号长为  $L$ ,导频长度为  $N$ ,帧长  $K = L + N$ 。假设理想定时,接收信号表示为

$$r_k = a_k e^{j(2\pi k \Delta f T_s + \theta)} + n_k, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (1)$$

接收机首先提取出导频符号进行粗同步,接着对粗同步后的信号进行迭代的译码与细同步操作。

在导频与帧长给定时,能使参数 CRB 界最小的导频放置方式称为最优导频。文献[9]证明了载波同步时最优导频的放置方式为前后各一半(PP 结构),而传统连续放置的方式方差最大。因此低信噪比下粗同步算法的设计准则为:首先针对 PP 结构设计性能与 CRB 界最接近的粗估计算法;其次调整导频结构以获得大的估计范围。这是因为 PP 结构中前后导频的距离最远,同步范围最小。将前后导频距离缩小大约一半可得到 PM 结构。PP, PM 结构示意图如图 2 所示。可预见此时估计方差会较 PP 方式有所增加,但估计范围也大约提高到原来的两倍。

## 3 低码率 LDPC-Hadamard 码的构造

LDPC-Hadamard 码将 LDPC 码中的单奇偶校验约束关系转换成 Hadamard 码约束关系。其构造方法为:首先构造变量节点度不为 1 的 LDPC 码;

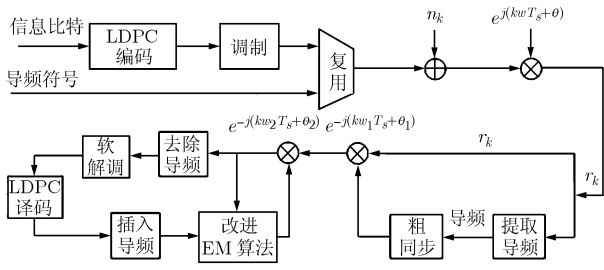


图 1 系统框图

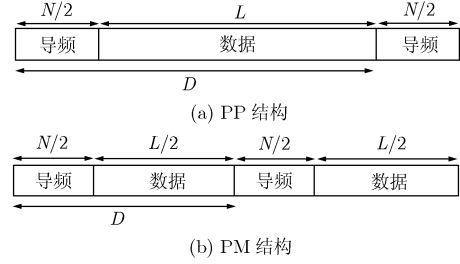


图 2 两种不通类型的帧结构

接着将 LDPC 码字中与校验节点相连的所有变量比特映射成 Hadamard 码;最后将前面两步中得到的 LDPC 码与 Hadamard 码顺序组合就得到了 LDPC-Hadamard 码。

LDPC-Hadamard 码的码长和码率由原始 LDPC 码的码字参数及 Hadamard 码阶数共同决定。通过合理地设置这些参数就可构造出低码率、短码长的 LDPC-Hadamard 码。下面给出码率为 1/12 的 LDPC-Hadamard 码构造过程:首先用 PEG 算法构造一个信息位长  $K_L = 100$ ,码长  $N_L = 200$ ,行重  $\rho = 6$ ,列重  $\lambda = 3$  的规则 LDPC 码;然后将其中所有与校验节点相连的变量比特映射成阶数  $r = 4$  的 Hadamard 码,这样共有  $M_{\text{had}} = 100$  个长度为  $2^r - \rho = 10$  的 Hadamard 码;最后将 Hadamard 码和 LDPC 码顺序组合得到码长为  $N_L + M_{\text{had}}(2^r - \rho) = 1200$  的 LDPC-Hadamard 码,码率  $R = K_L / (N_L + M_{\text{had}}(2^r - \rho)) = 1/12$ 。

## 4 编码与导频联合辅助的同步算法

### 4.1 基于相关函数和的导频辅助粗估计算法

传统导频放置方式具有最大方差,所以需要对其放置方式及估计算法进行修正。按照最优的 PP 结构,文献[4]提出的粗估计算法为

$$\Delta \hat{f} T_s = \frac{1}{2\pi D} \arg \left\{ \sum_{k=1}^{N/2} r_k^* r_{k+D} \right\} = \frac{1}{2\pi D} \arg \{ R(D) \} \quad (2)$$

其中  $R(D) = \sum_{k=1}^{N/2} r_k^* r_{k+D}$ 。并且证明了:

$$E((\Delta \hat{f} - \Delta f)^2 T_s^2) = \frac{1}{2\pi^2 D^2} \left( \frac{1}{NSNR} + \frac{1}{2NSNR^2} \right) \quad (3)$$

由式(2)可知,此算法只利用了相关函数  $R(D)$ 。为提高低信噪比时估计算法抗噪声能力,对所有相关函数求和得到

$$\begin{aligned} \Delta \hat{f} T_s &= \frac{1}{2\pi D} \arg \left\{ \sum_{k=1}^{N/2} \sum_{m=L+1+N/2}^{L+N} r_m^* r_k \right\} \\ &= \frac{1}{2\pi D} \arg \left\{ \sum_{l=0}^{N/2-1} R(D+l) + \sum_{l=1}^{N/2-1} R(D-l) \right\} \quad (4) \end{aligned}$$

其中

$$R(D+l) = \sum_{k=1}^{N/2-l} r_k^* r_{k+D+l}, R(D-l) = \sum_{k=l+1}^{N/2} r_k^* r_{R+D-l}$$

此估计量为无偏估计量, 其方差为

$$E((\Delta\hat{f} - \Delta f)^2 T_s^2) = \frac{1}{2\pi^2 D^2} \left( \frac{1}{NSNR} + \frac{1}{N^2 SNR^2} \right) \quad (5)$$

对照式(3)和式(5)可知, 低信噪比时依式(4)进行频率估计可提高估计精度。对应的相位估计量为

$$\hat{\theta} = \arg \left\{ \sum_{k=1}^{N/2} r_k e^{-j2\pi k \Delta\hat{f} T_s} + \sum_{k=L+1+N/2}^{L+N} r_k e^{-j2\pi k \Delta\hat{f} T_s} \right\}$$

#### 4.2 基于编码与导频联合辅助的 EM 算法

期望最大(Expectation Maximization, EM)算法是一种近似的最大似然算法。在每次迭代译码结束后, EM 算法首先利用后验信息进行参数的更新与同步操作; 然后将补偿后的数据送入译码器进行下一次迭代。定义  $\mathbf{r}^{(n)} = [r_1^{(n)}, \dots, r_K^{(n)}]^T$  和  $\hat{\mathbf{b}}^{(n)} = [\Delta\hat{f}_{\text{Fine}}^{(n)}, \hat{\theta}_{\text{Fine}}^{(n)}]^T$  表示第  $n$  次迭代时信号与估计向量 ( $\mathbf{r}^{(0)}$ : 粗同步后的信号)。采用联合估计算法时的估计量表示为

$$\begin{aligned} & \Delta\hat{f}_{\text{Fine}}^{(n)} \\ &= \arg \max_{\Delta f_i} \left\{ \underbrace{\sum_{k=N/2+1}^{L+N/2} \bar{a}_k^{(n-1)}(\mathbf{r}^{(n-1)}, \hat{\mathbf{b}}^{(n-1)}) r_k^{(n-1)} e^{-j2\pi k \Delta f_i T_s}}_{EM} \right. \\ & \quad \left. + \underbrace{\sum_{k=1}^{N/2} r_k^{(n-1)} e^{-j2\pi k \Delta f_i T_s} + \sum_{k=L+N/2+1}^{L+N} r_k^{(n-1)} e^{-j2\pi k \Delta f_i T_s}}_{ML} \right\} \\ & \hat{\theta}_{\text{Fine}}^{(n)} = \arg \left\{ \sum_{k=1}^{L+N} r_k^{(n-1)} e^{-j2\pi k \Delta\hat{f}_{\text{Fine}}^{(n)} T_s} \right\} \\ & \bar{a}_k^{(n)}(\mathbf{r}^{(n-1)}, \hat{\mathbf{b}}^{(n-1)}) = \sum_{a_m \in A} a_m P(a_k = a_m | \mathbf{r}^{(n-1)}, \hat{\mathbf{b}}^{(n-1)}) \end{aligned}$$

每次迭代时新的信号向量由已补偿的信号向量代替。这样就等效于增加了一个积分器, 可以使得频率窗口减小一半。其次因为增加了导频符号用于估计, 所以估计精度也可得以提高。

## 5 性能分析

本文采用第3节构造的 LDPC-Hadamard 码进行了 50000 帧仿真, 20 次迭代译码。下面分别就粗估计算法性能, 联合估计算法中导频结构对系统性能的影响进行分析比较。

### 5.1 粗估计算法的性能

为方便起见, 分别用算法 1 和算法 2 表示由式(2)和式(4)定义的频率估计算法。文献[10]提出了在一定导频及编码符号长度下所有频率粗估计量的 CRB 下界。图 3 为当导频长度  $N=80, N=120$ , PP 结构时, 两个算法的均方根误差与 CRB 界的比较。

从中可看出: 算法 2 能大幅降低估计方差; 并且其理论与实测曲线拟合度也好于算法 1。如当  $N=120$ , 在  $SNR > -10.5$  dB 时算法 2 的理论与实测曲线基本重合, 而算法 1 的理论与实测曲线则出现了较大偏差。另外, 随着  $N$  的增加算法 2 的理论与实测曲线拟合度也逐渐增加。

### 5.2 联合估计算法的同步范围

图 4 为  $SNR = -8.5$  dB 时 EM 算法(CA)和联合辅助(CA+DA)算法的鉴频与鉴相图。可以看出: 联合估计算法能够提高同步范围。当导频结构为 PM 时, 鉴相范围与 PP 结构相同, 而鉴频范围约为 PP 结构的两倍。这与第 2 节的分析一致。当相偏接近  $\pm\pi$  时, 新算法的相偏估计量会出现极性跳跃现象。如  $\theta = \pi$  时,  $\hat{\theta}$  会在  $-\pi$  或  $\pi$  附近取值。这种极性跳跃现象使得估计量均值降低, 但相偏仍然得到了正确补偿。因此联合估计算法的鉴相区间为  $[-\pi, \pi]$ , 能够消除相位模糊。

### 5.3 不同导频结构时估计均方根误差分析

图 5 给出了在不同导频结构下, 导频长度  $N=120$ , 频偏  $\Delta f T_s = 2 \times 10^{-4}$ , 相偏  $\theta = \pi/3$  时, 联合估计算法的估计均方根误差曲线图。由于发送信号未知, 因此准确的 CRB 界难以求出。文献[10]提出了一种比 CRB 界小的修正 CRB 界(MCRB)。从图 5 中可知, 如仅采用导频符号进行粗同步, 则同步参数估计误差较大; 而在粗同步后继续进行细估计, 估计精度可大幅提高。与 PM 结构相比, PP 结构在粗细同步阶段都有更高的精度。当  $SNR > -9.5$  dB 时, PP 结构对应的联合估计算法的频率均方根误差逼近 MCRB, 但相位均方根误差较 MCRB 有一定的距离。这是因为相位估计受限于频率估计量的准确度, 在低信噪比区域估计效果较差。

### 5.4 误码率性能

图 6 为当  $\Delta f T_s = 2 \times 10^{-4}$ ,  $\theta = \pi/3$  时, 不同导频结构和长度下联合估计算法的 BER 曲线图。可以看出, 随着导频长度的增加联合估计算法的性能逐渐逼近理想同步。在导频长为 120,  $P_e = 10^{-4}$  时, PP 结构距离理想同步相差约 0.35 dB, PM 为 0.5 dB。可以预见随着导频长度的增加, 两者性能都会收敛于理想同步。虽然 PM 结构有更大的捕获范围, 但 PP 结构拥有更小的估计方差, 所以在共同的捕获区间内 PP 结构可以得到更好的 BER 性能, 但随着导频长度的增加两者的差距会逐渐缩小。

## 6 结束语

传统的编码辅助同步算法仅利用编码符号进行同步, 估计范围受限。而导频是编码系统完成帧定位和解码的一个有效手段。为充分利用导频符号,

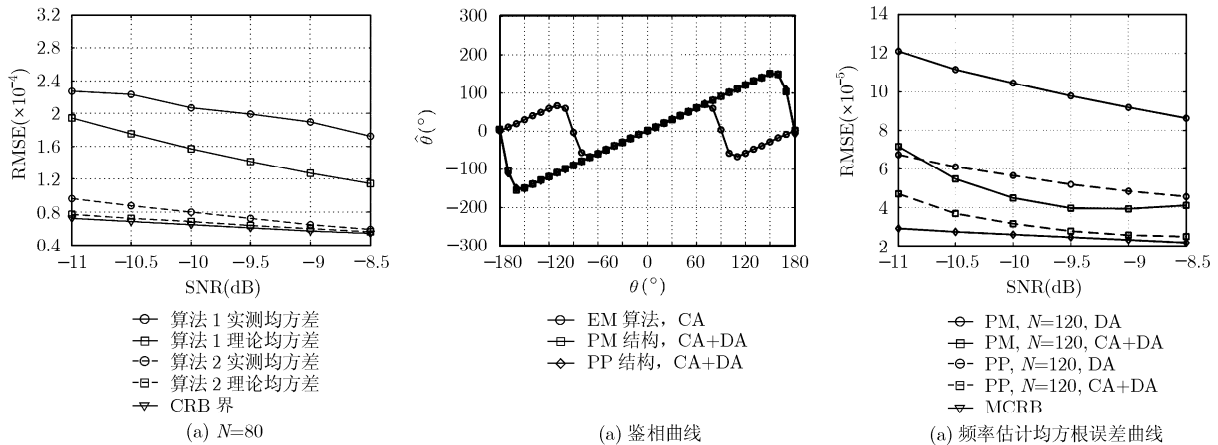


图 3 不同频率粗估计算法均方根误差曲线

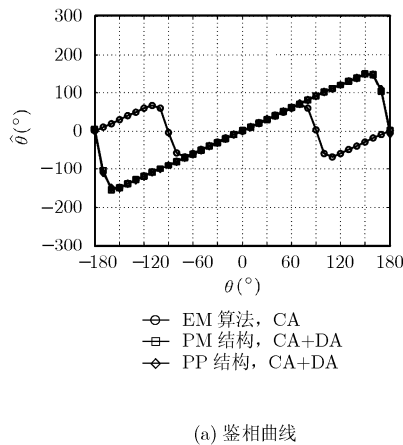
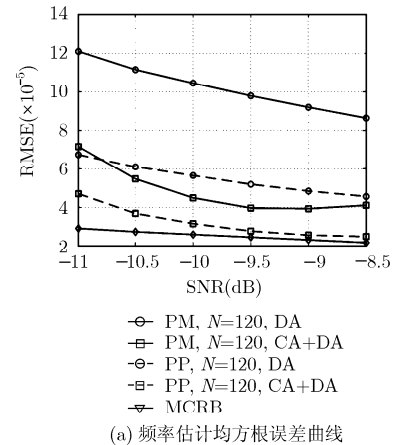
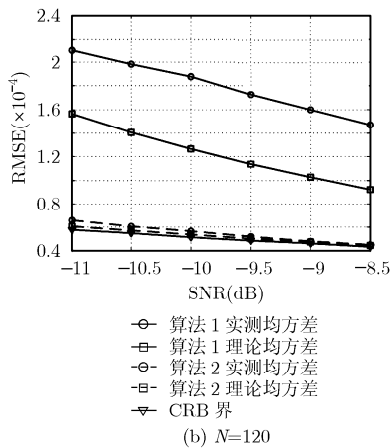


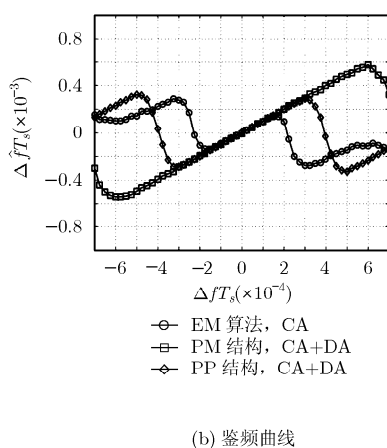
图 4 SNR=-8.5 dB 时, 不同估计算法的鉴相与鉴频曲线



(a) 频率估计均方根误差曲线



(b) 相位估计均方根误差曲线



(c) 鉴频曲线

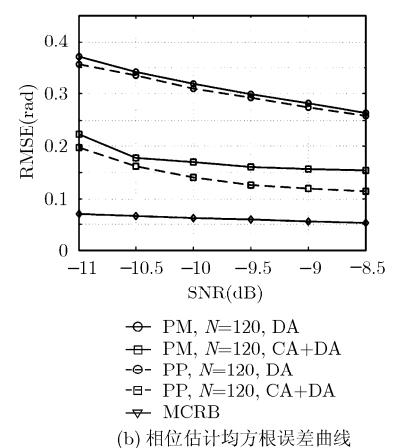


图 6 不同导频结构和长度时, 联合估计算法对应的 BER 曲线

本文提出了一种编码与导频联合辅助的同步算法。针对最优导频结构, 提出的频率粗估计量具有良好的估计精度; 本文分析了导频结构对系统性能的影响。仿真结果表明: 与传统的算法相比, 联合估计算法可大幅提高估计范围, 并且通过合理设置导频结构能在估计精度与范围之间取得折衷。

参 考 文 献

[1] 于志坚. 深空探测通信系统[M]. 国防工业出版社, 2009: 186-212.

[2] 张乃通, 李晖, 张钦宇. 深空探测通信技术发展趋势及思考[J]. 宇航学报, 2007, 28(4): 786-793.  
Zhang Nai-tong, Li Hui, and Zhang Qin-yu. Thought and developing trend in deep space exploration and communication[J]. *Journal of Astronautics*, 2007, 28(4): 786-793.

[3] Yue Guo-sen, Li Ping, and Wang Xiao-dong. Generalized Low-Density Parity-Check codes based on Hadamard constraints[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 30(3): 1058-1079.

[4] Godtmann S, Hadaschik N, Steinert W, and Ascheid G. A concept for data-aided carrier frequency estimation at low Signal-to-Noise Ratios[C]. *IEEE International Conference on Communications*, Beijing, China, 19-23 May 2008: 463-467.

[5] Rahamim Y, Freedman A, and Reichman A. ML Iterative Soft-Decision-Directed (ML-ISDD): a carrier synchronization system for short packet Turbo coded communication[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2008, 56(7): 1169-1177.

[6] Bo He-jun, Li Ming-ming, and Li Meng-hou. Novel iterative APPA carrier phase recovery and detection for Turbo code systems[C]. *IEEE International Conference on Communications Technology and Applications*, Beijing,

- China, 16-18 October 2009: 540-541.
- [7] 包建荣, 詹亚锋, 陆建华. 基于 LDPC 译码软信息的迭代载波恢复[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(10): 2416-2420.  
Bao Jian-rong, Zhan Ya-feng, and Lu Jian-hua. Iterative carrier recovery based on soft decision metrics of LDPC decoding[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(10): 2416-2420.
- [8] Godtmann S, Hadaschik N, Steinert W, Pollok A, Ascheid G, and Meyr H. Coarse and Turbo synchronization: a case-study for DVB-RCS[C]. NEWCOM-ACORN Workshop, Vienna, Austria, Sept 20-22, 2006: 1-5.
- [9] Ying Ye-qiu and Ghogho M. Optimal pilot placement for frequency offset estimation and data detection in burst transmission systems[J]. *IEEE Communications Letters*, 2005, 9(6): 549-551.
- [10] Aldo N, Andrea D, Mengali U, and Reggiannini R. The modified Cramer-Rao bound and its applications to synchronization problems[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1994, 42(2): 1391-1399.
- 晏 辉: 男, 1982 年生, 博士生, 研究领域为信道编码与协作通信.
- 唐发建: 男, 1985 年生, 硕士生, 研究领域为信道编码与移动通信.
- 张忠培: 男, 1967 年生, 教授, 博士生导师, 研究领域为无线与移动通信.