

一种非等间距线阵的 DOA 估计方法

邵 华* 苏卫民 顾 红

(南京理工大学电子工程与光电技术学院 南京 210094)

摘 要: 针对非等间距线阵测向中的测向精度和相位模糊之间的矛盾, 该文提出了一种基于四阶累积量的波达角 (DOA) 估计算法。该算法利用基线间的参差关系解相位模糊, 以突破 VESPA 算法中参考阵元间距不大于半波长的限制, 从而有效地提高了测向精度。依靠导向矢量、累积量矩阵特征值以及其对应的特征向量三者之间的关系, 该算法实现了各基线的相位差与信号源的配对。仿真实验验证了该算法的有效性。

关键词: DOA 估计; 四阶累积量; 非等间距线阵; 虚拟 ESPRIT 算法; 模转换

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)01-0095-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00337

A Method of Estimation DOA for Non-uniform Linear Array

Shao Hua Su Wei-min Gu Hong

(School of Electronic Engineering and Optoelectronic Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: A fourth-order cumulant-based DOA estimation method is presented, considering contradictions between direction finding precision and phase ambiguity in using non-uniform linear array to estimate the Direction Of Arrival (DOA). The new algorithm uses baseline ratio to solve ambiguity, and the constrain that the length of the displacement vectors joining the reference sensors must be less than half-wavelength of the signal is not need, thus accuracy of direction finding is effectively improved. According to the tripartite relationship among steering vector, the eigenvalues of the cumulant matrices and the eigenvectors corresponding to the eigenvalues, the phase differences of each baselines and the signals are automatically paired in the algorithm. The performance of the algorithm is effectively demonstrated with simulation.

Key words: Estimation of DOA; Fourth-order cumulant; Non-uniform array; VESPA (Virtual-ESPRIT Algorithm); Modulo conversion

1 引言

近几十年, 超分辨谱估计算法已有很多行之有效的办法被提出, 例如 MUSIC^[1]等算法, 但大多数空间谱估计算法都是针对等距均匀线阵进行讨论。基于四阶累积量的 VESPA (Virtual-ESPRIT Algorithm)^[2,3] 算法根据四阶累积量的阵列扩展性质, 构造与原阵列结构相同的虚拟阵列, 并利用原阵列与虚拟阵列间的旋转不变关系进行测向。由于 VESPA 算法对非参考阵元几何结构没有要求, 适合于非等间距线阵, 同时又具有抑制高斯噪声的能力和阵列扩展性质, 因此受到广泛关注。但 VESPA 算法要求参考阵元间距 (原阵列参考阵元和虚拟阵列参考阵元之间的间距) 不大于信号半波长。天线单元口径决定了天线的增益, 天线单元间距的限制影响

天线单元增益的设计。天线阵的口径决定了方向估计的精度, 而大的合成孔径和半波长间距有矛盾^[4]。针对测向精度和测向模糊这一矛盾, 国内外发展了较多的解模糊方法^[4-9], 其中模转换测向^[9]方法通过设计特定几何结构的天线, 利用阵元间距的比例关系实现解模糊, 且设计合理的天线几何结构能使得系统容差较大。

本文正是结合以上两种测向算法, 提出了一种基于四阶累积量的非等间距线阵信号估计的方法——基于模转换的 VESPA 测向算法。该算法即允许参考阵元间距大于信号半波长, 以提高测向精度和阵列的可实现性, 同时又不去除 VESPA 算法的高斯噪声抑制能力, 设计合理的天线结构, 系统容差较大的特点也能得到保留。文中给出了具体的算法, 通过计算机仿真验证了算法的可行性。

2 问题模型

如图 1 所示, 线阵由 $M + 1$ 个全向阵元组成,

2010-04-01 收到, 2010-07-09 改回

*通信作者: 邵华 tongyishaohua@163.com

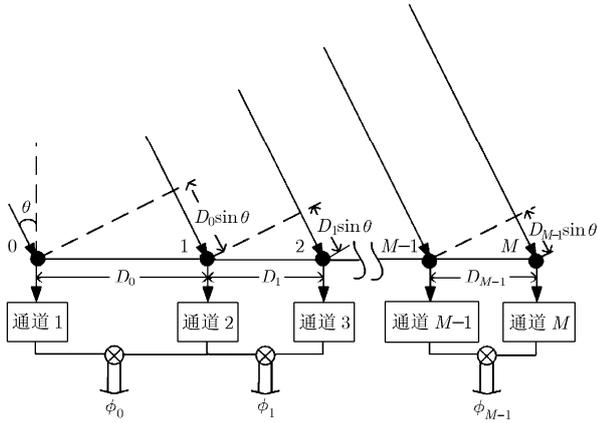


图1 模转换天线几何结构示意图

各相邻两阵元的基线长为 D_0, D_1, \dots, D_{M-1} ，其中基线 D_0 最长，且各基线满足如下比例关系

$$D_k / D_0 = P_k / Q_k, \quad k = 1, \dots, M-1 \quad (1)$$

其中 P_k 和 Q_k 为互质的正整数，并且 $Q_1 < Q_2 < \dots < Q_{M-1}$ 。两个正整数互质，它们的最大公约数为 1。

假设 P 个非高斯、独立、窄带远场信号源投射到图 1 所示的线阵上，信号方向为 $\theta_i, i = 1, 2, \dots, P$ ，信号互不相关，且与噪声不相关，噪声为平稳、时间和空间都不相关的高斯白噪声。阵列输出的矩阵形式为^[4-6,9]

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2)$$

其中 $\mathbf{r}(t) = [r_0(t), r_1(t), \dots, r_M(t)]^T$ ， $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_P)]$ ， $\mathbf{a}(\theta_i) = [\exp(-j\psi_{0,i}), \dots, \exp(-j\psi_{M-1,i})]$ ， $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_P(t)]^T$ ， $\mathbf{n}(t) = [n_0(t), \dots, n_M(t)]^T$ 。 $\psi_{k,i}$ 表示第 i 个信号源在第 k 个基线上形成的相位差， $s_i(t)$ 是 θ_i 方向上的信号源， $n_m(t)$ 为第 m 个阵元上的接收噪声，为表达简洁，后面的表达式均去掉时间 t 。在远场窄带的假设条件下，基线 D_k 的相邻两阵元对 θ_i 方向的响应相位差为

$$\psi_{k,i} = 2\pi(D_k / \lambda) \sin \theta_i, \quad k = 0, 1, \dots, M-1, \quad i = 1, \dots, P \quad (3)$$

其中 λ 为信号波长， $\psi_{k,i}$ 的测量值 $\phi_{k,i}$ 可表示为

$$\phi_{k,i} = \psi_{k,i} \bmod 2\pi, \quad \phi_{k,i} \in (-\pi, \pi]$$

即

$$\psi_{k,i} = \phi_{k,i} + 2\pi K_{k,i} \quad (4)$$

其中 $K_{k,i}$ 是整数，它表示 $\psi_{k,i}$ 的模糊数。 $\psi_{k,i}$ 和 $\phi_{k,i}$ 可分别写成如下矩阵形式

$$\boldsymbol{\psi} = [\psi_0, \dots, \psi_k, \dots, \psi_{M-1}]^T \quad (5a)$$

$$\boldsymbol{\psi}_k = [\psi_{k,1}, \psi_{k,2}, \dots, \psi_{k,P}]^T, \quad k = 0, 1, \dots, M-1 \quad (5b)$$

$$\boldsymbol{\Theta} = [\boldsymbol{\Theta}_0, \dots, \boldsymbol{\Theta}_k, \dots, \boldsymbol{\Theta}_{M-1}]^T \quad (5c)$$

$$\boldsymbol{\Theta}_k = [\phi_{k,1}, \phi_{k,2}, \dots, \phi_{k,P}]^T, \quad k = 0, 1, \dots, M-1 \quad (5d)$$

3 基于模转换的 VESPA 测向算法

根据以上的问题模型及假设条件，当参考阵元间距大于信号半波长时，VESPA^[2]算法只能得到模糊的相位差 $\boldsymbol{\Theta}$ ，估计的 DOA 具有模糊性，但采用图 1 所示的天线结构及模转换算法可解测向模糊。基于模转换的 VESPA 测向算法就是根据这一想法提出的。

3.1 VESPA 算法估计相位差 $\boldsymbol{\Theta}$

假设第 m_1, m_2, m_3 和 m_4 阵元的复测量值分别为 $r_{m_1}, r_{m_2}, r_{m_3}$ 和 r_{m_4} ，由四阶累积量的定义及其性质^[10,11]可得 $\text{cum}(r_{m_1}, r_{m_2}^*, r_{m_3}, r_{m_4}^*) = \sum_{i=1}^P \gamma_{4,s_i} \cdot \exp[-j \cdot (\psi_{m_1} - \psi_{m_2} + \psi_{m_3} - \psi_{m_4})]$ ，其中 γ_{4,s_i} 为第 i 个信号源的四阶累积量，即 $\gamma_{4,s_i} = \text{cum}(s_i, s_i^*, s_i, s_i^*)$ 。

为方便后续测量相位差与信号源的匹配，选择任意相邻的 3 阵元 $m, m+1$ 和 $m+2$ 作为参考阵元， $m \in \{0, 1, 2, \dots, M-2\}$ ，称参考阵元 $m, m+1$ 和 $m+2$ 为一个参考阵元组，记为 $(m, m+1, m+2)$ ，定义如下的累积量矩阵：

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_m &= \text{cum}(r_{m+1}, r_{m+1}^*, \mathbf{r}, \mathbf{r}^H) \\ &= \sum_{i=1}^P \gamma_{4,s_i} \cdot \mathbf{a}(\theta_i) \cdot \mathbf{a}^H(\theta_i) = \mathbf{A}\mathbf{D}\mathbf{A}^H \end{aligned} \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{m+1} &= \text{cum}(r_m, r_{m+1}^*, \mathbf{r}, \mathbf{r}^H) \\ &= \sum_{i=1}^P \gamma_{4,s_i} \cdot [a_m(\theta_i) \otimes \mathbf{a}(\theta_i)] \cdot \mathbf{a}^H(\theta_i) \\ &= \mathbf{A}\boldsymbol{\Phi}_m\mathbf{D}\mathbf{A}^H \end{aligned} \quad (6b)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{m+2} &= \text{cum}(r_{m+1}, r_{m+2}^*, \mathbf{r}, \mathbf{r}^H) \\ &= \sum_{i=1}^P \gamma_{4,s_i} \cdot [a_{m+1}(\theta_i) \otimes \mathbf{a}(\theta_i)] \cdot \mathbf{a}^H(\theta_i) \\ &= \mathbf{A}\boldsymbol{\Phi}_{m+1}\mathbf{D}\mathbf{A}^H \end{aligned} \quad (6c)$$

$$\mathbf{C} = [\mathbf{C}_m^T, \mathbf{C}_{m+1}^T, \mathbf{C}_{m+2}^T]^T \quad (6d)$$

其中

$$\mathbf{D} = \text{diag}[\gamma_{4,s_1}, \dots, \gamma_{4,s_P}] \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\Phi}_m = \text{diag}[e^{j\psi_{m,1}}, \dots, e^{j\psi_{m,P}}] \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\Phi}_{m+1} = \text{diag}[e^{j\psi_{m+1,1}}, \dots, e^{j\psi_{m+1,P}}] \quad (9)$$

\mathbf{A} 和 \mathbf{D} 的秩均为 P ，故满足 VESPA 算法的条件^[2]。由四阶累积量的阵列扩展特性及导向矢量 $\mathbf{a}_m(\theta_i) \otimes \mathbf{a}(\theta_i)$ 可知，式(6b)构造了一个与原阵列结构相同的虚拟阵列，且与原阵列的间距为 D_m 。同理可得，式(6c)也构造一个与原阵列结构相同、间距为 D_{m+1} 的虚拟阵列。图 2 给出了原阵列与虚拟阵列的结构示意图，其中实线表示真实阵列，虚线表虚拟阵列，实心圆表示真实阵元，空心圆表示虚拟阵元，虚拟

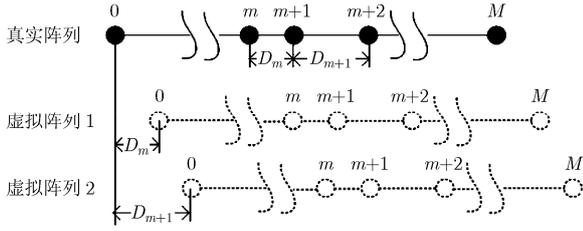


图2 原阵列与虚拟阵列几何结构示意图

阵列1和虚拟阵列2分别为式(6b)和式(6c)的扩展阵列。

结合式(6)和图2,可以看出,式(6a)-式(6c)分别表示了真实阵列输出的自相关矩阵、真实阵列与虚拟阵列1输出的互相关矩阵、真实阵列与虚拟阵列2输出的互相关矩阵。正因为原阵列与两个虚拟阵列均满足旋转不变关系,所以我们可以对累积量矩阵 \mathbf{C} 进行SVD(奇异值分解)来求相位差。矩阵 \mathbf{C} 经SVD后可得一组特征向量,其中大特征值对应的特征向量张成的信号子空间 \mathbf{E}_s 为

$$\mathbf{E}_s = [\mathbf{E}_m^T \quad \mathbf{E}_{m+1}^T \quad \mathbf{E}_{m+2}^T]^T \quad (10a)$$

大特征值对应的特征向量和各子阵的方向向量张成的空间为同一信号子空间^[2],即

$$\mathbf{E}_s = \text{span}\{\mathbf{E}_m, \mathbf{E}_{m+1}, \mathbf{E}_{m+2}\} = \text{span}\{\mathbf{A}, \mathbf{A}\Phi_m, \mathbf{A}\Phi_{m+1}\} \quad (10b)$$

相同子空间的不同向量组之间可进行线性转化,故将式(10b)写成

$$\mathbf{E}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_m \\ \mathbf{E}_{m+1} \\ \mathbf{E}_{m+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}\Phi_m \\ \mathbf{A}\Phi_{m+1} \end{bmatrix} \mathbf{T} \quad (10c)$$

其中 \mathbf{T} 是可逆矩阵。令 $\mathbf{B}_m = \mathbf{T}^{-1}\Phi_m\mathbf{T}$, $\mathbf{B}_{m+1} = \mathbf{T}^{-1}\Phi_{m+1}\mathbf{T}$,由式(10c)可得

$$\mathbf{E}_{m+1} = \mathbf{E}_m \mathbf{B}_m \quad (11)$$

$$\mathbf{E}_{m+2} = \mathbf{E}_m \mathbf{B}_{m+1} \quad (12)$$

对 \mathbf{B}_m 进行特征分解可得到矩阵 \mathbf{T} 和 Φ_m 。同理, \mathbf{B}_{m+1} 的特征分解也能给出 \mathbf{T} 和 Φ_{m+1} 。因为 \mathbf{B}_m 和 \mathbf{B}_{m+1} 分别进行特征分解,所以矩阵 \mathbf{T} 中的特征向量顺序具有任意性,故这两个特征向量并不一定相等,为了便于区分,分别记它们为 \mathbf{T}_m 和 \mathbf{T}_{m+1} 。为了求 Θ_0 的模糊数,需要先进行所有测量相位差与信号源的关联,但 Φ_m 和 Φ_{m+1} 中特征值的顺序也具有任意性,故需要对 Φ_m 和 Φ_{m+1} 中的特征值进行匹配。由矩阵知识可知,特征值与其对应的特征向量顺序相同,故 Φ_m 和 Φ_{m+1} 中特征值的匹配转化为 \mathbf{T}_m 和 \mathbf{T}_{m+1} 中特征向量的匹配。假设 \mathbf{t}_m 和 \mathbf{t}_{m+1} 分别为 \mathbf{T}_m 和 \mathbf{T}_{m+1} 中任意特征向量,若 \mathbf{t}_m 和 \mathbf{t}_{m+1} 关联,即 $\mathbf{t}_m^H \mathbf{t}_{m+1} = 1$,

则它们对应相同信号源,否则 $\mathbf{t}_m^H \mathbf{t}_{m+1} < 1$ 。因此,矩阵 $\mathbf{G} = \mathbf{T}_m^H \mathbf{T}_{m+1}$ 中元素1的位置可实现 Φ_m 和 Φ_{m+1} 中特征值的匹配。例如,若 $g = \{\mathbf{G}\}_{i_1, i_2} = 1$ 为矩阵 \mathbf{G} 中第 i_1 行、第 i_2 列的元素,则由元素 g 的位置可知, $\Phi_m(i_1, i_1)$ 和 $\Phi_{m+1}(i_2, i_2)$ 相匹配, Φ_m 和 Φ_{m+1} 中其它特征值的匹配也可以类似得出。在非理想情况下,选择最接近1的元素位置作为匹配标准。根据式(8)、式(9),及 Φ_m 和 Φ_{m+1} 的匹配顺序,可得关联后的测量相位差 Θ_m 和 Θ_{m+1} 。

上文仅给出相邻两组测量相位差的求取和匹配,下面讨论相邻数为3的情况,更一般的情况可以类推。假设阵元 m , $m+1$, $m+2$ 和 $m+3$ 为相邻的四阵元,首先将其分成两个参考阵元组 $(m, m+1, m+2)$ 和 $(m+1, m+2, m+3)$,然后分别运用相邻数为2时的计算和匹配方法,得到两组测量相位差 (Θ_m, Θ_{m+1}) 和 $(\Theta_{m+1}, \Theta_{m+2})$,最后以 Θ_{m+1} 为标准,实现 Θ_m , Θ_{m+1} 和 Θ_{m+2} 的匹配。当参考阵元间距大于信号半波长时,得到的 Θ 是模糊的,需要解模糊算法。

3.2 模转换解 Θ_0 的模糊

假设来波方向为 θ_i 的信号源在各基线上对应的测量相位差为 $\Theta_i = [\phi_{0,i}, \dots, \phi_{M-1,i}]^T$, $i \in \{1, \dots, P\}$,天线的测角范围为 $[-\theta_{\max}, \theta_{\max}]$,其中 $0 \leq \theta_{\max} < \pi/2$ 。当式(4)中的 $k=0$ 时,由式(4)可得

$$\psi_{0,i} = \phi_{0,i} + 2\pi K_{0,i}, \quad |\phi_{0,i}| \leq \pi \quad (13)$$

其中 $K_{0,i}$ 取整数。根据式(13),当 $\psi_{0,i} \in (-\pi, \pi]$ 时,其模糊值 $K_{0,i} = 0$,即 $\psi_{0,i}$ 的不模糊范围是 2π ,令 $V_{\text{prod},0} = 2\pi/(2\pi) = 1$,称 $V_{\text{prod},0}$ 为 $\psi_{0,i}$ 的模。结合式(3)和式(13), $K_{0,i}$ 的取值范围是 $[-K_{0,i,\max}, K_{0,i,\max}]$,最大模糊值 $K_{0,i,\max}$ 可根据式(14)计算得出

$$K_{0,i,\max} = (D_0/\lambda) \sin \theta_{\max} + 0.5 \quad (14)$$

同理,将 $k=0$ 代入式(3),得

$$\hat{\theta}_i = \sin^{-1} \left(\frac{\psi_{0,i}}{2\pi \cdot 1 \cdot D_0} \right) \quad (15)$$

其中 $\hat{\theta}_i$ 为 θ_i 的估计值。由式(15)及 $\psi_{0,i}$ 的不模糊范围可计算出 θ_i 的不模糊范围 $(-\theta_{i,0}, \theta_{i,0}]$,其中 $\theta_{i,0} = \sin^{-1}(\lambda/(2D_0))$ 。当 $D_0 > \lambda/2$ 时, θ_i 无模糊范围往往小于测角范围,其实质是 $\psi_{0,i}$ 的模较小,下面的表达式给出了扩大 $\psi_{0,i}$ 模的算法。根据式(1)和式(4),可得如下关系式

$$\begin{aligned} \frac{\psi_{m,i}}{\psi_{0,i}} &= \frac{\phi_{m,i} + 2\pi K_{m,i}}{\phi_{0,i,m-1} + 2\pi V_{\text{prod},m-1} K_{0,i,m-1}} \\ &= \frac{P_m}{Q_m}, \quad m = \{1, \dots, M-1\} \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$\psi_{0,i} = \phi_{0,i,m-1} + 2\pi V_{\text{prod},m-1} K_{0,i,m-1} \quad (17a)$$

$$V_{\text{prod},m-1} = V_{m-1} V_{\text{prod},m-2} = V_{m-1} \cdots V_0 \quad (17b)$$

$$V_m = \frac{Q_m}{\text{GCD}(V_{\text{prod},m-1}, Q_m)} \quad (17c)$$

$$|\phi_{0,i,m-1}| \leq \pi V_{\text{prod},m-1} \quad (17d)$$

$$|K_{0,i,m-1}| \leq \frac{D_0}{V_{\text{prod},m-1}\lambda} \sin \theta_{\max} + 0.5 \quad (17e)$$

GCD(a, b) 表示 a 和 b 的最大公约数, $V_{\text{prod},m-1}$ 为第 $m-1$ 次迭代后 $\psi_{0,i}$ 的模, $K_{0,i,0} = K_{0,i}$ 。从式(16)和式(17)可以看出, 利用基线之间的比例关系可逐步扩大 $\psi_{0,i}$ 的模, 例如, V_0 扩大到 $V_1 V_0$, $V_1 V_0$ 再扩大到 $V_2 V_1 V_0$ 。相应地, θ_i 的不模糊范围也随之扩大, 直到与测角范围相同时, 就相当于无模糊测向。相反, $\psi_{0,i}$ 的模糊数随 $\psi_{0,i}$ 模的扩大而逐步减小, 当式(17d)右边小于 1 时, 模糊数 $K_{0,i,m-1}$ 只能取零, 即 $\psi_{0,i} = \phi_{0,i,m-1}$, 这就是模转换解模糊的思想。如图 3 给出了本文解模糊算法的示意图, 不同的虚线所包围的区域代表扩大后的无模糊角度范围, 实线表示的测角范围是 $-90^\circ \sim 90^\circ$, 从图中可以看出, 初始不模糊区域最小, 依据式(16)进行迭代, 逐步扩大不模糊区域直至第 3 次迭代后与测角范围相同, 实现无模糊测向。

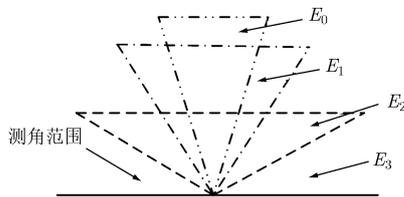


图 3 不模糊区域扩大示意图

(E_0 是模为 1 时的初始不模糊区域, E_1 – E_3 分别为第 1 次–第 3 次迭代后的不模糊区域, 其中第 3 次所扩大的不模糊区域与实线表示的测角范围一致, 从而实现无模糊测向)

综上所述, 基于模转换的 VESPA 测向算法由以下 3 个步骤组成:

(1) 基于图 1 所示的天线结构, 给定信号个数 P , 由所求测量相位差选择参考阵元组, 依次运用 VESPA 算法估计出所有测量相位差 Θ 。

(2) 利用相同信号源在各基线上形成的相位差对应同一信号空间, 在 Θ 中匹配各信号源所对应的测量相位差。

(3) 针对每个信号源, 通过匹配后的 M 个测量相位差和模转换解模糊方法求出其波达方向。

4 仿真及结果分析

仿真 1 为了评估以上算法的性能, 设计了图 4

中的两种天线, 其中天线 a 为 5 阵元模转换结构天线, 各阵元以阵元 4 为基准, 且线性分布在其两边, 各基线长度分别为 4λ , 2λ , λ , 1.5λ , 可以看出, 基线长度的比例关系满足解模糊要求; 天线 b 是天线 a 的对比天线, 阵元 1 和阵元 2 为其参考阵元, 阵元间距为 0.5λ , 满足 VESPA 算法要求。天线 a 和天线 b 分别用于本文算法和 VESPA 测向算法, 其工作频率均在 1.2–1.4 GHz, 阵元均为全向天线。假设存在 3 个非高斯、独立窄带远场信号源投射到这两个天线上, 信源方向分别为 0° , 15° 和 30° , 信源互不相关, 且与噪声独立, 噪声为平稳、时间和空间都不相关的高斯白噪声。对于测量噪声, 3 个信号源有相同的信噪比, 信噪比取值为 0–20 dB, 取值步长为 5 dB, 每次独立仿真采用 2000 次快拍数据, 独立重复 200 次 Monte-Carlo 试验, 可以得到 RMSE 和 SNR 的关系曲线, 如图 5 所示, 其中图 5(a)和图 5(b)分别为 VESPA 算法和本文算法得到的估计 DOA 的均方根误差曲线。从图中可以看出, 随着 SNR 的增大, 均方根误差随之减小, 测向精度提高, 且信噪比相同时, DOA 越大, 估计精度越低, 这一点正好验证式(19)中 DOA 估计的均方根误差与 DOA 成反比的关系。比较图 5(a)和图 5(b), 可以看出本文算法的测向性能明显优于 VESPA 算法的测向性能。

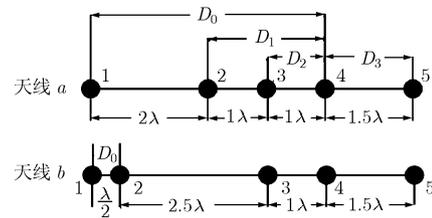


图 4 天线几何结构示意图

仿真 2 为了得到仿真 1 中的正确解模糊概率和 SNR 的关系, 假设 30° 方向的单信源投射到天线 a 上, SNR 的取值范围为 $-6 \sim 20$ dB, 取值步长为 2 dB, 独立重复 1000 次 Monte-Carlo 试验, 得到本文算法正确解模糊的概率和 SNR 的关系曲线, 如图 6 所示。从图中可以看出, 当 $\text{SNR} \geq -2$ dB 时, 正确解模糊的概率为 100%, $\text{SNR} < -2$ dB 时, 存在解模糊错误。

由仿真 2 可知, 当 $\text{SNR} \geq 0$ dB 时本文算法能实现完全解模糊, 即已求出无模糊相位差 ψ , 重写式(3)

$$\psi = 2\pi(D/\lambda) \sin \theta \quad (18)$$

假设其它条件理想, 仅考虑 ψ 和 θ 的误差, 对

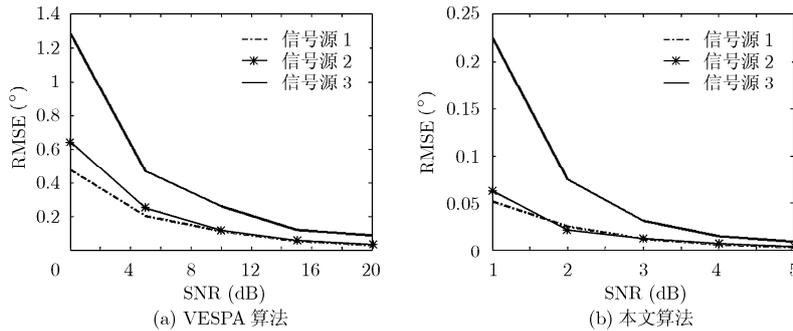


图 5 两种测向算法的估计方差与 SNR 的关系曲线

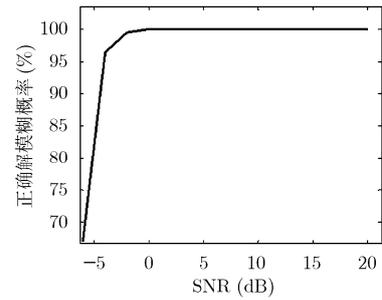


图 6 本文算法正确解模糊的概率和 SNR 的关系曲线

式(18)两边求导, 取标准差后得

$$\sigma_{\theta} = \frac{\lambda \sigma_{\psi}}{2\pi D \cos \theta} \quad (19)$$

其中 σ_{θ} 和 σ_{ψ} 分别为 θ 和 ψ 的均方根误差。从式(19)可知, 在其它条件相同的情况下, 前述两种算法的测向均方根误差之比与参考阵元间距比成倒数关系。又由图 5 可知, 两种算法的 DOA 均方根误差之比近似等于 8, 因此, 仿真 1 中本文算法性能优于 VESPA 算法的原因在于参考阵元间距扩大了 8 倍。

5 结束语

本文首次将模转换和 VESPA 测向方法结合突破 VESPA 方法中参考阵元间距必须为半波长的限制, 扩大了阵列孔径, 提高了目标信号方向估计精度。通过仿真验证了该算法的有效性, 并分析了本文算法测向性能优于 VESPA 测向性能的原因。本文只给出了 1 维 DOA 情况, 它也可以简单类推到 2 维测向。

参 考 文 献

- [1] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3): 276-280.
- [2] Liu Tsung-hsien and Mendel J M. Azimuth and elevation direction finding using arbitrary array geometries[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1998, 46(7): 2061-2065.
- [3] Dogan M C and Mendel J M. Applications of cumulants to array processing-Part I: aperture extension and array calibration[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(5): 1200-1216.
- [4] 龚亨钰, 袁俊泉, 等. 基于相位干涉仪数组多组解模糊的波达角估计算法研究. *电子与信息学报*, 2006, 28(1): 55-59.
Gong X Y and Yuan J Q, et al. A multi-pare unwrap ambiguity of interferometer array for estimation of direction of arrival. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2006, 28(1): 55-59.
- [5] 周亚强, 皇甫堪. 噪扰条件下数字式多基线相位干涉仪解模

糊问题. *通信学报*, 2005, 26(8): 16-21.

- Zhou Y Q and Huangfu K. Solving ambiguity problem of digitized multi-baseline interferometer under noisycircumstance. *Journal on Communications*, 2005, 26(8): 16-21.
 - [6] Gazzah H and Abed-Meraim K. Optimum ambiguity-free directional and omnidirectional planar antenna arrays for DOA estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(10): 3942-3953.
 - [7] 李旭, 蒋德富. MUSIC算法在交叉干涉仪测向中的应用[J]. *现代雷达*, 2009, 31(10): 55-59.
Li Xu and Jiang De-fu. Application of MUSIC algorithm to cross interferometer direction finding[J]. *Modern Radar*, 2009, 31(10): 55-59.
 - [8] 司伟建, 初萍, 孙圣和. 超宽带测向解模糊方法研究[J]. *弹箭与制导学报*, 2009, 29(2): 45-48.
Si Wei-jian, Chu Ping, and Sun Sheng-he. Study on the methods of solving direction finding ambiguity in very wide band[J]. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2009, 29(2): 45-48.
 - [9] Willett P K. Modulo conversion method for estimating the direction of arrival [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2000, 36(4): 1391-1396.
 - [10] 王永良, 陈辉. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 390-411.
Wang Yong-liang and Chen Hui. *Spatial Spectrum Estimation Theory and Algorithms*[M]. Beijing: TsingHua University Press, 2004: 390-411.
 - [11] Liang Jun-li. Joint azimuth and elevation direction finding using cumulant[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2009, 9(4): 390-398.
- 邵 华: 男, 1985 年生, 博士生, 研究方向为单站机载无源雷达等。
苏卫民: 男, 1959 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为自适应信号处理、外辐射源雷达等。
顾 红: 男, 1967 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为快速数字信号处理、随机信号雷达等。