

## 基于 GTD 模型的多雷达信号二维融合

叶 钊\* 何 峰 张永胜 董 臻

<sup>①</sup>(国防科学技术大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

**摘 要:** 多雷达信号 2 维融合是一种能显著提高成像分辨率和图像质量的参数化成像新方法。但是在宽带小角度观测的情况下, 实际目标散射是随着频率的变化而变化, 因此传统先插值后处理的融合方法就不再适用了。该文针对以上情况, 提出了一种基于几何绕射模型的多雷达信号 2 维融合的方法, 将多雷达信号 2 维融合问题转化为信号稀疏表示问题, 并利用正则化的方法来估计散射模型参数。此方法不仅不需要 2 维解耦处理, 而且通过信号稀疏表示方法可以准确地估计目标散射的频率依赖因子。仿真实验也表明该文方法有效性。

**关键词:** 多雷达 2 维信号融合; 信号稀疏表示; 几何绕射模型; 2 维解耦

中图分类号: TN957.51

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)01-0055-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00278

## Two-dimensional Fusion of Multi-radar Signals Based on GTD Model

Ye Fan He Feng<sup>①</sup> Zhang Yong-sheng Dong Zhen

<sup>①</sup>(School of Electronic Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Two-dimensional fusion of multi-radar signals is a new parameterized imaging method. It can remarkably improve image resolution. In the case of wide bandwidth and small angle observation, scattering of target depends on frequency. Traditional fusion methods are inapplicability to this case. A new fusion method of multi-radar signals based on GTD model is proposed in this paper, and signal fusion is transformed into a signal sparse representation problem. Then regularization method is used to estimate parameters of scattering model. It dispenses with the step of two-dimensional decoupling, and estimates frequency-dependent factors of target scattering accurately by signal sparse representation. The experiments also show the validity of the method.

**Key words:** Two-dimensional fusion of multi-radar signals; Signal sparse representation; GTD (Geometrical Theory of Diffraction) model; Two-dimensional decoupling

### 1 引言

由于传统的单基逆合成孔径雷达(ISAR)成像处理受到带宽和观测积累角度的限制, 图像的分辨率无法突破理论极限分辨率。而多雷达信号融合是一种新兴的雷达成像方法<sup>[1]</sup>。它通过多部雷达从不同角度和频段获取目标在 2 维谱域呈稀疏分布的雷达观测数据, 通过信号级的相干融合, 提高目标散射中心参数估计精度并获得更高的雷达成像分辨率。它打破了传统的单雷达成像分辨率受限于信号带宽与观测相干积累时间的约束, 可明显改善雷达成像分辨率。

当前的融合处理主要集中于多频段雷达信号融合方法研究。它利用同视角不同频带的雷达观测数据来提高图像距离分辨率。谱估计类的融合成像方法包括: 基于修正 Root-MUSIC 的融合方法<sup>[1]</sup>、基于

状态空间谱法的融合方法<sup>[2]</sup>、基于 AR-Burg 的融合方法<sup>[3]</sup>和基于非平稳序列模型的融合方法<sup>[4]</sup>。虽然谱估计类方法的精度较高, 但是需要知道目标散射点的个数, 这在实际中是很难估计出来的。而另一类基于信号表示的融合方法研究较少, 例如杜小勇提出的基于稀疏成分分析的融合方法<sup>[5]</sup>。而多视角多频段雷达信号 2 维融合方法则利用不同视角不同频带的雷达测量数据来提高图像的 2 维分辨率。目前的 2 维融合方法都是基于理想点目标模型<sup>[6]</sup>, 但是在实际观测下, 利用 GTD 模型对目标的散射进行建模, 才能够更好地模拟目标散射随频率和视角的变化情况。由于 GTD 模型存在幅相耦合特性, 通过极坐标插值能够使得相位解耦, 但是信号幅度还是耦合的。

因此本文提出了一种新的基于 GTD 模型的多雷达信号 2 维融合方法。此方法不仅不需要 2 维解耦处理, 而且可以准确地估计目标散射的频率依赖因子。文章的结构安排如下: 第 2 节介绍 GTD 模

型的幅相耦合性；第 3 节建立了基于 GTD 的多雷达信号 2 维表示模型；第 4 节给出了基于信号稀疏表示的信号融合方法；第 5 节为仿真实验；第 6 节为本文的结论。

## 2 GTD 模型的幅相耦合性

理想点目标模型可以写为

$$E(f, \theta) = \sum_{k=1}^K \sigma_k \exp \left\{ -j \frac{4\pi}{c} f (x_k \cos \theta + y_k \sin \theta) \right\} \quad (1)$$

其中  $f$  为雷达观测频带,  $\sigma_k$  为第  $k$  个散射点的幅度。如图 1 所示,  $\theta$  为观测视角,  $x_k$  和  $y_k$  分别为第  $k$  个散射点的 2 维坐标。

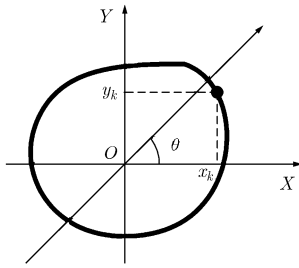


图 1 目标的观测几何

从式(1)我们看出 2 维模型存在耦合, 因此在融合处理前必须利用 Keystone 变换或者极坐标插值进行 2 维解耦。经过极坐标插值后, 式(1)变化为

$$E(u, v) = \sum_{k=1}^K \sigma_k \exp \left\{ -j \frac{4\pi}{c} (ux_k + vy_k) \right\} \quad (2)$$

$$u = f \cos \theta, \quad v = f \sin \theta \quad (3)$$

针对式(2), 就可以采用谱估计类的算法来估计模型参数, 例如修正的 Root-Music 的融合方法和基于 EMEMP 的融合方法<sup>[6]</sup>。

但是在实际观测的情况下, 目标的散射是随着频率和视角的变化而变化的, 因此其散射模型可以写为

$$E(f, \theta) = \sum_{k=1}^K \sigma_k(f, \theta) \cdot \exp \left\{ -j \frac{4\pi}{c} f (x_k \cos \theta + y_k \sin \theta) \right\} \quad (4)$$

在宽带小角度观测的情况下, 可以认为幅度不随角度变化。根据几何绕射理论可知, 目标散射主要可分为以下几种: (1) 镜面反射; (2) 边缘绕射; (3) 尖端散射; (4) 凹腔体等效多次反射型散射; (5) 行波及蠕动波散射; (6) 天线型散射等。每一种散射类型对应着一类散射中心, 一些典型散射中心的传递函数表现为频率的幂函数形式<sup>[5,7]</sup>

$$E(f) \propto f^\alpha \quad (5)$$

其中  $\alpha$  为频率依赖因子。表 1 为一些典型散射中心

表 1 典型散射中心的频率依赖特性

几何结构	角绕射	边缘绕射	理想点双曲面镜面反射	单曲面反射	平板镜面反射
依赖因子	-1	-0.5	0	0.5	1

的频率依赖特性。

因此基于 GTD 模型的目标的散射模型可以写为<sup>[7]</sup>

$$E(f, \theta) = \sum_{k=1}^K A_k \left( j \frac{f}{f_0} \right)^{\alpha_k} \cdot \exp \left\{ -j \frac{4\pi}{c} f (x_k \cos \theta + y_k \sin \theta) \right\} \quad (6)$$

其中  $A_k$  为常复振幅,  $f_0$  为起始频率,  $\alpha_k$  为频率依赖因子,  $\alpha_k \in [-1, -0.5, 0, 0.5, 1]$ 。

经过极坐标插值后, 式(6)变化为

$$E(u, v) = \sum_{k=1}^K A_k \left( \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{f_0} \right)^{\alpha_k} \cdot \exp \left\{ -j \frac{4\pi}{c} (ux_k + vy_k) \right\} \quad (7)$$

从式(7)可以看到虽然相位上已经解耦, 但是幅度上却还是耦合的。

## 3 基于 GTD 模型的多雷达信号 2 维表示模型

为了便于离散化计算, 本文用一个 2 维网格对目标进行剖分, 2 维网格宽度分别为  $\Delta x$  和  $\Delta y$ , 网格数分别为  $N_x$  和  $N_y$ 。如果此网格点存在真实的散射点则此网格点上的幅度就不为零, 反之则为零。那么在某一视角上的目标散射模型可以表示为

$$E_\theta(f) = \sum_{n=1}^{N_y} \sum_{m=1}^{N_x} A(x_{n,m}, y_{n,m}) \left( j \frac{f}{f_0} \right)^{\alpha_{n,m}} \cdot \exp \left\{ -j \frac{4\pi}{c} f (x_{n,m} \cos \theta + y_{n,m} \sin \theta) \right\} \quad (8)$$

因此将目标散射模型沿视角方向进行堆叠, 就可将散射模型可以表示为如下的

$$\mathbf{E}_\theta \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{\theta_0} \\ \mathbf{E}_{\theta_1} \\ \vdots \\ \mathbf{E}_{\theta_{N-1}} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_\theta \cdot \mathbf{A} \quad (9)$$

其中  $\theta = [\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{N-1}]$  为视角采样, 根据表 1 中典型散射中心的频率依赖因子的取值, 本文令  $\mathbf{C}_\theta = [\mathbf{C}_{-2}, \mathbf{C}_{-1}, \mathbf{C}_0, \mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2]$ 。

$$\mathbf{C}_i = \mathbf{\Omega}_i \cdot \mathbf{F}_\theta, \quad i \in [-2, -1, 0, 1, 2] \quad (10)$$

其中  $\mathbf{\Omega}_i$  为  $NM$  维的块对角矩阵

$$\Omega_i = \begin{bmatrix} \Gamma_i & & \\ & \ddots & \\ & & \Gamma_i \end{bmatrix}, \quad \Gamma_i = \text{diag} \left\{ \left( j \frac{f_m}{f_0} \right)^{i/2} \right\} \quad (11)$$

其中  $f_m$ ,  $m = 0, 1, \dots, M-1$  为雷达采样频率。而  $\mathbf{F}_\theta$  为  $NM \times NxNy$  维矩阵, 具体形式如下:

$$\mathbf{F}_\theta = [\mathbf{F}_{\theta_0}^T, \mathbf{F}_{\theta_1}^T, \dots, \mathbf{F}_{\theta_{M-1}}^T]^T \quad (12)$$

$$\mathbf{F}_{\theta_n} = [\Phi_n(1,1), \Phi_n(2,1), \dots, \Phi_n(Ny,1), \dots, \Phi_n(1,Nx), \Phi_n(2,Nx), \dots, \Phi_n(Ny,Nx)] \quad (13)$$

其中

$$\Phi_n(nx, ny) = \begin{bmatrix} \exp \left\{ -j \frac{4\pi}{c} f_0 (x_{nx} \cos \theta_n + y_{ny} \sin \theta_n) \right\} \\ \exp \left\{ -j \frac{4\pi}{c} f_1 (x_{nx} \cos \theta_n + y_{ny} \sin \theta_n) \right\} \\ \vdots \\ \exp \left\{ -j \frac{4\pi}{c} f_{M-1} (x_{nx} \cos \theta_n + y_{ny} \sin \theta_n) \right\} \end{bmatrix} \quad (14)$$

而复矩阵  $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_2^T, \mathbf{A}_1^T, \mathbf{A}_0^T, \mathbf{A}_1^T, \mathbf{A}_2^T]^T$ ,  $\mathbf{A}$  中不同的子矩阵对应着不同的频率依赖因子下的复图像。

由于雷达的暂时失灵或者数据传输错误, 观测信号就会丢失一些采样; 另外由于频率干扰会使得某一频段的回波信号无法用于成像, 那么舍去受污染的信号时雷达信号也会出现频率缺失问题。假设雷达观测频段上第  $M_s$  到第  $M_e$  个频率采样被干扰, 则目标散射模型可以表示为

$$\tilde{\mathbf{E}} = \mathbf{T}\mathbf{E} = \mathbf{T}\mathbf{C}\mathbf{A} \quad (15)$$

其中  $\mathbf{T}$  为采样矩阵

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{S} & & & \\ & \mathbf{S} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{S} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中  $\mathbf{I}_1$  为  $M_s - 1$  维单位矩阵,  $\mathbf{I}_2$  为  $M - M_e$  维单位矩阵。

假设有  $Q$  部雷达同时对目标进行观测, 且观测视角互不重叠。令第  $q$  部雷达的信号为  $\tilde{\mathbf{E}}^q$ , 其频率和视角采样分别为  $f_q$  和  $\theta_q$ , 则多雷达信号的 2 维散射模型可以表示为

$$\mathbf{g} \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{E}}^1 \\ \tilde{\mathbf{E}}^2 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{E}}^Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}^1 & & & \\ & \mathbf{T}^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{T}^Q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\theta_1} \\ \mathbf{C}_{\theta_2} \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{\theta_Q} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{A} \triangleq \Sigma \cdot \Theta \cdot \mathbf{A} \quad (17)$$

其中  $\mathbf{T}_q$  为第  $q$  部雷达信号的采样矩阵, 由其频率采样  $f_q$  决定。至此我们建立了基于 GTD 模型的多雷达信号 2 维表示模型。

#### 4 基于信号稀疏表示的融合方法

由式(17)可以看出多雷达信号的 2 维散射模型可以写成一个线性系统。其中  $\mathbf{g}$  为观测矢量,  $\mathbf{A}$  为未知信号矢量,  $\Sigma \cdot \Theta$  为系统矩阵。由于目标的精细网格剖分以及雷达频段缺失, 使得未知信号矢量的维数大于观测矢量的维数, 从而使得式(17)所代表的线性系统为欠定系统。因此如果没有未知信号的先验信息, 则无法得到式(17)的唯一解。

由式(6)看到目标上仅有  $K$  个散射点。而经过 2 维网格剖分, 目标上分布了  $Nx \cdot Ny$  个虚拟的散射点。因此这些虚拟的散射点中仅有  $K$  个散射点的复振幅不为零, 而其他元素均为零, 也就是说  $\mathbf{A}$  是  $K$  稀疏的。所以式(17)所代表的线性系统的求解可以转化为一个信号稀疏表示问题

$$\min \|\mathbf{A}\|_k, \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{g} = \Sigma \cdot \Theta \cdot \mathbf{A} \quad (18)$$

其中  $0 < k \leq 1$ 。此类问题可以用多种方法来求解。本文利用正则化方法来求解信号稀疏表示问题。正则化方法的优化函数可以表示为<sup>[8]</sup>

$$J(\mathbf{A}) = \|\mathbf{g} - \Sigma \cdot \Theta \cdot \mathbf{A}\|_2^2 + \lambda^2 \|\mathbf{A}\|_k^k \quad (19)$$

其中  $\lambda$  为惩罚因子。式(19)还可近似为

$$J_\epsilon(\mathbf{A}) = \|\mathbf{g} - \Sigma \cdot \Theta \cdot \mathbf{A}\|_2^2 + \lambda^2 \sum_{i=1}^{5NxNy} \left( |(\mathbf{A})_i|^2 + \epsilon \right)^{k/2} \quad (20)$$

其中  $\epsilon > 0$  为一个小数, 则其梯度函数可以表示为

$$\nabla J_\epsilon(\mathbf{A}) = \mathbf{H}(\mathbf{A})\mathbf{A} - 2\Theta\Sigma\mathbf{g} \quad (21)$$

其中

$$\mathbf{H}(\mathbf{A}) = 2\Theta^H \Sigma^H \Sigma \Theta + k\lambda^2 \Lambda(\mathbf{A}) \quad (22)$$

$$\Lambda(\mathbf{A}) = \text{diag} \left\{ \left[ |(\mathbf{A})_i|^2 + \epsilon \right]^{k/2-1} \right\} \quad (23)$$

则式(20)可以利用准牛顿迭代法来迭代求解<sup>[9]</sup>

$$\mathbf{H}(\hat{\mathbf{A}}^n) \hat{\mathbf{A}}^{n+1} = (1-\gamma) \mathbf{H}(\hat{\mathbf{A}}^n) \hat{\mathbf{A}}^n + \gamma 2\Theta^H \Sigma^H \mathbf{g} \quad (24)$$

其中  $\gamma$  为迭代步长。下面给出多雷达信号 2 维融合处理的步骤:

(1) 参数初始化, 设置  $\mathbf{A}^0 = \mathbf{1}$ ,  $k$ ,  $\lambda$  以及迭代终止条件  $\delta$ ;

(2) 构造观测矢量  $\mathbf{g}$  和系统矩阵  $\Sigma\Theta$ ;

(3) 在第  $n$  次迭代, 利用式(22)计算  $\mathbf{H}(\hat{\mathbf{A}}^n)$ ;

(4) 利用式(24), 用共轭梯度法来求解  $\hat{\mathbf{A}}^{n+1}$ ;

(5) 当  $|\hat{\mathbf{A}}^{n+1} - \hat{\mathbf{A}}^n|_2^2 / |\hat{\mathbf{A}}^n|_2^2 < \delta$ , 终止迭代, 输出图像, 否则转至第(3)步。

## 5 仿真实验

这一节利用仿真实验来验证本文方法的有效性。假设理想的全视角观测为  $5^\circ$ ，中心频率为 4 GHz，带宽为 1 GHz，雷达 1 观测视角从  $0^\circ$  到  $1.8^\circ$ ，雷达 2 观测视角从  $3.2^\circ$  到  $5^\circ$ 。假设目标包含 4 个散射点，位置、幅度以及频率依赖因子如图 2 所示。

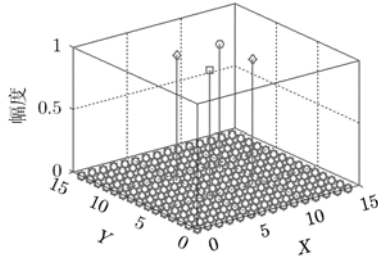


图2 仿真点目标的设置(‘◇’代表频率依赖因子为 0, ‘○’代表频率依赖因子为-2, ‘□’代表频率依赖因子为 2)

图 3 为理想全视角观测的 FFT 成像结果，在图中 4 个散射点勉强可分辨，幅度与实际偏差较大，而且从图中无法得到各散射点频率依赖因子的信息。图 4 为雷达 1 的 FFT 成像结果，图中无法分辨出散射点的个数和频率依赖因子，而且散射点位置、幅度也与仿真设置不同。而图 5 为基于本文方法的融合成像结果。从图中不仅分辨出了 4 个散射点，如表 2 所示，散射点的位置、频率依赖因子的估计也十分准确。虽然在一些点上的幅度估计略有偏差，但是并不影响成像结果。

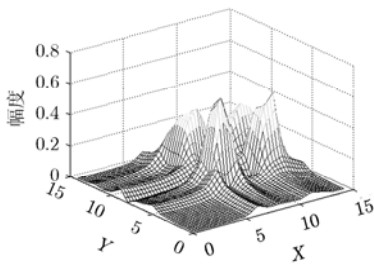


图3 理想全视角的 FFT 成像结果(未插值)

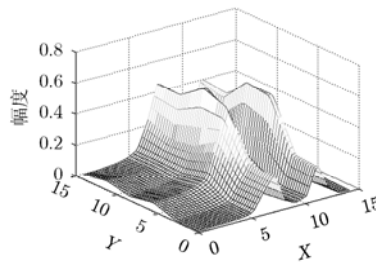


图4 雷达 1 数据的 FFT 成像结果

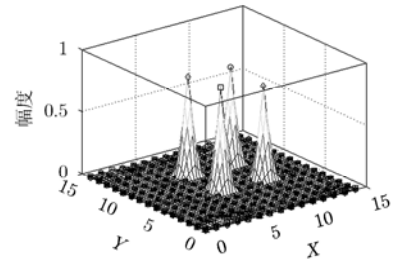


图5 基于本文方法多雷达信号融合成像结果

然后利用蒙特卡洛实验来检测本文方法的稳健性。令信噪比从 0 dB 到 30 dB 变化，我们考察图像误差均值和频率依赖因子估计准确率随信噪比的变化情况。从图 6 中可以看到当信噪比大于 10 dB 时，图像误差均值就趋于稳定。而当信噪比大于 5 dB 时，频率依赖因子估计的准确率就大于 50%，当信噪比进一步提高时，准确率逐步接近 100%。

最后考察频率缺失情况下的多雷达信号融合结果。两部雷达分别缺失了 4.3~4.5 GHz 和 3.5~3.6 GHz。其余雷达设置如第 1 个实验。点目标设置如图 7 所示。从单雷达成像结果是无法准确得到散射点的个数、位置、幅度以及频率依赖因子信息。而经过本文方法的融合处理，这些信息都在图 8 中得到了明显得体现。虽然有一个散射点的幅度估计有偏差，那是因为频带和视角缺失导致的多雷达信号中信息减少，从而降低了估计精度。

## 6 结论

本文基于 GTD 散射模型提出了一种多雷达信号融合方法，此方法利用多部雷达从不同视角不同频带获得的观测数据，构造多雷达信号模型，通过正则化方法得到 2 维图像。不同于谱估计类方法，此方法不需要散射点个数估计，2 维坐标配对以及极坐标插值处理。这种方法不仅能够准确估计目标的散射参数，而且还适用于频带丢失情况下的多雷达信号融合。仿真实验也验证了本文的结论。

表 2 目标散射参数估计均值

散射中心	坐标(米)	频率依赖因子	幅度	坐标估计均值(m)	频率依赖因子估计均值	幅度估计均值
1	(1.5,1.5)	-1	1	(1.50,1.50)	-1	0.9680
2	(1.5,0.9)	0	1	(1.50,0.90)	0	0.8369
3	(0.9,1.5)	0	1	(0.90,1.50)	0	0.9319
4	(0.9,0.9)	1	1	(0.90,0.90)	1	0.9974

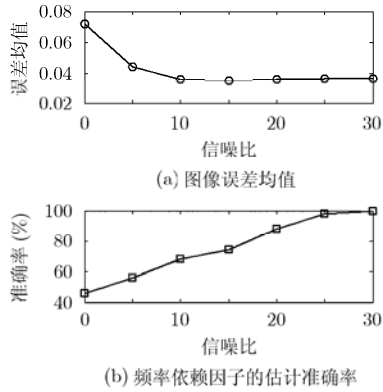


图6 稳健性实验结果

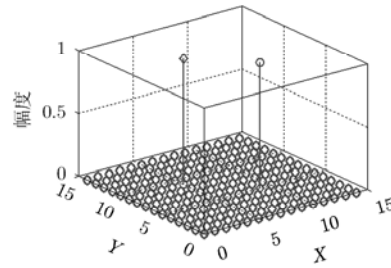


图7 仿真点目标的设置

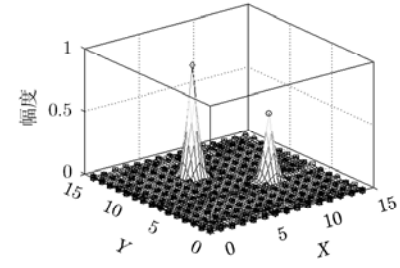


图8 频带缺失情况下雷达1 FFT 成像结果

## 参考文献

- [1] Vann L D and Cuomo K M. Multisensor fusion processing for enhanced radar imaging[R]. Lexington, Massachusetts, United States, Lincoln Laboratory, 2000: 1-73.
  - [2] Piou J E, Cuomo K M, and Mayhan J T. A state-space technique for ultrawide- bandwidth coherent processing[R]. Technical Rep. MIT Lincoln Laboratory, TR-1054, 1999.
  - [3] 叶钊, 何峰, 梁甸农等. 综合基追踪和 AR 模型内插的多频带数据融合[C]. CCSP09, 长沙, 2009: 519-521.  
Ye Fan, He Feng, and Liang Dian-nong, *et al.* Multi-band data fusion combining basis pursuit and AR model interpolation[C]. CCSP09, Changsha, 2009: 519-521.
  - [4] 王成, 胡卫东, 郁文贤. 基于非平稳时间序列处理的雷达信号融合[J]. 信号处理, 2005, 21(4): 338-343.  
Wang Cheng, Hu Wei-dong, and Yu Wen-xian. Radar signal fusion based on non-stationary time series processes[J]. *Signal Processing*, 2005, 21(4): 338-343.
  - [5] 杜小勇, 胡卫东, 郁文贤. 基于稀疏成分分析的逆合成孔径雷达成像技术[J]. 电子学报, 2006, 34(3): 491-495.  
Du Xiao-yong, Hu Wei-dong, and Yu Wen-xian. ISAR imaging techniques based on sparse component analysis[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2006, 34(3): 491-495.
  - [6] 徐少坤, 李亚楠, 贾宇平, 付耀文. 基于矩阵束算法的多雷达融合超分辨率[J]. 信号处理, 2008, 42(5): 859-862.  
Xu Shao-kun, Li Ya-nan, Jia Yu-ping, and Fu Yao-wen. Multi-radar echoes fusion for super-resolution imaging based on matrix pencil algorithm [J]. *Signal Processing*, 2008, 42(5): 859-862.
  - [7] 王菁, 周建江, 汪飞. 基于 GTD 模型的目标二维散射中心提取[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(4): 958-962.  
Wang Jing, Zhou Jian-jiang, and Wang Fei. 2D scattering centers extraction of objects base on GTD model[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(4): 958-962.
  - [8] 赵侠. SAR 成像误差的分析建模与处理方法研究[D]. [博士论文], 国防科学技术大学理学院, 2006.  
Zhao Xia. Error analyzing and modeling and reducing in SAR imaging[D]. [Ph.D. dissertation], Science College, National University of Defense Technology, 2006.
  - [9] Vogel C R and Katsaggelos A G. Fast, robust total variation-based reconstruction of noisy blurred images[J]. *IEEE Transaction on Image Processing*, 1998, 7(6): 813-824.
- 叶 钊: 男, 1981 年生, 博士生, 研究方向为 ISAR 成像、超分辨成像、多雷达融合处理、压缩感知。  
何 峰: 男, 1976 年生, 副研究员, 研究方向为双(多)基地 SAR 信号处理、参数化 ISAR 超分辨与融合信号处理、分布式卫星合成孔径雷达系统设计。