

米波雷达仰角和多径衰减系数联合估计算法

刘俊* 刘峥 刘韵佛

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 针对多径信号严重影响米波雷达低仰角测高的问题, 基于广义 MUSIC 算法的思想, 提出了一种可同时估计目标仰角和多径衰减系数的新算法。该算法利用阵列协方差矩阵和搜索角度计算出虚拟的多径衰减系数, 然后将该系数与搜索角度一起构造子空间, 当该子空间与噪声子空间正交时, 即可获得波达方向角度, 对应的系数即为多径反射波相对于直达波的多径衰减系数。该算法在克服多径效应的同时, 不损失阵列孔径, 不要求阵列具有特殊的结构。理论分析和仿真结果表明了该算法的优越性。

关键词: 米波雷达; 测高; 波达方向; 多径; 衰减系数

中图分类号: TN957

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)01-0033-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00251

Elevation Angle and Multipath Fading Coefficient Joint Estimation Algorithm in VHF Radar

Liu Jun Liu Zheng Liu Yun-fu

(National Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: Based on general MUSIC algorithm, an elevation angle and multipath fading coefficient of the target joint estimation algorithm is proposed in VHF multipath environment. In this algorithm, a virtual multipath fading coefficient is derived from the array covariance matrix and search angles, then a subspace is formed by this coefficient and search angles. When this subspace is orthogonal to the noise subspace, DOA angles are achieved. Simultaneously, the corresponding coefficient is multipath fading coefficient. While overcoming multipath effects to elevation angle measurement, this method retains antenna aperture, and does not require a special antenna array configuration. Theoretical analysis and computer simulation results demonstrate the merits of the new algorithm.

Key words: VHF radar; Altitude measurement; Direction-Of-Arrival (DOA); Multipath; Fading coefficient

1 引言

由于米波雷达在反隐身和抗反辐射导弹等方面的优势, 使它在现代雷达网中的地位显得越来越重要。米波雷达对目标高度的测量是通过测量目标的距离和仰角换算后获得。通过发射信号与接收信号间的时延差很容易计算出目标的距离信息, 而仰角信息是米波雷达低空目标探测的难点。由于米波雷达一般波束较宽, 在测量低仰角目标时, 目标的直达波和地(海)面反射的多径信号都在天线波束主瓣之内, 且它们的多普勒频率及回波距离近似相等, 是一组强相干信号, 这导致了米波雷达仰角测量精度低。对于米波雷达而言, 仅靠增大天线的口径尺寸来降低多径效应影响, 从而提高仰角精度的方法并不现实。因此, 低仰角测高算法一直都是米波雷

达研究的关键技术之一^[1,2]。

目前, 通过阵列超分辨率技术来解决低空测角问题是研究的热点之一^[1-9]。传统 MUSIC 算法一般通过降维(空间平滑技术^[10])来解决信源协方差矩阵秩亏问题, 但这势必会降低天线的有效孔径, 降低角分辨率, 而且这类算法往往要求阵列具有特殊的结构。文献[1]提出了一种基于线性预处理的米波雷达低仰角处理算法, 该算法处理过程中噪声分量没有消减, 所以只有在合适的阵元数时, 算法性能才会最佳。如果阵元数较多或较少时, 则噪声分量相对于信号分量会加强, 文献[1]的算法将不能满足精度要求。另外, 该算法有孔径损失, 且只适用于特殊结构的阵列。最大似然方法^[2,3]虽然可以解决相干问题, 但是其运算量很大。在保证天线的有效孔径不变的前提下, 文献[4]提出了广义 MUSIC 算法, 该算法能直接处理相干信号源的情况。文献[5]在文献[4]的基础上利用了直达波角与多径反射角的关系来降低广义 MUSIC 算法的计算量。

2010-03-18 收到, 2010-08-23 改回

长江学者和创新团队发展计划(IRT0645)和国家自然科学基金(60901068)资助课题

*通信作者: 刘俊 email:ofjim@163.com

一般情况下,多径衰减系数由两部分的乘积构成,一部分是表面反射系数,另一部分是多径反射波与直达波的时延差引起的相位差。在一些方法中,表面反射系数一般根据镜面反射因子、扩散因子和反射面粗糙度因子来估算^[6,7],特别是当天线采用垂直极化时,往往不准确。文献[8]在粗测目标角度的情况下来估计多径衰减系数,再利用估计的系数提高目标超分辨测角精度,需要经过两次测角过程。文献[9]是在假设多径衰减系数已知情况下,进行多目标仰角估计。

本文根据米波雷达低仰角多径反射的特点,基于广义 MUSIC 算法的思想,提出了一种目标仰角和多径衰减系数联合估计算法。本文算法在角度搜索过程中,通过阵列接收数据的协方差矩阵与搜索角度计算出虚拟的多径衰减系数,然后将其与搜索角度一起构造子空间,当该子空间与噪声子空间正交时,对应的角度即为波达方向角,对应的系数即为真实的多径衰减系数。本文方法可以在未知目标角度的情况下,经过一次角度搜索,即可同时估计波达方向角度和多径衰减系数。另外,利用多径衰减系数还可以计算得到地面反射系数。本文算法不损失阵列孔径,且不要求阵列具有特殊结构。理论分析和仿真结果都表明了本文算法的有效性。

2 信号模型

多径反射包括镜面反射和漫反射。这里考虑的是相对于米波来说是光滑表面的情况,即多径反射以镜面反射为主,漫反射信号能量很小。我们把漫反射信号分量的统计特性看作是和高斯白噪声相类似,即把漫反射分量看作是信号不相关的、独立同分布的高斯白噪声。

一般情况下,多径信号模型有两种,一种是不考虑地球曲率的平面反射模型,另一种是考虑地球曲率的曲面反射模型。由于两种模型之间可以转化,因此为了计算简便,这里采用平面反射模型^[6]。如图1所示,由于是考虑俯仰上的测角问题,因此假设一个由 L 个各向同性的阵元组成的线性阵列,其中 h_a 为阵列中心高度, h_t 为目标高度, R_d 为目标与雷达的直线距离,而 R_s 为目标经过地(海)面反射后到达雷达的距离, θ_d 和 θ_s 为直达波和多径反射信号的入射角,假设水平方向以上的方向为角度的正方向。图1的模型只考虑了接收多径,实际上还存在发射多径。对于发射相干信号的常规阵列雷达,由于 $R_d \approx R_s$,可以认为到达目标的发射多径信号加上发射直达波信号的和为发射直达波信号乘以一个复系数,不影响后续的目标测量,因此一般不考虑发

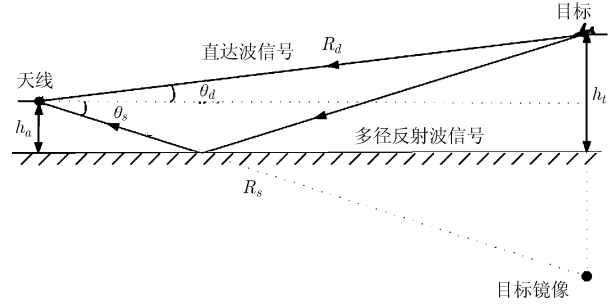


图1 米波雷达低仰角目标多径几何模型

射多径。另外,为了讨论问题方便,文中假设为单目标模型,对于多目标情况可以利用本文算法结合文献[8,9]中的方法进行方向估计。

假设雷达的发射信号为窄带信号

$$s(t) = g(t) \cdot \exp(j2\pi f_0 t + j\phi) \quad (1)$$

式中 $g(t)$ 为发射信号复包络, f_0 为载频, ϕ 为初相。

则第 l 个阵元的接收信号为

$$\begin{aligned} x_l(t) &= s(t - \tau_{dl}) \cdot \exp(j2\pi f_d t) + \rho \cdot s(t - \tau_{sl}) \\ &\quad \cdot \exp(j2\pi f_d t) + n_l(t) \\ &= g(t - \tau_{dl}) \cdot \exp(j(2\pi f_0(t - \tau_{dl}) + j\phi)) \\ &\quad \cdot \exp(j2\pi f_d t) + \rho \cdot g(t - \tau_{sl}) \cdot \exp(j(2\pi f_0(t - \tau_{sl}) \\ &\quad + j\phi)) \cdot \exp(j2\pi f_d t) + n_l(t) \end{aligned} \quad (2)$$

式中 f_d 为目标运动引起的多普勒频移, ρ 为表面反射系数, $\tau_{dl} = \tau_0 + \tau_l(\theta_d)$, $\tau_{sl} = \tau_0 + \tau_l(\theta_s) + \Delta\tau$,其中 τ_0 为阵列参考点接收目标反射的直达波的距离时延, $\tau_l(\theta_d)$ 和 $\tau_l(\theta_s)$ 分别为直达波和反射波方向相对于阵列参考点的时延, $\Delta\tau$ 为直达波和反射波的时延差 $\Delta\tau \approx 2h_a h_t / (Rc)$, c 为光速, R 为阵列参考点到目标的水平距离, $n_l(t)$ 为与信号独立的高斯白噪声。考虑到是窄带信号,因此有 $g(t - \tau_0) \approx g(t - \tau_{dl}) \approx g(t - \tau_{sl})$ 。忽略与参数估计无关的常数,重写式(2)如下:

$$\begin{aligned} x_l(t) &= g(t - \tau_0) \cdot \exp(j2\pi f_d t) \cdot \exp(-j2\pi f_0 \tau_l(\theta_d)) \\ &\quad + \rho \cdot \exp(-j2\pi f_0 \Delta\tau) \cdot g(t - \tau_0) \cdot \exp(j2\pi f_d t) \\ &\quad \cdot \exp(-j2\pi f_0 \tau_l(\theta_s)) + n_l(t) \\ &= s'(t) \cdot a_l(\theta_d) + \bar{\rho} \cdot s'(t) \cdot a_l(\theta_s) + n_l(t) \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $s'(t) = g(t - \tau_0) \cdot \exp(j2\pi f_d t)$, $\bar{\rho} = \rho \cdot \exp(-j2\pi f_0 \Delta\tau)$ 为多径衰减系数, $a_l(\theta_d) = \exp(-j2\pi f_0 \tau_l(\theta_d))$, $a_l(\theta_s) = \exp(-j2\pi f_0 \tau_l(\theta_s))$, $\tau_l(\theta_d) = \frac{d_l \sin(\theta_d)}{c}$, $\tau_l(\theta_s) = \frac{d_l \sin(\theta_s)}{c}$, d_l 为第 l 个阵元与阵列参考点间的距离。

则整个阵列的接收信号为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(t) &= [x_1(t), x_2(t), \dots, x_L(t)]^T = [\mathbf{a}(\theta_d) \quad \mathbf{a}(\theta_s)] \\ &\quad \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \bar{\rho} \end{bmatrix} \cdot s'(t) + \mathbf{N}(t) = \mathbf{A}\mathbf{F}s'(t) + \mathbf{N}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $\mathbf{a}(\theta) = [a_1(\theta), a_2(\theta), \dots, a_L(\theta)]^T$ 为阵列导向矢量, $\mathbf{N}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_L(t)]^T$ 为阵列的加性高斯白噪声, $(\cdot)^T$ 表示矩阵转置。

阵列的协方差矩阵为^[4]

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_x &= E[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} \\ &= \mathbf{U}_s\mathbf{\Lambda}_s\mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_n\mathbf{\Lambda}_n\mathbf{U}_n^H \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $R_s = E[s'(t)s'^H(t)]$, \mathbf{I} 是一个 $L \times L$ 的单位矩阵, σ_n^2 为噪声方差。由于两个信号是相干信号, 所以 \mathbf{R}_x 只有一个大特征值 Λ_s , \mathbf{U}_s 是其对应的特征向量, $\mathbf{\Lambda}_n = \text{diag}(\lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_L)$ 为 $L-1$ 个小特征值组成的对角阵, \mathbf{U}_n 为它们应的特征向量矩阵, $(\cdot)^H$ 表示矩阵共轭转置。

3 理论分析和算法的实现

由式(5)可知, 由 \mathbf{U}_s 张成的子空间为信号子空间, \mathbf{U}_n 张成的子空间为噪声子空间, 根据数据空间中的信号子空间与噪声子空间的正交性有

$$\begin{aligned} \|\mathbf{U}_n^H\mathbf{A}\mathbf{\Gamma}\| &= \|\mathbf{U}_n^H(\mathbf{a}(\theta_d) + \bar{\rho} \cdot \mathbf{a}(\theta_s))\| = 0, \text{ 且} \\ \|\mathbf{U}_n^H\mathbf{a}(\theta_d)\| &\neq 0, \|\mathbf{U}_n^H\mathbf{a}(\theta_s)\| \neq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

则由式(7)可以计算出 $\bar{\rho}$ ^[8]

$$\mathbf{b} = \frac{[\mathbf{A}^H(\theta_d, \theta_s)\mathbf{U}_n\mathbf{U}_n^H\mathbf{A}(\theta_d, \theta_s)]^{-1}\mathbf{w}}{\mathbf{w}^H[\mathbf{A}^H(\theta_d, \theta_s)\mathbf{U}_n\mathbf{U}_n^H\mathbf{A}(\theta_d, \theta_s)]^{-1}\mathbf{w}} \quad (7)$$

式中 $\mathbf{b} = [1 \ \bar{\rho}]^T$, $\mathbf{w} = [1, 0]^T$ 。

在已知 θ_d 和 θ_s 时, 可以直接用上式快速的计算出 $\bar{\rho}$ 的值。已知 $\bar{\rho}$ 又可以进一步提高测角精度^[8]。然而, 我们常常遇到的问题是, 在 $\bar{\rho}$ 未知的情况下如何获得 θ_d 。本文给出一种同时获得多径衰减系数 $\bar{\rho}$ 和波达方向的新算法。

在广义 MUSIC 算法中, 构造的空间谱函数如下^[4]:

$$P_1(\theta_1, \theta_2) = \min_{\gamma} \left[\frac{\gamma^H \mathbf{A}^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{A}(\theta_1, \theta_2) \gamma}{\gamma^H \mathbf{A}^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{A}(\theta_1, \theta_2) \gamma} \right]^{-1} \quad (8)$$

式中 $\gamma = [1 \ \hat{\rho}]^T$, $\mathbf{A}(\theta_1, \theta_2) = [\mathbf{a}(\theta_1) \ \mathbf{a}(\theta_2)]$ 。 $\hat{\rho}$ 是一个未知数, 为了消除 $\hat{\rho}$ 的影响, 将式(8)等效于下面两个式子,

$$\begin{aligned} \det \{ &\mathbf{A}^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{A}(\theta_1, \theta_2) \\ &- \alpha \mathbf{A}^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{A}(\theta_1, \theta_2) \} = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$P_2(\theta_1, \theta_2) = [\text{式(9)的最小解}]^{-1} \quad (10)$$

式(9)中 $\det \{ \}$ 表示取行列式。式(9)实际上是一个关于 α 的二次方程, 根据式(10)搜索 $\alpha_{\min}(\theta_1, \theta_2)$ 对应的谱峰即可得到 θ_d 和 θ_s 。文献[5]中推导出通过搜索 $\mathbf{A}^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{A}(\theta_1, \theta_2)$ 为奇异即可得到 θ_d 和 θ_s , 但没有给出具体的角度搜索式。如果采用式(11)搜索

$$P_3(\theta_1, \theta_2) = \frac{1}{\det \{ \mathbf{A}^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{A}(\theta_1, \theta_2) \}} \quad (11)$$

由于 θ_1 和 θ_2 都接近零度时, $\det \{ \mathbf{A}^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{A}(\theta_1, \theta_2) \} \approx 0$ 。因此, 单独通过矩阵的行列式为零来判断奇异并获得波达方向角并不可行, 在下一节的仿真中将会体现这一点。笔者认为可以通过构造下面的函数进行搜索。

$$P_4(\theta_1, \theta_2) = \frac{\det \{ \mathbf{A}^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{A}(\theta_1, \theta_2) \}}{\det \{ \mathbf{A}^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{A}(\theta_1, \theta_2) \}} \quad (12)$$

在本文算法中, 直接构造空间谱函数如下:

$$P_5(\theta_1, \theta_2) = \frac{\gamma^H \mathbf{A}^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{A}(\theta_1, \theta_2) \gamma}{\gamma^H \mathbf{A}^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{A}(\theta_1, \theta_2) \gamma} \quad (13)$$

我们将 γ 中的 $\hat{\rho}$ 称为虚拟的多径衰减系数, 可以采用式(14)计算

$$\gamma = \frac{[\mathbf{A}^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{A}(\theta_1, \theta_2)]^{-1} \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H [\mathbf{A}^H(\theta_1, \theta_2) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{A}(\theta_1, \theta_2)]^{-1} \mathbf{w}} \quad (14)$$

当 $\theta_1 = \theta_d$, $\theta_2 = \theta_s$ 时, 则 $\hat{\rho} = \bar{\rho}$, 由式(6)可知, 此时 $P_5(\theta_1, \theta_2)$ 将会出现尖峰。其他情况下, 由于形成的子空间与噪声子空间不交而不会出现尖峰。

在 2 维搜索时, 根据 θ_d 和 θ_s 的先验知识只需搜索 $1/4$ 平面。另外, 在已知目标的距离信息和雷达的高度信息时, 由图 1 的模型可知, 通过直达波的入射方向可计算得到多径反射波的入射方向^[3,5], 即

$$\theta_s \approx -\arcsin(\sin(\theta_d) + 2h_a / R_d) \quad (15)$$

则, 式(13)的空间谱函数进行 1 维搜索即可, 这将大大降低算法的运算量。

4 算法仿真及性能分析

下面通过仿真验证本文方法的有效性。采用 8 阵元半波长等间距垂直布阵的线性阵列, 载波频率为 $f_0 = 150$ MHz, 雷达架高 $h_a = 100$ m。假设多径反射系数 $\rho = 0.9 \exp(j\pi)$ 。

图 2 为本文提出的算法在 2 维搜索情况下(不利用直达波角和多径反射波角的关系)得到的空间谱, SNR 比为 5 dB, 快拍数为 64。目标距天线阵中心的距离 $R_d = 100$ km, 目标多普勒频率 $f_d = 35$ Hz, 目标高度 $h_t = 3580$ m, 则直达波入射角 $\theta_s = 1.99^\circ$, 多径反射波入射角为 $\theta_d = -2.11^\circ$ 。从图 2 中可以看出, 仿真结果与前面的理论分析吻合, 空间谱只在波达方向处产生峰值。

图 3(a)和图 3(b)分别为 SNR 比为 15 dB 和 5 dB 情况下, 本文方法、利用式(12)的文献[5]方法以及利用式(11)的文献[5]方法利用直达波角和多径反射波角的关系, 只进行 1 维搜索获得的 3 条谱曲线。

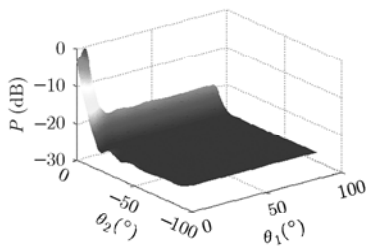


图 2 本文方法的 2 维空间谱

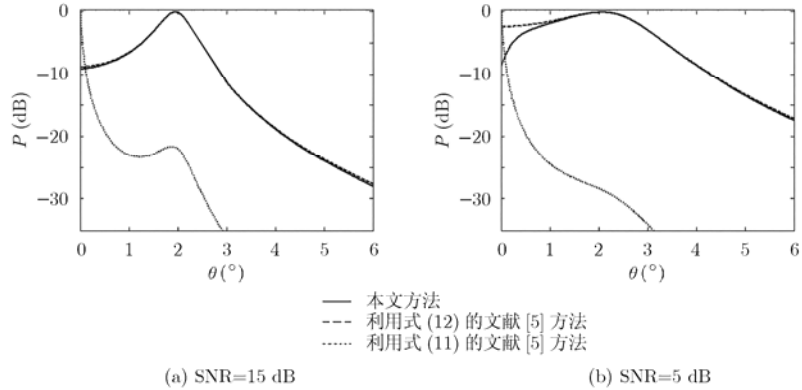


图 3 3 种不同方法的比较

目标其他参数与图 2 中的相同。从图 3(a)中可以看出前两种方法均可以很好的估计出目标角度，而第 3 条曲线在接近于零度附近幅度较大，使得在搜索角度时难于判断曲线峰值，特别是在目标角度很小时，目标角度处的峰值将被淹没。从图 3(b)中可以看出，与 15 dB 的情况下相比本文方法和利用式(12)的文献[5]方法的谱曲线都变平坦了，但前者比后者谱峰要尖，而第 3 条曲线已无法估计角度。因此，下面本文采用式(12)作为文献[5]方法波达方向估计的搜索式与本文方法进行角度估计精度做比较。

图 4 为利用了直达波角和多径反射波角的关系后，本文方法和文献[5]方法的角度估计精度随信噪比变化的曲线。目标参数与图 2 中的相同。每一个实验值都是由 200 次 Monte-Carlo 实验结果统计得到。本文仿真结果中的均方根误差采用下式计算，

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \|\hat{\eta}_m - \eta\|^2} \quad (16)$$

式中 M 为 Monte-Carlo 实验次数， $\hat{\eta}_m$ 为第 m 次实验得到的估计值， η 为真实值。

从图 4 中可以看出，在低信噪比情况下，本文方法优于文献[5]的方法。信噪比在 7.5 dB 以上时，两种方法的均方根误差基本相等，这与文献[7]中的

分析结果吻合。图 5 为先通过式(12)获得波达方向，再由式(7)获得的多径衰减系数与本文方法获得的多径衰减系数的幅度和相位估计均方根误差随信噪比变化的曲线。从图中可以看出，本文算法在低信噪比情况下，具有更好的性能。

图 6 为采用本文算法结合交替投影方法^[9]估计两个目标高度的情况，横坐标为 Monte-Carlo 实验次数，纵坐标为采用本文算法估计的目标高度，每次估计的目标高度都经过了 4 次交替迭代，高度通过仰角和目标距离换算获得。假设两个目标的信噪比均为 5 dB，快拍数为 128，目标 1 距天线阵中心的距离为 100 km，目标高度 3580 m，多普勒频率为 35 Hz；目标 2 距天线阵中心的距离为 100 km，目标高度 4000 m，多普勒频率为 80 Hz。从图 6 中可以看出，目标 1 的估计高度与真实高度值的最大偏移约为 1198 m，目标 2 的估计高度与真实高度值的最大偏移约为 1090 m，而一般的设计要求测高误差为距离的 2% 以内^[11]，所以本文算法可以应用于多目标的高度测量。

5 结束语

本文首先描述了广义 MUSIC 算法，并给出了

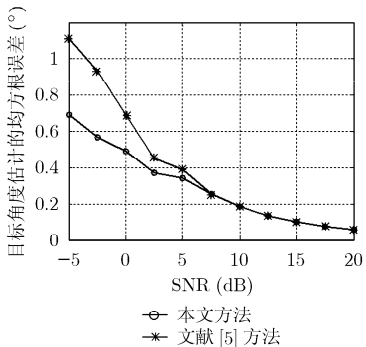


图 4 目标角度估计的均方根误差

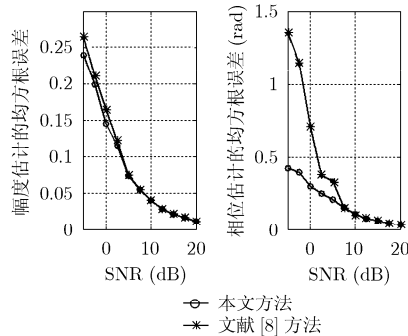


图 5 多径衰减系数幅度和相位估计的均方根误差

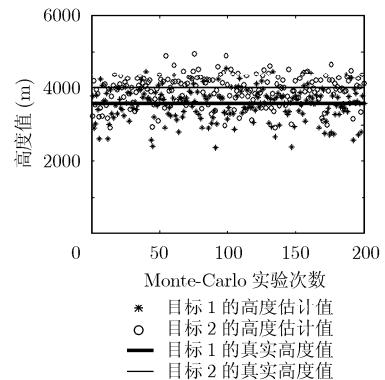


图 6 两个目标的测高结果

文献[5]中改进的广义 MUSIC 算法的角度搜索函数, 最后基于广义 MUSIC 算法的思想, 结合米波雷达低仰角多径反射的特点, 提出了一种目标仰角和多径衰减系数联合估计算法。本文算法根据多径衰减系数、直达波角和多径反射角构成的子空间与噪声子空间正交的性质, 来搜索波达角度, 同时获得多径衰减系数。本文算法在克服多径效应的同时, 不损失阵列孔径, 不要求阵列具有特殊结构。仿真结果表明, 本文提出的算法不需要已知多径衰减系数, 在低信噪比下比同样不需要已知多径衰减系数的文献[5]方法性能要好, 且本文方法同时估计出的多径衰减系数比文献[8]先估计出目标角度再通过计算得到的多径衰减系数的估计性能也要好。

参考文献

- [1] 吴向东, 张守宏, 董玫. 一种基于线性预处理的米波雷达低仰角处理算法[J]. 电子学报, 2006, 34(9): 1668-1671.
Wu Xiang-dong, Zhang Shou-hong, and Dong Mei. An algorithm based on linear preprocessing for meter-wave radar to a target at low altitude[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2006, 34(9): 1668-1671.
 - [2] Ziskind I and Wax M. Maximum likelihood localization of multiple sources by alternating projection[J]. *IEEE Transaction on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1988, 36(10): 1553-1560.
 - [3] 赵永波, 张守宏. 雷达低角跟踪环境下的最大似然波达方向估计方法[J]. 电子学报, 2004, 32(9): 1520-1523.
Zhao Yong-bo and Zhang Shou-hong. Maximum likelihood DOA estimation in radar low-angle tracking environment[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2004, 32(9): 1520-1523.
 - [4] Zoltowski M and Haber F. A vector space approach to direction finding in a coherent multipath environment[J]. *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, 1986, 34(9): 1069-1079.
 - [5] 张文俊, 赵永波, 张守宏. 广义 MUSIC 算法在米波雷达测高中的应用及其改进[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(2): 387-390.
Zhang Wen-jun, Zhao Yong-bo, and Zhang Shou-hong. Altitude measurement of meter-wave radar using the general MUSIC algorithm and its improvement[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(2): 387-390.
 - [6] Lo T and Litva J. Use of a highly deterministic multipath signal model in low-angle tracking[J]. *IEE Proceedings-F*, 1991, 138(2): 163-171.
 - [7] 胡晓琴, 陈建文, 王永良. 米波雷达测高多径模型研究[J]. 电波科学学报, 2008, 23(4): 651-657.
Hu Xiao-qin, Chen Jian-wen, and Wang Yong-liang. Research on meter-wave radar height-finding multipath model[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2008, 23(4): 651-657.
 - [8] Zhang Yu-feng, Ye Zhong-fu, and Liu Chao. Estimation of fading coefficients in the present of multipath propagation[J]. *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, 2009, 57(7): 2220-2224.
 - [9] 赵光辉, 陈伯孝, 董玫. 基于交替投影的 DOA 估计方法及其在米波雷达中的应用[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(1): 224-227.
Zhao Guang-hui, Chen Bai-xiao, and Dong Mei. A new DOA estimator based on alternating projection and its application in VHF radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(1): 224-227.
 - [10] Shan T J, Wax M, and Kailath T. On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals[J]. *IEEE Transaction on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1985, 33(4): 806-811.
 - [11] 董玫, 赵永波, 张守宏, 等. 倾斜面阵下的米波雷达测高方法[J]. 西安电子科技大学学报, 2009, 36(1): 43-47.
Dong Mei, Zhao Yong-bo, and Zhang Shou-hong. Method for altitude measurement in the VHF radar under the oblique planar array[J]. *Journal of Xidian University*, 2009, 36(1): 43-47.
- 刘俊: 男, 1983年生, 博士生, 研究方向为米波雷达测高及阵列信号处理。
刘峥: 男, 1964年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理的理论与系统设计、雷达精确制导技术、多传感器信息融合等。
刘韵佛: 男, 1982年生, 博士生, 研究方向为雷达波形优化及阵列信号处理。