

基于压缩感知的 SAR 抑制旁瓣技术研究

寇波^{①②③} 江海^{①②③} 刘磊^{①②③} 张冰尘^{①②}

^①(中国科学院电子学研究所 北京 100190)

^②(微波成像技术国家级重点实验室 北京 100190)

^③(中国科学院研究生院 北京 100039)

摘要: 压缩感知技术其数学本质是一种基于稀疏约束的欠定方程求解技术。该文提出了一种基于压缩感知的旁瓣抑制的方法,该方法在高信噪比的条件下不但可以利用场景目标散射系数稀疏先验信息抑制旁瓣,在场景目标散射系数足够稀疏的情况下还可以通过增加采样率且利用文中所介绍的方法提高分辨率且此分辨率能够突破系统能够达到的最高的物理分辨率,达到超分辨的效果;在低信噪比条件下不但较好地抑制了旁瓣,同时还抑制了噪声的影响。最后通过 1 维, 2 维成像仿真以及实际数据处理验证了此算法的有效性。

关键词: 合成孔径雷达; 压缩感知; 稀疏; 旁瓣抑制

中图分类号: TP722.60

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)12-3022-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00103

Study of SAR Side-lobe Suppression Based on Compressed Sensing

Kou Bo^{①②③} Jiang Hai^{①②③} Liu Lei^{①②③} Zhang Bing-chen^{①②}

^①(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

^②(The National Key Laboratory of Microwave Imaging Technology, Beijing 100190, China)

^③(Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

Abstract: Compressed sensing provides a new technique for solving an underdetermined system of linear equations according to sparse nature of its solutions. In this paper, the SAR side-lobe reduction technique based on compressed sensing is proposed. Under the high signal to noise ratio condition, the side-lobe can be suppressed at no cost of resolution of the image, and super-resolution can be also achieved when the scatters are sufficiently sparse; At low SNR is not only a better suppression of the side-lobe, but also inhibit the effect of noise. One-dimensional, two-dimensional and actual data processing verified the validity of this algorithm.

Key words: Synthetic aperture radar; Compressed sensing; Sparse; Side-lobe reduction

1 引言

近一二十年来,雷达成像技术得到了长足的发展,为环境监测、资源勘察、目标识别、战场态势评估提供了新的途径。SAR 成像问题,从物理角度看,应属于电磁场逆散射范畴;从数学角度看,它是一个逆问题,即从接收到的回波重建场景目标分布的逆滤波问题,且滤波特性是已知的,系统响应沿平行于航线上的目标具有平移不变性,但对垂直航线距离不同的目标具有空变性^[1]。传统的 SAR 成像算法,诸如 Range Doppler, Chirp Scaling, ωk 等都是将这个 2 维问题转换成两个 1 维问题来处理,并且都采用匹配滤波进行压缩处理。匹配滤波是信噪比最优的一种处理方式,它能够得到最优的信噪

比,但是其分辨率却受限于时频测不准约束。

基于压缩感知^[2]SAR 成像重建处理方法^[3,4],与传统的基于匹配滤波处理方式不同,它充分利用了目标散射系数的先验信息,是一个基于 L1 范数正则化的最优化问题。与基于匹配滤波处理得到的分辨率受限于时频测不准约束相类似,基于压缩感知 SAR 成像分辨率受限于稀疏性约束。即:当场景目标散射系数本身稀疏或其在一组基下稀疏时,基于压缩感知技术的成像分辨率将优于匹配滤波处理方式且无旁瓣。

目前研究基于压缩感知 SAR 成像主要集中于如何利用此技术来降低接收信号的采样率的要求,本文研究集中于如何利用压缩感知技术来抑制旁瓣和提高分辨率,这两个问题其数学本质上同属一个问题,都是一个基于稀疏性约束的非线性重建问题。传统成像算法成像结果实际是场景目标真实散射系

数与2维点扩展函数卷积后的结果(满足Born线性近似条件时成立),其分辨率与旁瓣大小都由这个2维点扩展函数决定。为了提高分辨率常常采用距离向增大信号发送带宽,方位向增加合成孔径长度来实现,为抑制旁瓣通常通过加窗来实现,但是牺牲了分辨率。本文利用场景目标散射系数的稀疏的特性,提出了一种基于压缩感知的不牺牲分辨率的旁瓣抑制方法,此算法的核心思想就是通过反卷积消除点扩展函数的影响。

本文主要内容包括以下几个部分:第2节简要介绍压缩感知理论;第3节从理想的点目标模型出发介绍基于压缩感知SAR抑制旁瓣方法;第4节通过1维,2维仿真成像,以及实际数据处理验证本文所提出算法的有效性。

2 压缩感知理论

压缩感知理论要得以成功应用实际,依赖于实际中必须满足的两个基本条件:稀疏性和非相关性,其中前者由信号本身决定,后者与构建的测量系统有关。

不失一般性,假设 $\alpha \in R^{N \times 1}$ 且为一 K -稀疏向量,其中 K 为一固定常数;或者 $\alpha \in R^{N \times 1}$ 为一可压缩向量。 K -稀疏是指向量中的非0元素不会多于 K ;可压缩是指顺序排列的系数满足 $|\alpha_{(k)}| \leq C_p k^{-p}$,其中 $|\alpha_{(k)}|$ 指向量 $\alpha \in R^{N \times 1}$ 中第 k 大元素, C_p 为一只依赖于 p 的常数。

压缩感知的主要任务是构建合适的观测矩阵 Φ ,利用较少的测量数据通过有效的算法重建信号 x ,其数学过程可以描述为

$$y = \Phi x = \Phi \Psi \alpha = \Theta \alpha \quad (1)$$

其中 $\Phi \in R^{M \times N}$ 为测量矩阵, $\Psi \in R^{N \times N}$ 为信号的稀疏表示矩阵, $\alpha \in R^{N \times 1}$ 为稀疏表示系数, $y \in R^{M \times 1}$ 为测量向量, $\Theta \in R^{M \times N}$ 由测量矩阵和稀疏表示基构成的字典, $M \ll N$ 表示测量样本数量远小于信号的维数。方程(1)是一个欠定方程,传统求解方法得到的解不唯一,但是可以通过求解如下优化问题找到其最稀疏解。

$$\min \|\hat{\alpha}\|_0 \quad \text{s.t.} \quad y = \Theta \hat{\alpha} \quad (2)$$

$\|\hat{\alpha}\|_0$ 表示 $\hat{\alpha}$ 非0元素的个数,式(2)所示的优化问题,其代价函数非凸,且高度振荡,它存在多个局部极小值,是一个NP问题。常用如下优化问题来代替:

$$\min \|\hat{\alpha}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad y = \Theta \hat{\alpha} \quad (3)$$

当有加性噪声干扰时,式(3)对应的优化问题可

以描述为

$$\min \|\hat{\alpha}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad y = \Theta \hat{\alpha} + n \quad (4)$$

文献[5]指出:当 Θ 满足RIP,且 $\delta_{2K} < \sqrt{2} - 1$ 时,式(3)重建结果唯一且与式(2)的重建结果一致,并且重建误差满足: $\|\alpha^* - \alpha\|_1 \leq C_0 \|\alpha - \alpha_K\|_1, \|\alpha^* - \alpha\|_2 \leq C_0 K^{-1/2} \|\alpha - \alpha_K\|_1$;当 $\delta_{2K} < \sqrt{2} - 1$ 且 $\|y - \Theta \hat{\alpha}\|_2 \leq \varepsilon$,式(4)的重建结果满足: $\|\alpha^* - \alpha\|_2 \leq C_0 K^{-1/2} \|\alpha - \alpha_K\|_1 + C_1 \varepsilon$ 。其中 α_K 为 α 的最佳 K 阶近似,它包含 α 中 K 个最大的元素,其余为0;如果 α 为一 K 稀疏向量时,则有 $\alpha_K = \alpha$ 。

3 SAR成像中测量矩阵的构建

理论计算和实验测量均表明^[6],在光学区,目标总的电磁散射可以认为是某些局部位置上的电磁散射的合成,这些局部性的散射源通常被称为等效多散射中心。目标散射中心是目标在光学区散射的基本特征之一,目标回波是这些散射中心后向散射的矢量叠加。本文研究的基于压缩感知的SAR成像问题,同样假设散射模型为理想的点散射中心模型。首先假设发射信号波形为 $p(\tau)e^{j2\pi f_c \tau}$,则场景的回波经混频处理后有

$$S(\tau, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sigma(m, n) w_a(t) \exp\left(-j \frac{4\pi f_c R_t(m, n)}{c}\right) \cdot p\left(\tau - \frac{2R_t(m, n)}{c}\right) \quad (5)$$

其中 $\sigma(m, n)$ 为该散射点散射系数, τ 为距离向快时间, t 为方位向慢时间, f_c 为载频, c 为光速, $w_a(\cdot)$ 为天线方向图, $R_t(m, n)$ 为此第 l 个点目标到方位采样点 t 的瞬时斜距。

$$R_t(m, n) = \sqrt{(X_m - Vt)^2 + Y_n^2 + H^2} = \sqrt{(X_m - Vt)^2 + R_n^2} \quad (6)$$

距离向匹配滤波压缩处理且经过距离徙动校正后有

$$S(\tau, f_a) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sigma(m, n) \text{Sinc}\left(\pi B_r \left(\tau - \frac{2R_n}{C}\right)\right) \cdot w_a\left(\frac{f_a}{B_a}\right) \exp\left(-j \frac{2\pi f_a X_m}{V}\right) \cdot \exp\left(-j \frac{4\pi R_n \sqrt{1 - (\lambda f_a / (2V))^2}}{\lambda}\right) \quad (7)$$

式(7)距离向和方位向存在耦合,如果直接以式(7)为基础构建测量矩阵,测量矩阵维数相当大,导致后续重建算法难以实现,为此提出如下先距离向后方位向处理算法。

式(7)可以写成如下卷积形式:

$$S(\tau, f_a) = \text{Sinc}(\pi B_r \tau) \otimes \left\{ \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sigma(m, n) \delta\left(\tau - \frac{2R_n}{C}\right) \cdot w_a\left(\frac{f_a}{B_a}\right) \exp\left(-j \frac{2\pi f_a X_m}{V}\right) \cdot \exp\left[-j \frac{4\pi R_n \sqrt{1 - (\lambda f_a / (2V))^2}}{\lambda}\right] \right\} \quad (8)$$

其中 \otimes 表示矩阵中的直积。

写成矩阵形式为

$$\mathbf{S} = \Phi_\tau \otimes \sigma_\tau \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} \Phi_\tau &= \text{Sinc}(\pi B_r \tau) \\ \sigma_\tau &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sigma(m, n) \delta\left(\tau - \frac{2R_n}{C}\right) \cdot w_a\left(\frac{f_a}{B_a}\right) \exp\left(-j \frac{2\pi f_a X_m}{V}\right) \cdot \exp\left[-j \frac{4\pi R_n \sqrt{1 - (\lambda f_a / (2V))^2}}{\lambda}\right] \end{aligned}$$

当 σ_τ 具有稀疏特性时, 可以利用压缩感知技术去除卷积核, 去除卷积核后有

$$S(\tau, f_a) = \sum_{m=1}^M w_a\left(\frac{f_a}{B_a}\right) \exp\left(-j \frac{2\pi f_a X_m}{V}\right) \cdot \exp\left[-j \frac{4\pi R_n \sqrt{1 - (\lambda f_a / (2V))^2}}{\lambda}\right] \cdot \left(\sum_{n=1}^N \sigma(m, n) \delta\left(\tau - \frac{2R_n}{C}\right) \right) \quad (10)$$

写成矩阵形式为

$$\mathbf{S} = \Phi_{f_a} \sigma_{f_a} \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} \Phi_{f_a}(m) &= w_a\left(\frac{f_a}{B_a}\right) \exp\left(-j \frac{2\pi f_a X_m}{V}\right) \cdot \exp\left[-j \frac{4\pi R_n \sqrt{1 - (\lambda f_a / (2V))^2}}{\lambda}\right] \\ \sigma_{f_a}(m) &= \sum_{n=1}^N \sigma(m, n) \delta\left(\tau - \frac{2R_n}{C}\right) \end{aligned}$$

当 σ_{f_a} 具有稀疏性时, 可以利用压缩感知技术成像重建。以上介绍的基于压缩感知技术的成像处理先在距离向去除卷积核, 然后在做方位向处理。也可以先利用匹配压缩方法成像重建, 最后利用场景目标散射系数的稀疏特性, 去除 2 维卷积核。对式(10)进行方位向压缩后有

$$S(\tau, f_a) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sigma(m, n) \text{Sinc}\left(\pi B_r \left(\tau - \frac{2R_n}{C}\right)\right) \cdot \text{Sinc}\left(\pi B_a \left(t - \frac{X_m}{V}\right)\right) \quad (12)$$

将式(12)写成卷积形式有

$$S(\tau, f_a) = \text{Sinc}(\pi B_r \tau) \otimes_\tau \left(\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sigma(m, n) \delta\left(\tau - \frac{2R_n}{C}\right) \delta\left(t - \frac{X_m}{V}\right) \right) \cdot \otimes_t \text{Sinc}(\pi B_a t) \quad (13)$$

其中 \otimes_τ 表示距离向快时间的卷积, \otimes_t 表示方位向慢时间卷积。

将式(13)卷积形式写成如下矩阵形式有

$$\mathbf{S} = \Phi_x \sigma \Phi_y \quad (14)$$

其中 Φ_x 为方位向卷积的矩阵表达形式, Φ_y 为距离向卷积的矩阵表达形式, σ 为场景目标复散射系数矩阵。

$$\text{vec}(\mathbf{S}) = (\Phi_y^T \otimes \Phi_x) \text{vec}(\sigma) \quad (15)$$

其中 $\text{vec}(\bullet)$ 为: 将矩阵按列排列成向量的向量化函数。

文献[7]指出: 对于 K 稀疏信号 $\alpha \in R^{N \times 1}$, 在正交观测矩阵 $\mathbf{A} \in R^{N \times N}$ 中均匀随机选择 M 行作为测量矩阵 $\Phi \in R^{M \times N}$, 如果采样样本数 M , 稀疏数 K , 信号维数 N 满足关系: $M \geq C \mu^2(\mathbf{A}, \Psi) S \lg(N)$, 则式(3)将以高概率形式准确重建, 其中 C 为某一常数。此结论给出了当测量矩阵和稀疏表示矩阵都为正交矩阵时, 信号稀疏数与准确重建时的采样数, 信号维数之间的关系。然而, 对于式(15), 测量矩阵不再是正交矩阵, 此时上述信号稀疏数, 采样数与信号维数之间的结论不再适用于此情况。通常将式(15)看成是在字典 $\Xi = \Phi_y^T \otimes \Phi_x$ 下的最稀疏表示问题。对于字典 Ξ , 文献[8,9]给出了类似上定理的基于广义字典表示时, 信号稀疏数与采样数, 信号维数之间的关系:

$$\begin{aligned} \text{假设 } \mu^2 K \leq \left(8 \ln \frac{L}{\varepsilon}\right)^{-1}, \varepsilon \in (0, 1), \text{ 当 } p \geq 1 \text{ 且有} \\ 3 \left(\frac{p \ln \varepsilon}{2 \ln(L/\varepsilon)} \right)^{1/2} + \frac{K}{L} \|\Xi\|_2 \leq \frac{1}{4e^{1/4}}, \text{ 则式(15)对应的} \\ \text{BP 问题将以概率为 } 1 - 2\varepsilon - K^{-p} \text{ 准确重建。} \end{aligned}$$

当场景目标散射系数足够稀疏使得完全可以消除 2 维点扩展函数的影响时, 成像后的分辨率将由 $\delta\left(\tau - \frac{2R_n}{C}\right) \delta\left(t - \frac{X_m}{V}\right)$ 决定, 即距离向, 方位向分辨率分别为 T_r, T_a (它们对应于距离向, 方位向的均匀采样间隔)。由此可知, 在高信噪比条件下, 如果目

标场景散射系数足够稀疏以使得卷积核可以完全消除时,可以通过提高系数的采样率来达到超分辨效果。

4 实验结果及分析

4.1 1 维成像仿真实验

设接收回波信号形式为

$$Sr = \sum_{n=1}^N \sigma_n \cdot \text{rect}\left(\frac{t - \tau_n}{T_p}\right) \exp\left(j\pi K_r(t - \tau_n)^2\right)$$

其中 $T_p = 1 \mu\text{s}$, $K_r = 150 \text{ MHz}$ 。仿真中有 20 个目标,且各目标对应的时间延迟各不一样,但目标散射系数均为 1。当采样频率比较小时,采样时靠的很近的目标单元将无法分开,此时可将这些无法分开的目标单元看成一个单元响应的合成。图 1(a), 1(b)分别为采样频率为 180 MHz 时,在高信噪比 36.451 dB 和低信噪比 -3.551 dB 比下分别成像的结果;图 1(c), 1(d)为采样频率为 600 MHz 时在高信噪比 36.858 dB 比和低信噪比 -3.121 dB 下对同样目标场景配置成像的结果。

由仿真结果可知,在高信噪比时,利用本文介绍的方法(先匹配压缩,再利用稀疏约束去除卷积核)不但抑制了旁瓣,当采样率增大时还提高了分辨率;在低信噪比时,不但抑制了旁瓣同时也抑制了噪声的影响。

4.2 2 维成像仿真实验

系统仿真参数为:发射信号载频 $F_c=2 \text{ GHz}$,脉冲持续时间 $T_p=1 \mu\text{s}$,距离向合成带宽 $B_r=150 \text{ MHz}$,距离向采样频率 $F_{sr}=150 \text{ MHz}$,飞机飞行速度 $V=150 \text{ m/s}$,方位向合成孔径长度 $L_{\text{SAR}}=900 \text{ m}$,方位向合成带宽 $B_a=150 \text{ MHz}$,方位向采样频率 $\text{PRF}=150 \text{ MHz}$,信噪比为 -14.488 dB。仿真实验中有 15 个目标,位置在一定范围内随机选择,但各目标对应的散射系数均为 1。传统成像结果和本文方法处理的结果分别如图 2(a), 2(b)所示。

由二维仿真结果可知,当场景目标散射系数稀疏时,本文介绍的方法在较低信噪比条件下不但较好的抑制了旁瓣,同时还抑制了噪声的干扰。

4.3 实际数据成像处理结果

采用本文中的方法对实际数据进行了处理。选取的数据为《合成孔径雷达成像:算法与实现》一书附带光盘中的 RADARSAT1 数据中海面部分的数据^[10]。处理结果如图 3 所示,图 3(a)为用 RD 算法对实际数据成像处理结果,图 3(b)为本文介绍方法处理结果。比较两中方法得到成像结果,可以看出本文所介绍的方法不但抑制了旁瓣,同时也抑制噪声,结果明显优于传统的 RD 成像算法。

5 结论

传统 SAR 成像处理算法成像结果实际上是场

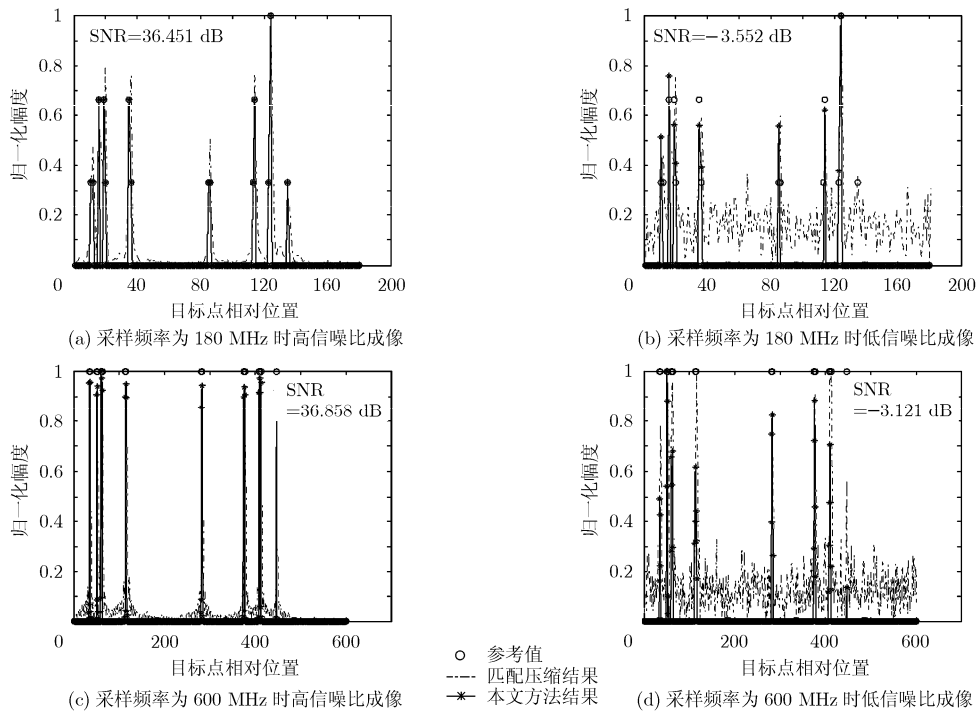


图1 不同信噪比和采样频率的1维仿真成像结果

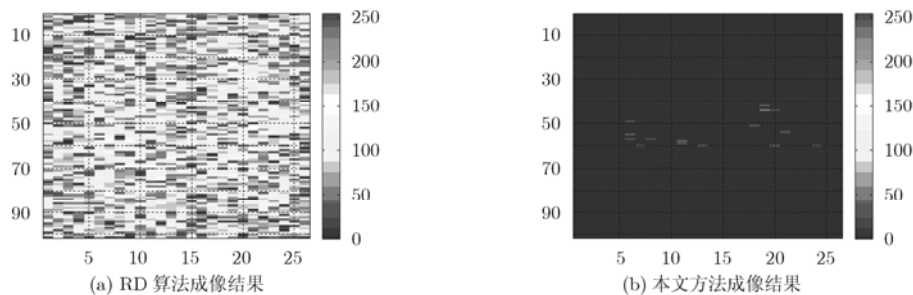


图 2 2 维仿真成像结果

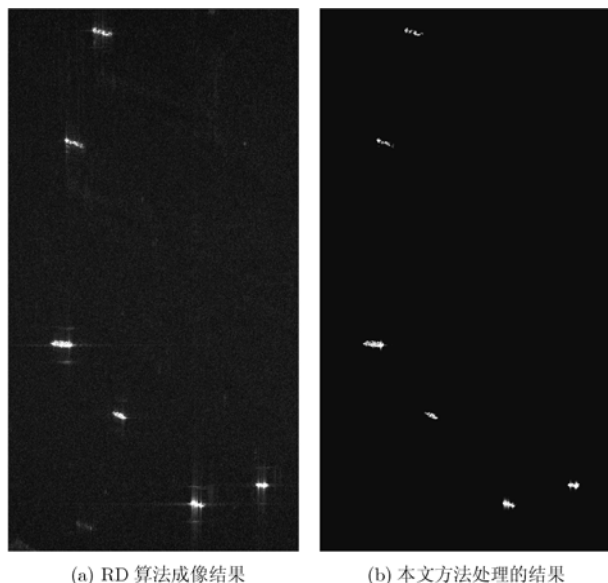


图 3 RADARSAT 数据处理结果

景目标真实散射系数与 2 维点扩展函数卷积后的结果，其分辨率与旁瓣大小都由这个 2 维点扩展函数决定。为了提高分辨率常常采用距离向增大信号发送带宽，方位向增加合成孔径长度来实现，为抑制旁瓣通常通过加窗来实现，加窗会导致主瓣展宽从而牺牲了分辨率。本文针对这个问题，提出了基于压缩感知技术的旁瓣抑制方法。此方法的核心思想就是利用基于稀疏约束来实现反卷积，从而消除点扩展函数的影响，达到抑制旁瓣的作用。这种方法在高信噪比的条件下，不但可以利用场景目标散射系数稀疏先验信息抑制旁瓣，在场景目标散射系数足够稀疏的情况下还可以通过增加采样率，通过利用本文所介绍的方法达到提高分辨率的目的。同时在低信噪比条件下，该方法不但较好的抑制了旁瓣，同时还抑制了噪声的影响。文章的最后通过 1 维，2 维成像仿真以及实际数据处理验证了此算法的有效性。

参 考 文 献

- [1] 保铮, 邢孟道, 王彤. 雷达成像技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005: 123-125.
- [2] Candes E J and Wakin M. An introduction to compressive sampling[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 21-30.
- [3] Herman M A and Strohmer T. High-resolution radar via compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(6): 2275-2284.
- [4] Baraniuk R and Steeghs P. Compressive radar imaging[C]. IEEE Radar Conference, Boston, MA, USA, Apr.17-20, 2007: 128-133.
- [5] Candes E J. The restricted isometry property and its implications for compressed sensing[J]. *Academie des Sciences*, 2008, I(346): 589-592.
- [6] 庄钊文, 袁乃昌, 莫锦军, 刘少斌. 军用目标雷达散射截面预估与测量[M]. 北京: 科学出版社. 2007: 第 1 章第 5 节.
- [7] Candes E J, Romberg J, and Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489-509.
- [8] Rauhut H, Schnass K, and Vandergheynst P. Compressed sensing and redundant dictionaries[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2008, 54(5): 2210-2219.
- [9] Tropp J A. Random subdictionaries of general dictionaries, [http://dsp.rice.edu/a2i/papers/Tro06-Random Subdictionaries.pdf](http://dsp.rice.edu/a2i/papers/Tro06-Random%20Subdictionaries.pdf), 2006.
- [10] Cumming I G 著. 洪文, 胡东辉等译. 合成孔径雷达成像——算法与实现[M]. 北京: 电子工业出版社, 2007.

- 寇波: 男, 1984 年生, 硕士生, 研究方向为 SAR 成像、图像处理.
- 江海: 男, 1985 年生, 硕士生, 研究方向为压缩感知 SAR 成像研究.
- 刘磊: 男, 1985 年生, 硕士生, 研究方向为海洋遥感、传感器网络信号处理.
- 张冰尘: 男, 1973 年生, 研究员, 研究方向为雷达系统与雷达信号处理.